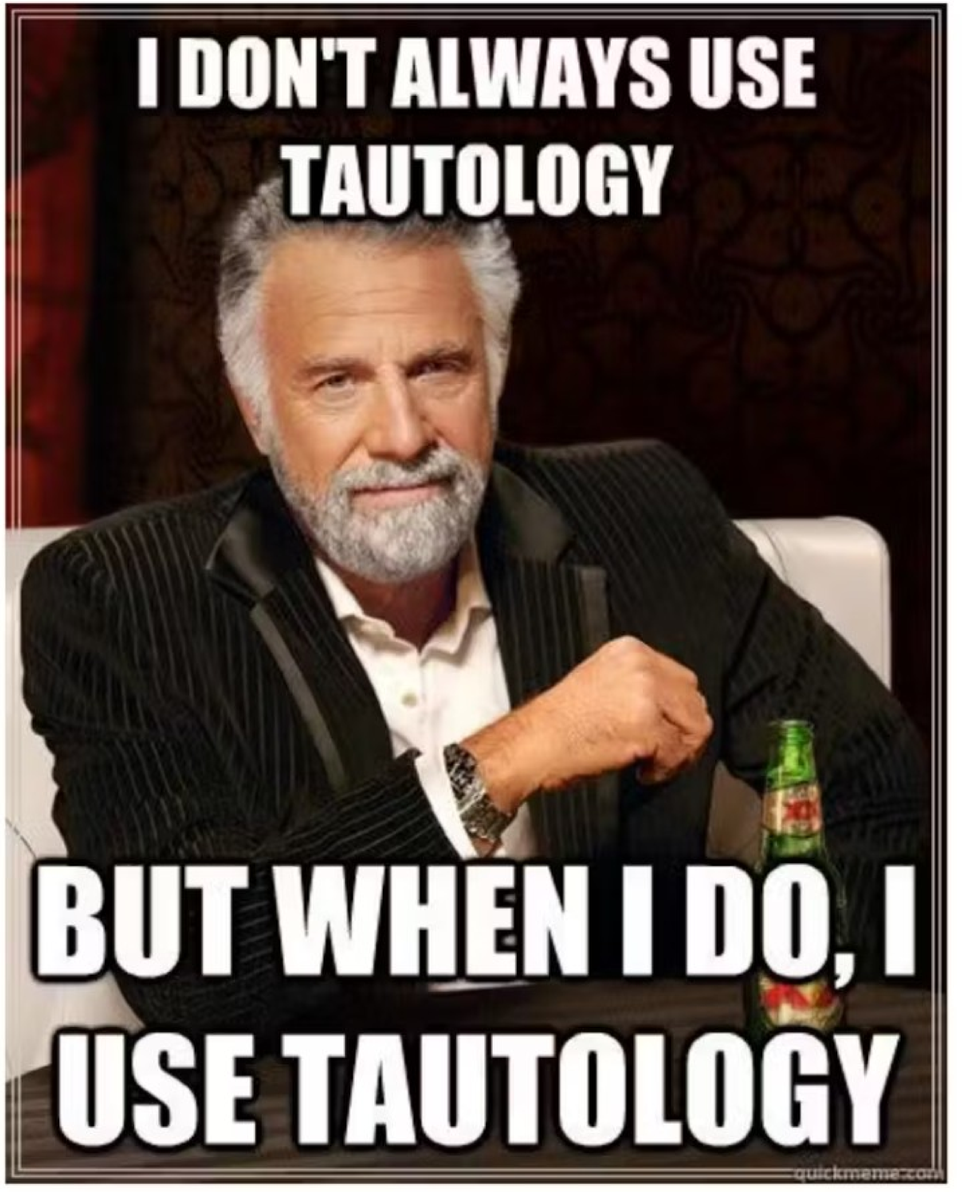
Kapittel 2, 3, 4

Repetisjonstime Utsagnslogikk



Mentimeter

Plan for repetisjonstimen

- → Gjennomgang av utsagnslogikk
- → Jobbe med tidligere eksamensoppgaver
- → Quiz

Mentimeter

Oppvarming

Hva kan vi ikke representere med utsagnslogikk?

Mentimeter

Repetisjon

Mentimeter

Utsagnsvariabler : P Q R

Vilkårlige formler : F G

Konnektiver : $\neg$ $\wedge$ $\vee$ $\rightarrow$

Mentimeter

Sannhetsverditabeller

- 2^n der n er anntall ulike utsagnsvariabler

Mentimeter

F	¬F
1	0
0	1

F	G	(F ∧ G)
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

F	G	(F ∨ G)
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

F	G	(F -> G)
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Mentimeter

Valuasjon: en tilordning av sannhetsverdier til alle utsagnslogiske formler

Logisk ekvivalens: samme sannhetsverdi for enhver tilordning

$F \Longleftrightarrow G$

Ekvivalensregler:

★ Distributive

$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

★ De Morgan

$\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$

$\neg(A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

★ $\rightarrow$-formler

$A \rightarrow B \Leftrightarrow \neg A \vee B$

$\neg(A \rightarrow B) \Leftrightarrow A \wedge \neg B$

Mentimeter

Logisk konsekvens

$M \models F$ "F følger fra M"

M er en mengde formler

F er en utsagnslogisk formel

F følger fra M dersom valuasjonen som gjør alle formlene i M sanne også gjør F sann

Mentimeter

Gyldig argument

Konklusjonen er en logisk konsekvens av premissene

Umulig at premissene er samme og konklusjonen usann

P1 $(S \rightarrow G)$

P2 S

K G

S	G	S→G	S	G
1	1	1	1	1
1	0	0	1	0
0	1	1	0	1
0	0	1	0	0

Oppfyllbarhet/falsifiserbarhet

Minst én som gjør sann/usann	Alle gjør sann	Alle gjør usann
Oppfyllbar		tautologi/gyldig
falsifiserbar		kontradiktorisk/ugyldig

Mentimeter

Uavhengighet

★ Uavhengig dersom hverken F eller $\neg F$ er en logisk konsekvens av mengden M

$\{P \vee Q, R\}$ Er P uavhengig

Mentimeter

Tidligere eksamensoppgaver

Mentimeter

1 Utsagnslogikk [10 poeng]

La M være mengden av følgende utsagnslogiske formler: $\{(P \wedge \neg Q), (Q \rightarrow P), \neg\neg P\}$.

(a) [2 poeng] Finn en valuasjon som *falsifiserer* alle formlene i M.

(b) [2 poeng] Finn en valuasjon som gjør nøyaktig én av formlene i M sann.

(c) [3 poeng] Hvilke av følgende formler er en logisk konsekvens av M?

(i) $(P \vee Q)$ (ii) Q (iii) R (iv) P (v) $(P \rightarrow (Q \rightarrow P))$ (vi) $(P \rightarrow R)$

(d) [3 poeng] Hvilke av formlene er *uavhengige* av M? (Hint: En formel F er uavhengig av en mengde formler M hvis hverken F eller $\neg F$ er en logisk konsekvens av M.)

(i) $(P \vee Q)$ (ii) Q (iii) R (iv) P (v) $(P \rightarrow (Q \rightarrow P))$ (vi) $(P \rightarrow R)$

Mentimeter

2 Utsagnslogikk

La $M = \{P \to Q, \neg P \wedge Q\}$.

(a) [2 poeng] Er M oppfyllbar? Hvis M er oppfyllbar, gi en valuasjon som oppfyller M; hvis ikke, forklar hvorfor M ikke er oppfyllbar.

(b) [2 poeng] Er M falsifiserbar? Hvis M er falsifiserbar, gi en valuasjon som falsifiserer M; hvis ikke, forklar hvorfor M ikke er falsifiserbar.

Vi introduserer et nytt konnektiv $\uparrow$ hvor følgende tabell viser hvordan det nye konnektivet skal tolkes:

F	G	(F ↑ G)
1	**1**	**0**
1	**0**	**1**
0	**1**	**1**
0	**0**	**1**

Du kan skrive `!` i besvarelsen din som et alternativ til symbolet $\uparrow$.

(c) [2 poeng] Finn en formel som er ekvivalent med formelen $F \uparrow G$ og som kun bruker konnektivene $\neg, \wedge, \vee$ og $\to$.

(d) [2 poeng] Finn en formel som er ekvivalent med formelen $\neg F$ og som kun bruker konnektivet $\uparrow$.

(e) [2 poeng] Finn en formel som er ekvivalent med formelen $F \wedge G$ og som kun bruker konnektivet $\uparrow$.

Mentimeter

2 Utsagnslogikk [6 poeng]

(a) Hvis P er usann og Q er usann, blir $(P \to Q)$ sann. (Sant / Usant)

(b) Hvis P og Q er sanne, blir $(P \vee R) \wedge (Q \wedge \neg R)$ sann, uansett om R er sann eller usann. (Sant / Usant)

(c) En valuasjon som gjør P sann, Q usann og R sann, gjør $(P \vee R) \to (R \to Q)$ sann. (Sant / Usant)

(d) Formelen $(P \to Q) \vee (Q \to P)$ er ekvivalent med $(P \wedge Q)$. (Sant / Usant)

(e) En utsagnslogisk formel er alltid ekvivalent med seg selv. (Sant / Usant)

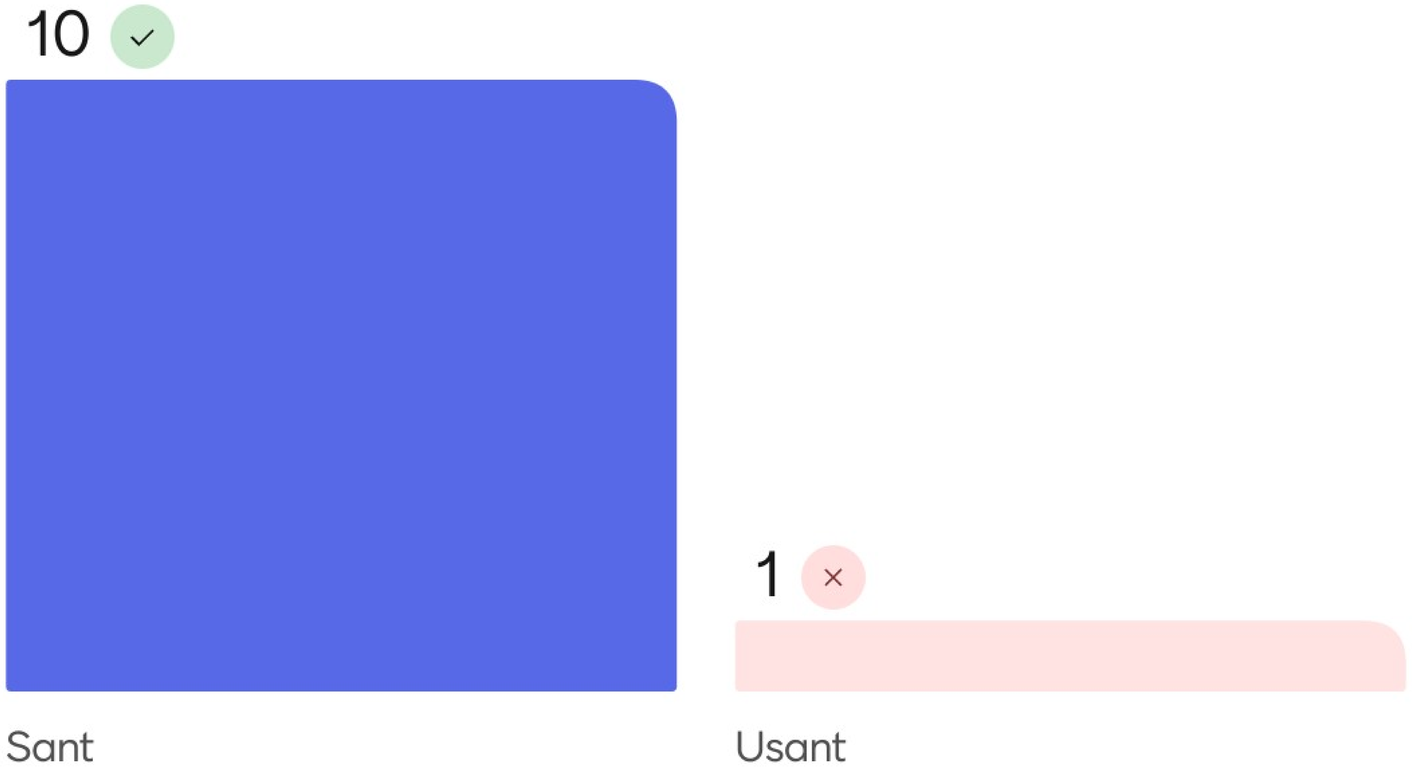
(f) Det er slik at $\neg(P \wedge \neg Q) \Leftrightarrow (P \to Q)$. (Sant / Usant)

Mentimeter

!!! QUIZ !!!

Mentimeter

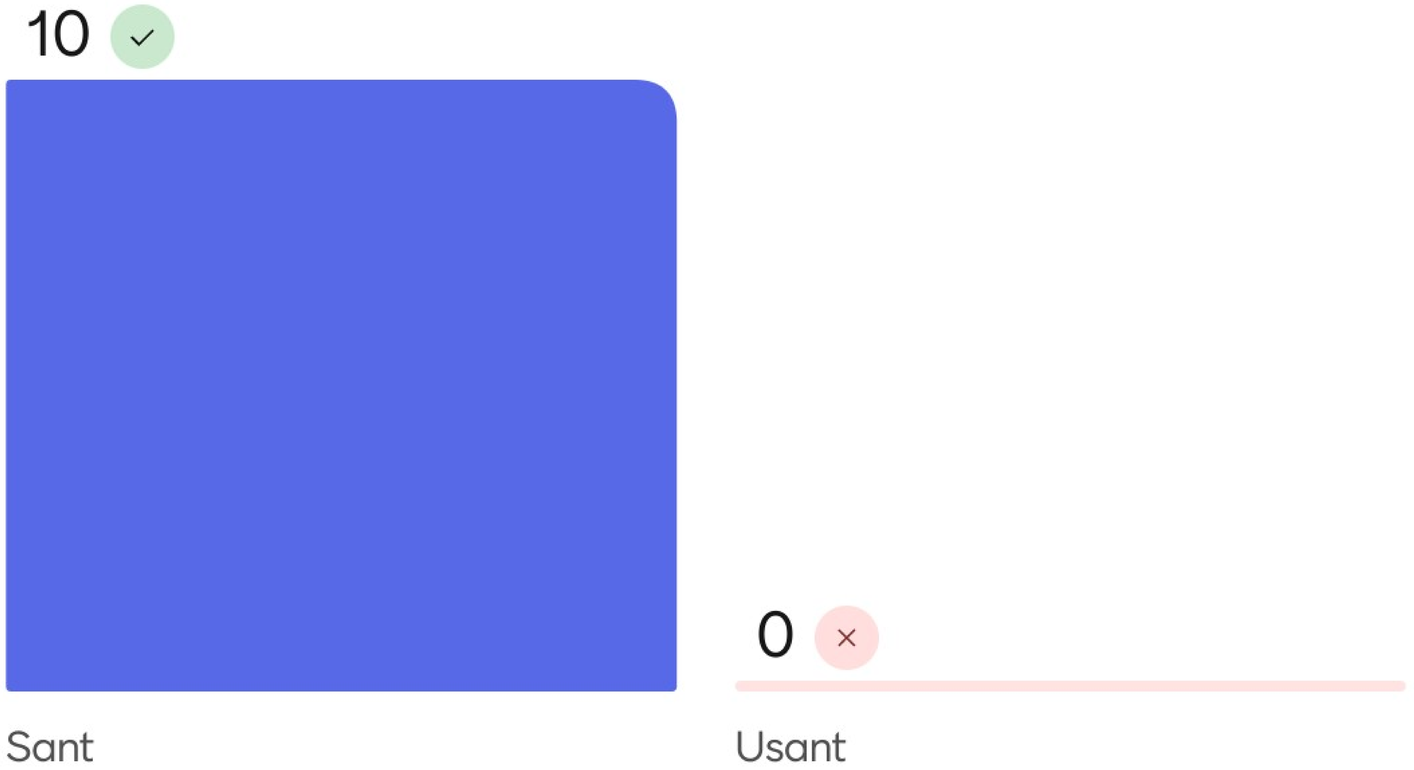
Det finnes to forskjellige kontradiktoriske formler som er ekvivalente med hverandre.



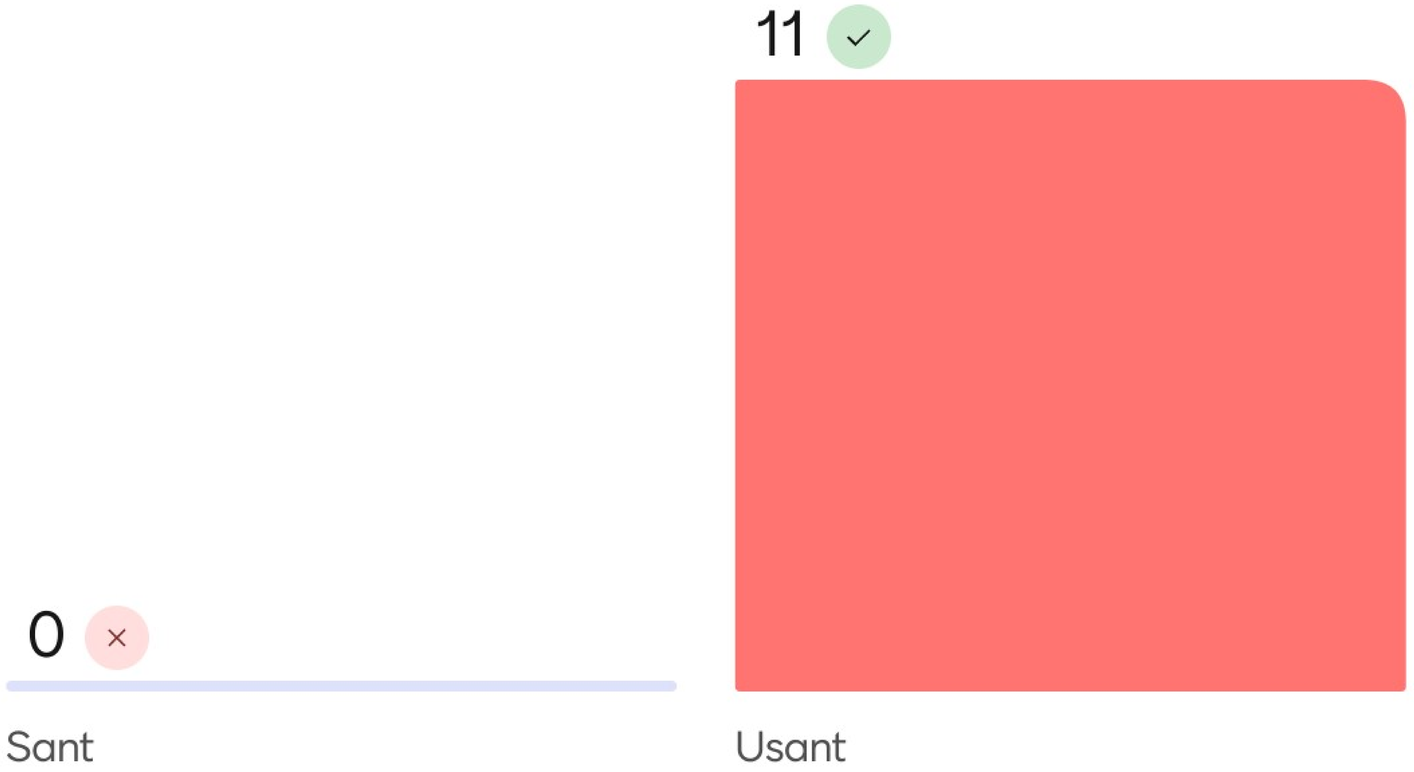
3

Mentimeter

La F være en formel som har samme sannhetsverdi uansett valuasjon. Da er F enten en tautologi eller en kontradiksjon.

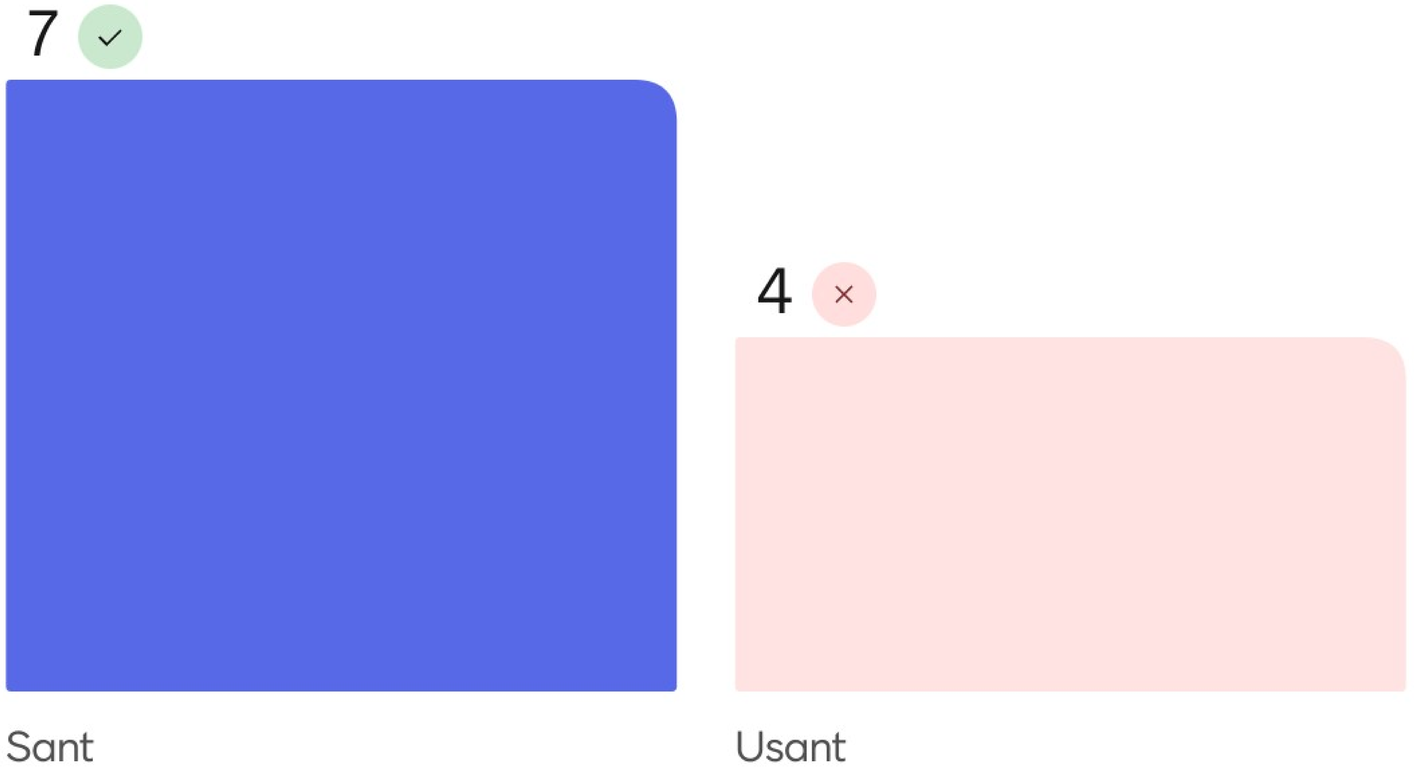


Hvis Q står for «det er jordskjelv» og R står for «det rister», så står (Q∧R) for «hvis det er jordskjelv, så rister det».



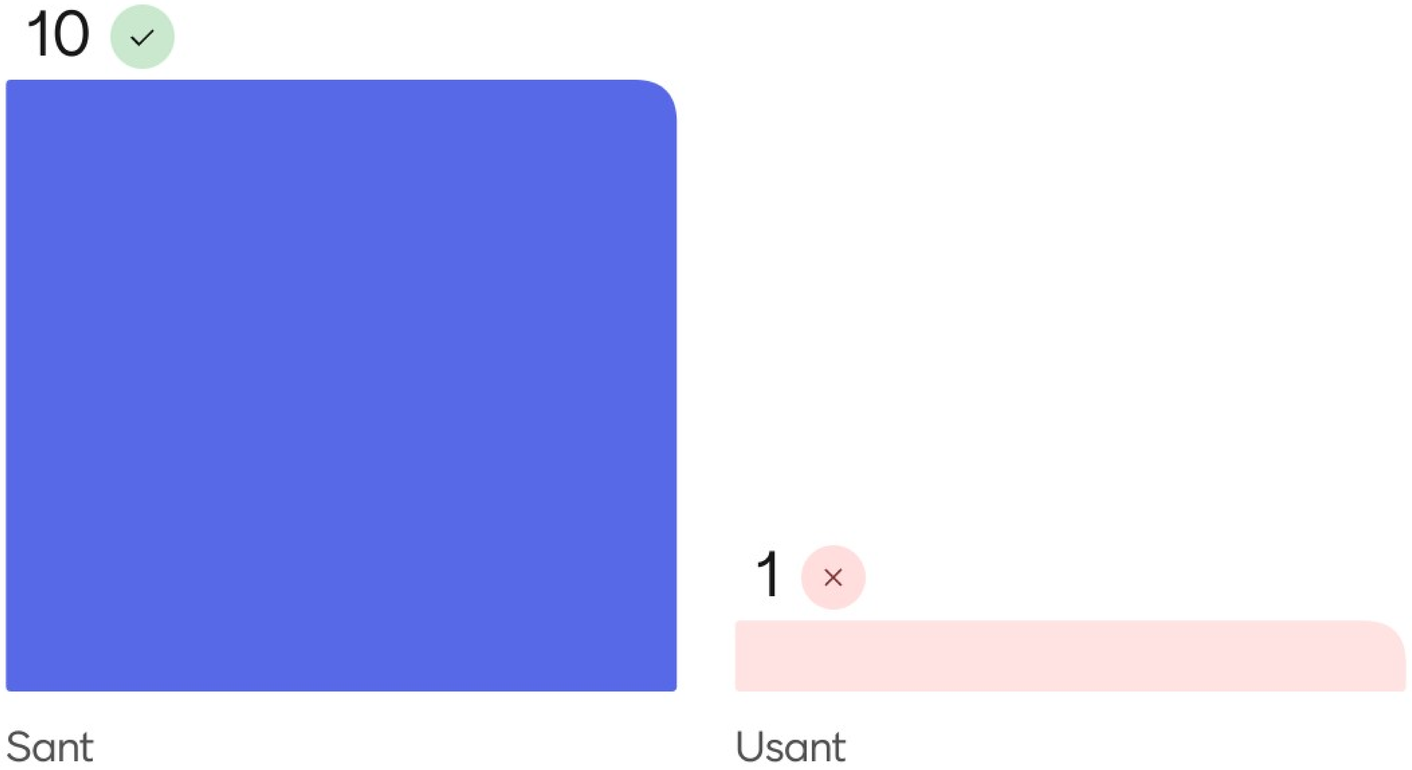
Mentimeter

Formlene ¬(Q→P) og (Q∧¬P) er ekvivalente.



Mentimeter

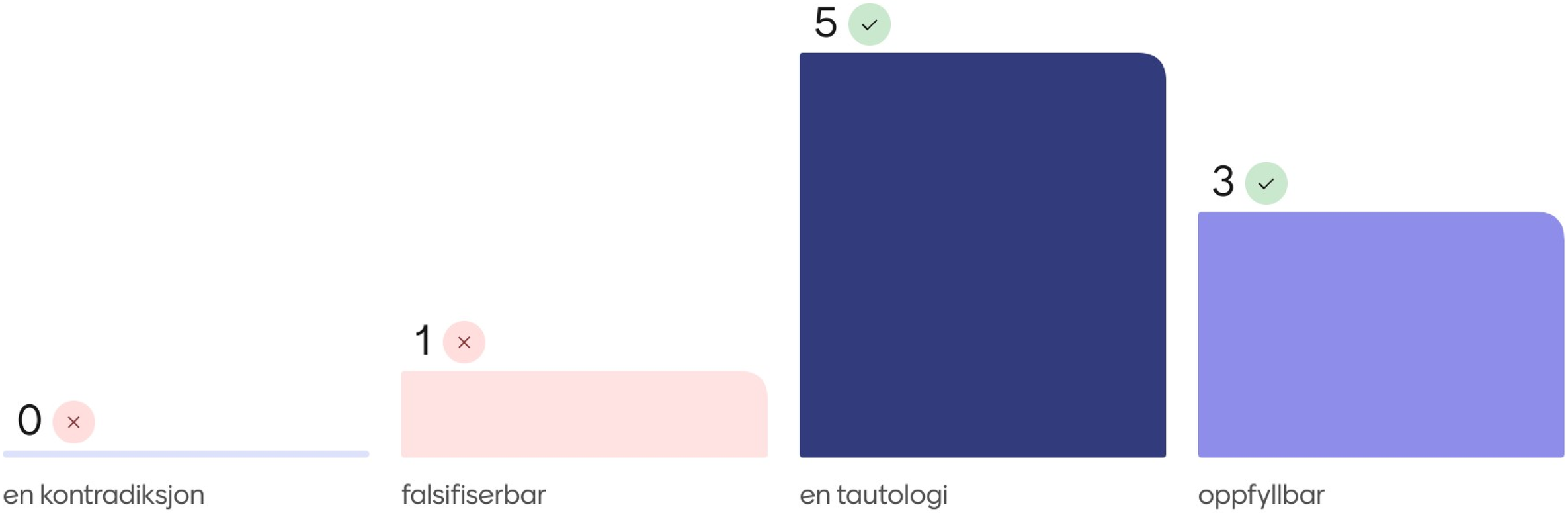
Hvis vi har at $(F \rightarrow (G \wedge Q))$, så er Q nødvendig for F



1

Mentimeter

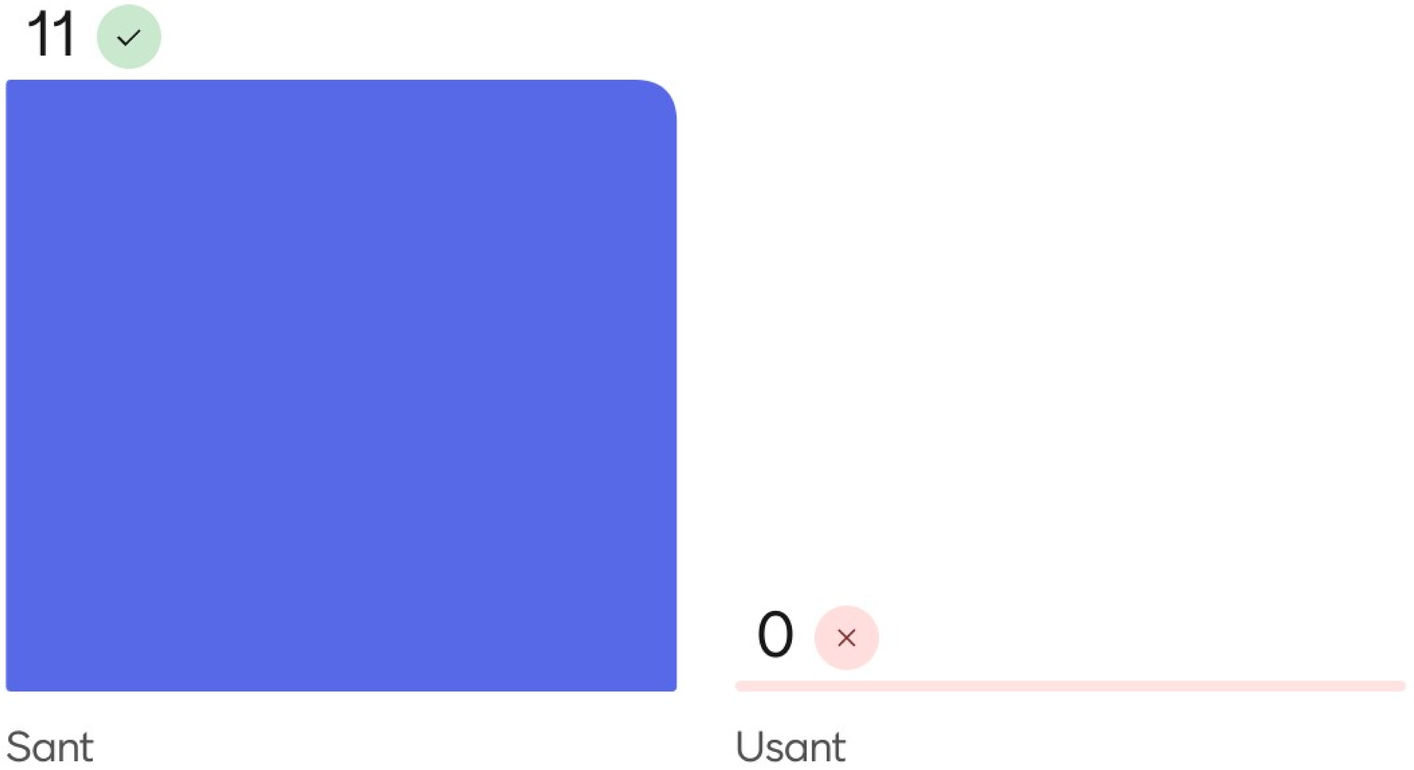
Gitt at F er en vilkårlig utsagnslogisk formel. Da er F → T...



1

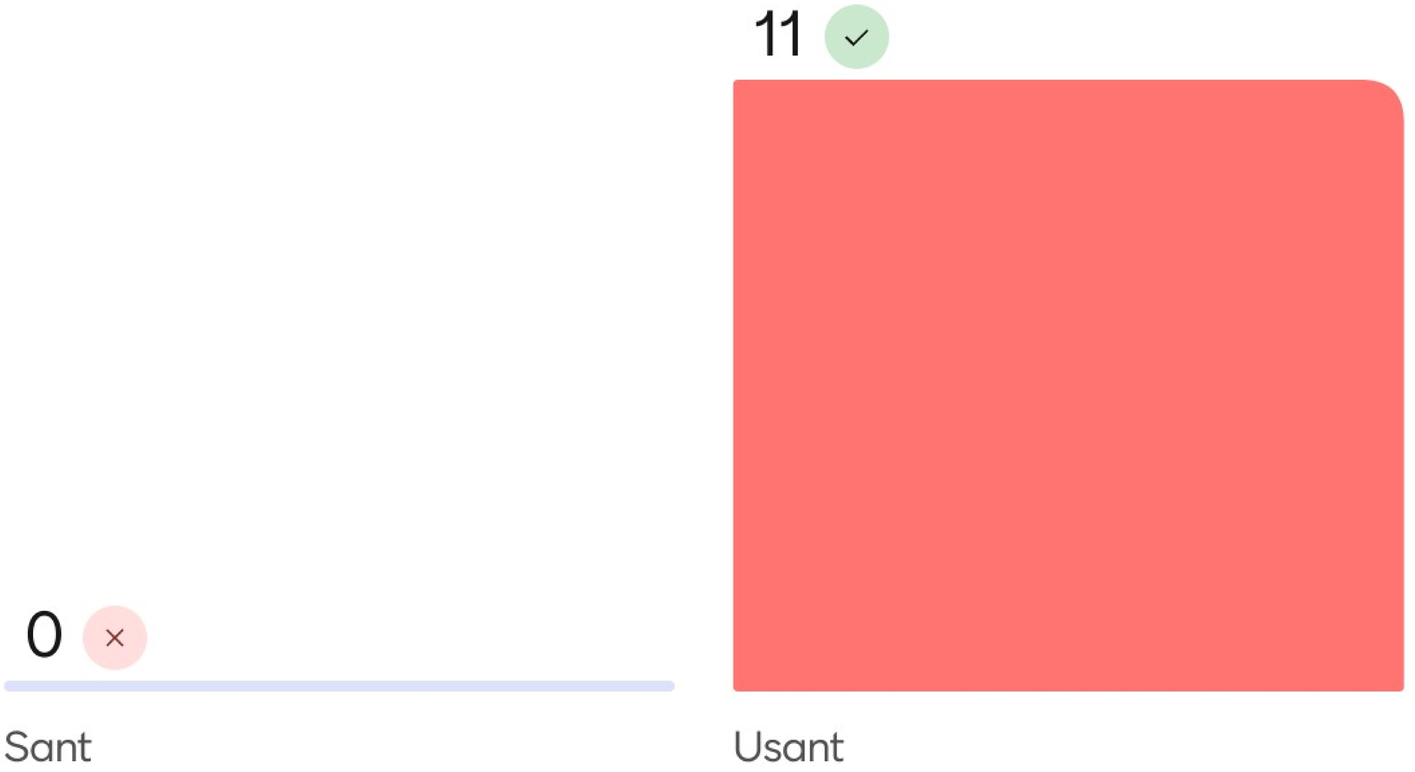
Mentimeter

Formelen (¬P∧¬P) kan gjøres sann



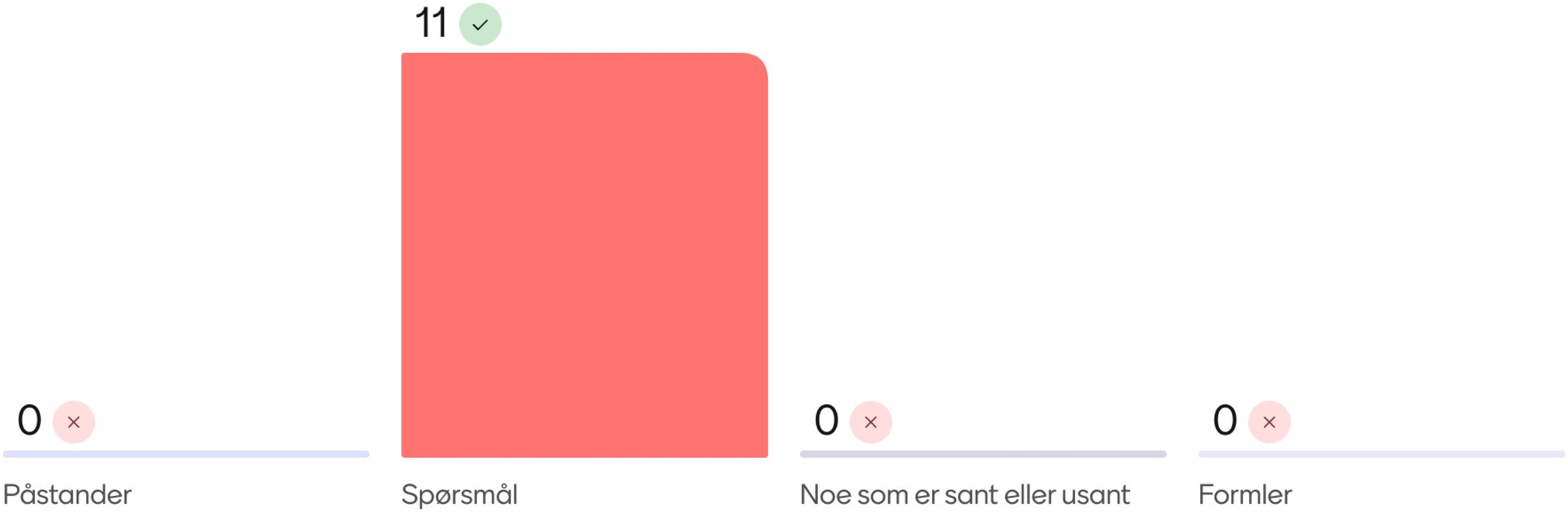
Mentimeter

Det finnes en formel som er både en tautologi og falsifiserbar



Mentimeter

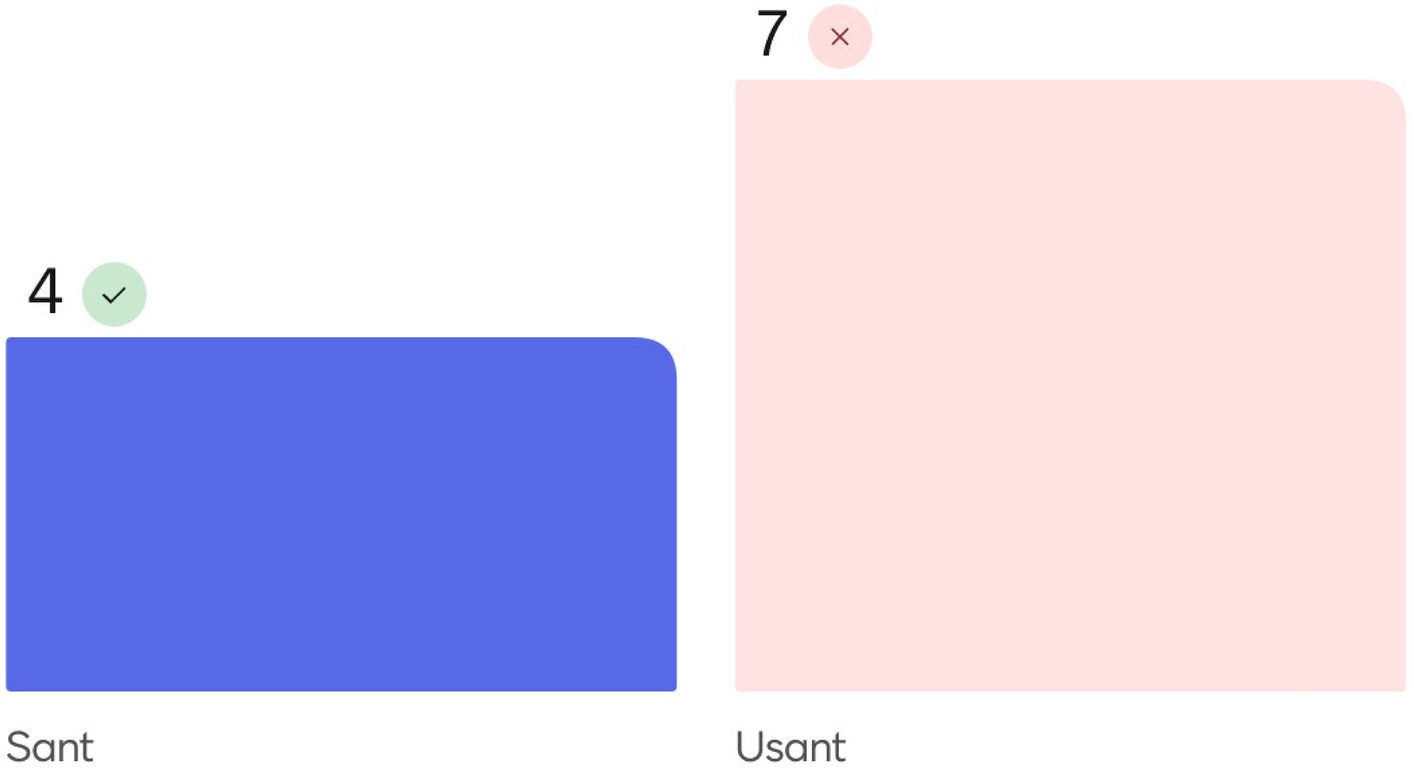
Hva er det vi ikke kan representere i utsagnslogikken?



1

Mentimeter

Alle gyldige formler er ekvivalente med hverandre



1