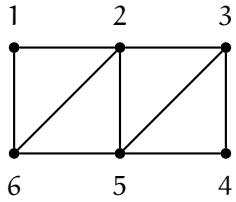
Oppgaver til kapittel 22

22.1 Se på følgende graf.

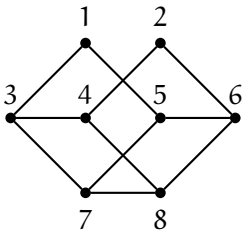


(a) Har denne grafen en *eulerkrets*?
Hvis ja, gi minst ett eksempel; hvis nei, forklar hvorfor det ikke kan finnes en slik.

(b) Har denne en *eulervei*?
Hvis ja, gi minst ett eksempel; hvis nei, forklar hvorfor det ikke kan finnes en slik.

(c) Har denne grafen en *hamiltonsti* eller en *hamiltonsykel*?
Hvis ja, gi minst ett eksempel; hvis nei, forklar hvorfor det ikke kan finnes en slik.

22.2 Se på følgende graf.



(a) Har denne grafen en *eulerkrets*?
Hvis ja, gi minst ett eksempel; hvis nei, forklar hvorfor det ikke kan finnes en slik.

(b) Har denne en *eulervei*?
Hvis ja, gi minst ett eksempel; hvis nei, forklar hvorfor det ikke kan finnes en slik.

(c) Har denne grafen en *hamiltonsti* eller en *hamiltonsykel*?
Hvis ja, gi minst ett eksempel; hvis nei, forklar hvorfor det ikke kan finnes en slik.

22.3 La $u \leftrightsquigarrow v$ bety at det finnes en *sti* fra u til v, for en gitt urettet graf. Bevis at $\leftrightsquigarrow$ er en *ekvivalensrelasjon*, det vil si at den er refleksiv, symmetrisk og transitiv. Hvilke ekvivalensklasser gir denne relasjonen gir opphav til? Det vil si, hva er det som skiller en ekvivalensklasse fra en annen?

Tips: Legg merke til at det står *sti* og ikke *vandring* her. Dersom du bruker LaTeX, får du $\leftrightsquigarrow$ ved å skrive `\leftrightsquigarrow`.

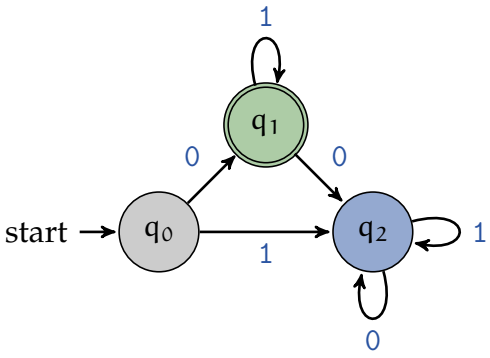
22.4 (a) Anta at T_1 og T_2 er trær. La N_1 og N_2 stå for nodene og E_1 og E_2 stå for kantene i disse trærne. Anta at N_1 og N_2 ikke har noen noder til felles og at E_1 og E_2 ikke har noen kanter til felles. La $n_1 \in N_1$ og $n_2 \in N_2$. La T være grafen som består av nodene $N_1 \cup N_2$ og kantene $E_1 \cup E_2$ i tillegg til kanten $\{n_1, n_2\}$. Vis at T er et tre.

(b) Bevis at alle komplette grafer med minst tre noder har en hamiltonsykel.

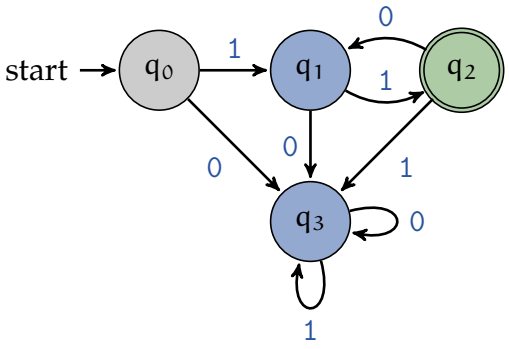
Oppgaver til kapittel 23

23.1 For hver av de endelige tilstandsmaskinene nedenfor, finn regulære uttrykk som beskriver det samme som tilstandsmaskinene. Legg merke til at (a), (b) og (c) er deterministiske og at (d) er ikke-deterministisk.

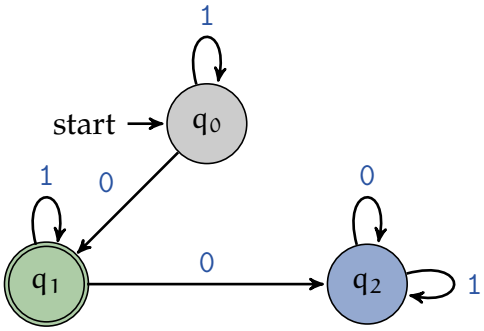
(a)



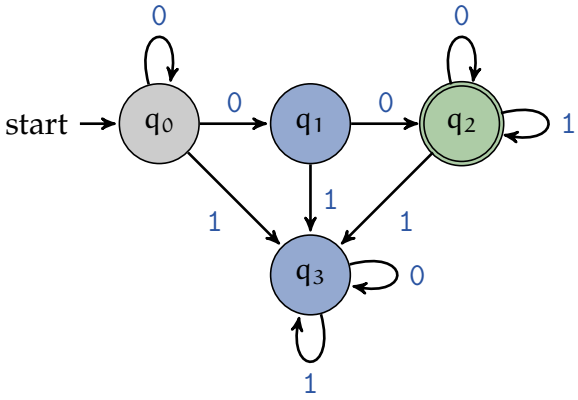
(b)



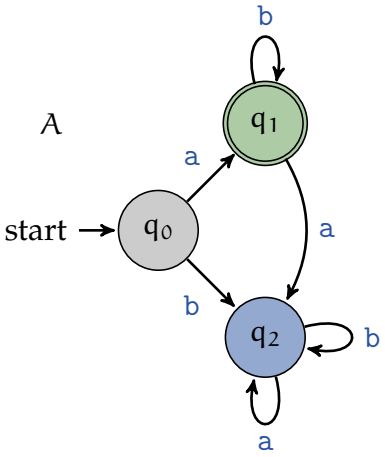
(c)

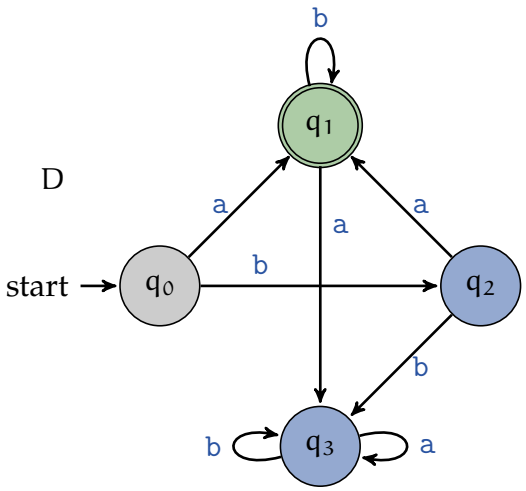


(d)



23.2 Følgende endelige tilstandmaskiner beskriver to regulære språk, A og D, over alfabetet {a, b}.





I tillegg lar vi B være språket som beskrives av det regulære uttrykket `a(b|a)*` og C være språket {a, ab, abb, abbb, abbbb, ...}. Finn ut hvilke av språkene A, B, C og D som er delmengder av hverandre og ikke.

23.3 Se på følgende formelle grammatikk over alfabetet {a, b}. Startsymbolet er som vanlig S.

$$S \to aSa \mid bSb \mid T \mid \Lambda$$
$$T \to a \mid b$$

(a) Gi en utledning av strengen abbba. Vis hvert ledd i utledningen.
(b) Finn en enkel beskrivelse (ved hjelp av naturlig språk) av språket som denne grammatikken definerer.

23.4 For hver av de to følgende formelle grammatikkene, finn et regulært uttrykk som beskriver det samme språket som den formelle grammatikken. Alfabetet er her {a, b, c, d, e}. Startsymbolet er som vanlig S.

(a)

$$S \to aaT$$
$$T \to U \mid bT$$
$$U \to a \mid c$$

(b)

$$S \to cXY$$
$$X \to dX \mid d$$
$$Y \to bY \mid \Lambda$$

For hvert av følgende regulære uttrykke, finn en *regulær* grammatikk som beskriver det samme språket som uttrykket. Bruk startsymbolet S.

(c) `(e|c|e)(a|b)*`

(d) `((a|b)*)*c`

Oppgaver til kapittel 24

24.1 (a) Gi et bevis for formelen $P \to (\neg Q \to (\neg Q \wedge P))$ i naturlig deduksjon.

(b) Gi en utledning av formelen $\neg\neg P \wedge \neg Q$ i naturlig deduksjon slik at $\neg Q \wedge P$ er den eneste åpne antakelsen i utledningen.

24.2 (a) Gi en utledning av formelen $\neg(P \wedge (Q \to R))$ i naturlig deduksjon slik at $\neg P$ er den eneste åpne antakelsen.

(b) Bruk naturlig deduksjon til å vise at formelen $P \to Q$ er en logisk konsekvens av formelen $\neg P \vee (P \to Q)$.

24.3 (a) Bruk naturlig deduksjon til å vise at formelen $(P \wedge Q) \to (\neg P \vee \neg\neg Q)$ er en tautologi.

(b) Finn en utledning av en formel i naturlig deduksjon som har følgende egenskaper:

- Utledningen har nøyaktig én anvendelse av regelen $\wedge$E.
- Utledningen har nøyaktig én anvendelse av regelen $\wedge$I.
- Utledningen har nøyaktig én anvendelse av regelen $\to$I.
- Utledningen har nøyaktig én åpen antakelse.
- Utledningen har nøyaktig én lukket antakelse.

Det vil si, du skal finne én utledning som har alle disse egenskapene samtidig. Det er ikke nødvendigvis samme formel som i (a). Hint: Utledning trenger ikke å være så stor.

24.4 (a) Gi en utledning av formelen $P \to (Q \vee R)$ i naturlig deduksjon slik at $(P \to Q) \vee (P \to R)$ er den eneste åpne antakelsen.

(b) Gi et bevis for formelen $\neg\neg\neg(P \wedge Q) \to \neg(P \wedge Q)$ i naturlig deduksjon.