Repetisjonstime - Bevis

Bevisformer vi ikke bruker

- Bevis ved *overtalelse*: "Det er trivielt!"
- Bevis ved *utelatelse*: "Leseren kan gjøre resten"
- Bevis ved *autoritet*: "Foreleseren sa set."
- Bevis ved *konsensus*: "Alle vet at det er slik"
- Bevis ved *bilde*: "Se her!"
- Bevis ved *kosmologi*: "Negasjonen er umulig å forestille seg"
- Bevis ved *foreldre*: "Sånn er det bare"

Direkte bevis (beviser "hvis P, så Q")

- Anta P
- ...
- ...
- Da må Q
- Det følger derfor at hvis P, så Q

Eksistensbevis (beviser "det finnes ...")

- Her er noe som oppfyller kravene

Moteksempler (beviser at noe ikke er sant for alle x)

- Her er et eksempel som viser at påstanden ikke er sann

Bevis ved tilfeller/uttømmelse

sette sammen flere bevis for flere tilfeller til alle tilfeller er dekket

- ...
- Enten så P eller så Q
- Hvis P så R
- Hvis Q så R
- R

Bevis for universelle påstander (beviser "for alle x ...")

- Velg en vilkårlig x slik at ...
- ...
- ...
- Påstand gjelder for x
- Påstand gjelder for alle ... fordi x er vilkårlig valgt

Kontrapositivt bevis (beviser "Hvis P så Q")

Bevis $P \to Q$ ved å bevise $\neg Q \to \neg P$.

- Vi beviser den ekvivalente påstanden $\neg Q \to \neg P$
- Anta $\neg Q$
- ...
- ...
- Da må $\neg P$
- Det følger derfor at hvis P så Q

Motsigelsesbevis (beviser "P")

Ikke det samme som et kontrapositivt bevis

- Anta for kontradiksjon $\neg P$
- ...
- ...
- Kontradiksjon
- Det følger at P

Bevis for at noe ikke er sant (beviser $\neg P$)

Ikke det samme som Motsigelsesbevis

- Anta P
- ...
- ...
- Kontradiksjon
- Det følger at $\neg P$

Før vi beviser

- presiser påstanden

Eksempel:

hvis P er sann så er Q sann.

Alle valuasjoner v som gjør P sann må også gjøre Q sann

- Finn ut hva du egentlig skal bevise

Eksempel:

$U \subseteq V$

hvis $x \in U$ så $x \in V$ for alle x

Eksamensoppgave 2015

Hvis F og G er utsagnslogiske formler, så skriver vi F ⇒ G når G er en logisk konsekvens av mengden som består av formelen F.

1. Vis at $\Rightarrow$ er en transitiv relasjon.
2. Vis at $\Rightarrow$ ikke er en anti-symmetrisk relasjon.

Eksamensoppgave 2018 (Høst)

La S stå for påstanden «F er sann hvis og bare hvis G er sann». (Dette betyr at enhver valuasjon som gjør F sann, gjør G sann, og vice versa.)

La T stå for påstanden «F er gyldig hvis og bare hvis G er gyldig». Du kan anta at F og G er utsagnslogiske formler.

1. Bevis at T er en logisk konsekvens av S.
2. Bevis at S ikke er en logisk konsekvens av T .

Mer oppgaver

1. Bevis $P \to (P \vee Q)$
2. Bevis at hvis $A \subseteq B$ og $B \subseteq C$, så $A \subseteq C$
3. Bevis at $f \circ (g \circ h)$ alltid gir samme resultat som $(f \circ g) \circ h$
4. Bevis at hvis $3n + 1$ er et partall, så er n et oddetall
5. Bevis at hvis $((P \wedge Q) \vee R)$ så $(P \vee R) \wedge (Q \vee R)$
6. Bevis at formelen $(P \to Q) \vee (Q \to P)$ er gyldig
7. Bevis at hvis F er gyldig, så er $(G \to F)$ Gyldig
8. Bevis at $(F \to G)$ ikke nødvendighvis er gyldig selv om F er gyldig