Oppgaver til kapittel 3

3.1 Sett opp sannhetsverditabellene til følgende uttrykk:

(a) $(\neg\neg P \rightarrow P)$
(b) $\neg(P \rightarrow (Q \vee P))$
(c) $(P \wedge (Q \vee R)) \rightarrow (P \vee (Q \wedge R))$

Hint: Det er ikke tilstrekkelig å kun ha med sannhetsverdiene under hovedkonnektivet.

3.2 Se på disse seks formlene. Oppgi hvilke som er ekvivalente med hverandre. For to av formlene (du velger selv), forklar kort hvorfor de er ekvivalente. Hint: Det er tre par av formler.

(a) $(P \rightarrow (Q \wedge R))$
(b) $((\neg P \vee \neg Q) \vee R)$
(c) $(P \vee (Q \rightarrow R))$
(d) $\neg(P \wedge (\neg Q \vee \neg R))$
(e) $((P \wedge Q) \rightarrow R)$
(f) $(\neg P \rightarrow (\neg Q \vee R))$

3.3 Se på formelen $((\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg R)$. Finn tre forskjellige formler som alle er ekvivalente med, men forskjellige fra, denne formelen.

3.4 Anta at en formel F har følgende sannhetsverditabell.

P	Q	R	F
1	**1**	**1**	**1**
1	**1**	**0**	**1**
1	**0**	**1**	**1**
1	**0**	**0**	**0**
0	**1**	**1**	**1**
0	**1**	**0**	**1**
0	**0**	**1**	**1**
0	**0**	**0**	**1**

(a) Finn en formel som har samme sannhetsverdier som F og som kun bruker konnektivene $\rightarrow$ og $\vee$ (i tillegg til utsagnsvariablene P, Q og R og parenteser). Forklar kort hvorfor den har samme sannhetsverdier som F.
(b) Finn en formel som har samme sannhetsverdier som F og som kun bruker konnektivene $\wedge$ og $\neg$ (i tillegg til utsagnsvariablene P, Q og R og parenteser). Forklar kort hvorfor den har samme sannhetsverdier som F.

Oppgaver til kapittel 4

4.1 Vis at følgende par av formler *ikke* er ekvivalente og at én av formlene i paret er en logisk konsekvens av den andre. I denne oppgaven skal du ikke bruke sannhetsverditabeller.

(a) $(P \to Q)$ og $(Q \wedge P)$

(b) $(P \wedge Q)$ og $((P \to Q) \wedge (Q \to P))$

4.2 La A stå for en vilkårlig utsagnslogisk formel. Avgjør om påstandene nedenfor er sanne eller usanne. Gi en kort begrunnelse for hvert svar.

(a) Hvis A er oppfyllbar, er A falsifiserbar.
(b) Hvis A er oppfyllbar og falsifiserbar, er A hverken en tautologi eller kontradiksjon.
(c) Formelen A er en logisk konsekvens av A.
(d) Formelen A er en logisk konsekvens av enhver tautologi.
(e) Formelen A er en logisk konsekvens av enhver motsigelse.
(f) En mengde bestående kun av en tautologi og en motsigelse er uavhengig.

4.3 (a) Anta at vi har premissene $(A \vee B)$, $(A \to C)$ og $(C \wedge B)$, og konklusjonen A. Er dette et gyldig argument? Begrunn.
(b) Anta at vi har premissene $(A \wedge C)$ og $(C \to B)$, og konklusjonen $(A \wedge B)$. Er dette et gyldig argument? Begrunn.

4.4 For hver av formlene under, angi om formelen er en tautologi, en kontradiksjon, eller ingen av delene. Begrunn svaret med ord.

(a) $(P \wedge (Q \vee P))$
(b) $((A \to B) \vee (B \to A))$
(c) $((P \to Q) \wedge (Q \to P))$
(d) $((A \wedge B) \wedge \neg(A \vee B))$