Tidligere eksamensoppgaver

Huffman-koding - Heaps og HeapSort - Rød-svarte trær

Innsetting i heap — 10 poeng

(a) Du er gitt et tomt array på størrelse 7.

0	1	2	3	4	5	6

Sett inn de følgende tallene med min-heap innsetting:

$$3, 5, 10, 8, 4, 2, 7$$

Fyll ut tabellen slik den ser ut etter alle tallene er satt inn. Skriv svaret som en kommaseparert liste.

(b) Forklar kort hvordan algoritmen for innsetting i en min-heap fungerer, og skisser algoritmen med pseudokode. Du kan anta at arrayet i input ikke er fullt.

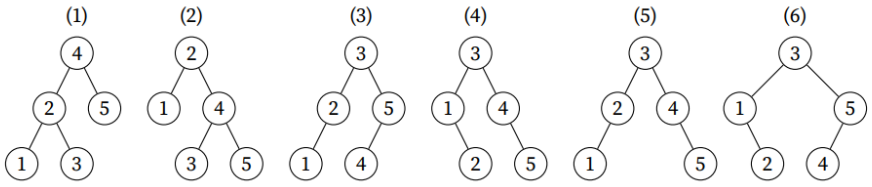
Input: Et array A som representerer en heap med n elementer, og et element x
Output: Et array som representerer en heap, som inneholder x

```
1 Procedure HeapInsert(A, x)
  | // ...
```

(c) Redgjør for kjøretidskompleksiteten til algoritmen.

Balanserte søketrær — 6 poeng

Følgende er alle AVL-trær som inneholder tallene 1 til 5.



(a) Hvilket av AVL-trærne ovenfor får man hvis man legger inn tallene 1 til 5 i rekkefølgen $2, 4, 3, 1, 5$? Oppgi svaret som et tall mellom 1 og 6.

(b) Hvor mange av trærne ovenfor kan fargelegges som et rød-svart tre?

(c) Hvis vi legger til 6 i alle AVL-trærne ovenfor, i hvilke trær vil det forekomme rotasjoner? Oppgi svaret som summen av alle trærne det gjelder. Altså, hvis det kun forekommer rotasjoner i det første treet, er svaret 1, og hvis det forekommer rotasjoner i alle trærne, er svaret 21 (fordi $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$).

Huffmantrær 5 poeng

En tekststreng vi vil komprimere består av 5 ulike tegn `a`,`b`,`c`,`d` og `e`. De relative frekvensene er gitt av følgende frekvenstabell:

a	b	c	d	e
2	1	12	1	4

(a) Hva er den lengste kodelengden for et symbol i det tilhørende huffmantreet?

(b) Hvor mange bits blir koden for tegnet `e`?

(c) Hvor mange bits brukes for å kode strengen `aaabbcdee`?

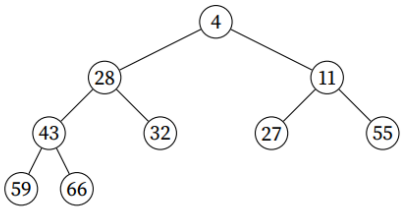
Nå skal vi ikke jobbe med noe konkret huffmantre for et en gitt frekvenstabell, men heller tenke på generelle huffmantrær.

(d) Hvis en frekvenstabell består av 8 forskjellige tegn, hvor mange noder har det tilhørende huffmantreet?

(e) I et huffmantre som har 8 løvnoder, hva er den lengste kodelengden et symbol kan ha?

Binære heaps 6 poeng

Du skal ta utgangspunkt i følgende binære heap H_1, hvor både tre-representasjonen og array-representasjonen er gitt:



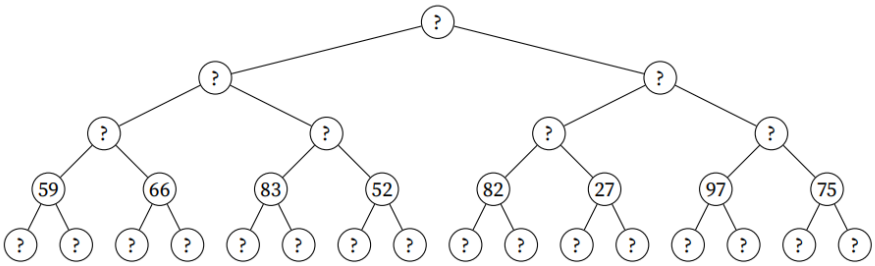
4	28	11	43	32	27	55	59	66
0	1	2	3	4	5	6	7	8

Du skal fylle inn tabellene som svarer til hver deloppgave i Inspera. Hver tabell svarer til array-representasjonen av H_1 etter de oppgitte operasjonene. Deloppgavene er uavhengig av hverandre, altså refererer H_1 til heapen som er gitt ovenfor, og endringer vi gjør i en deloppgave følger ikke med til neste deloppgave.

(a) Hvordan ser heapen ut etter ett kall på H_1.`RemoveMin`()?

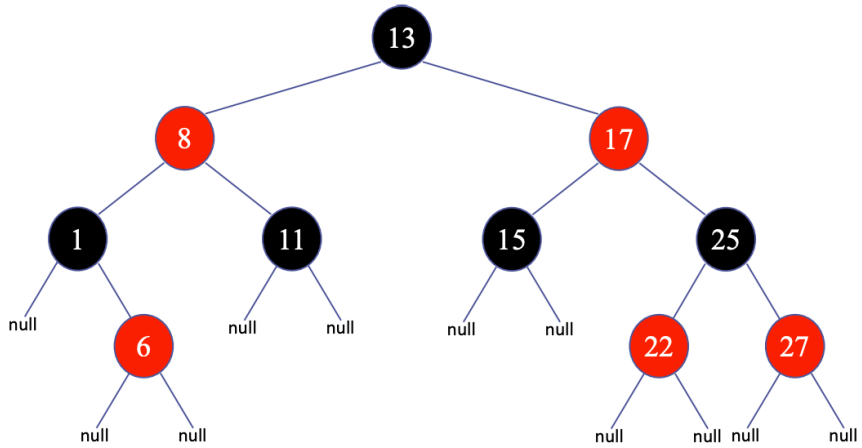
(b) Hvordan ser heapen ut etter ett kall H_1.`Insert`(7)?

I en annen binær min-heap H_2 får du kun gitt verdiene på dybde 3:



(c) Hva er den minste verdien som kan ligge på dybde 4 av H_2?

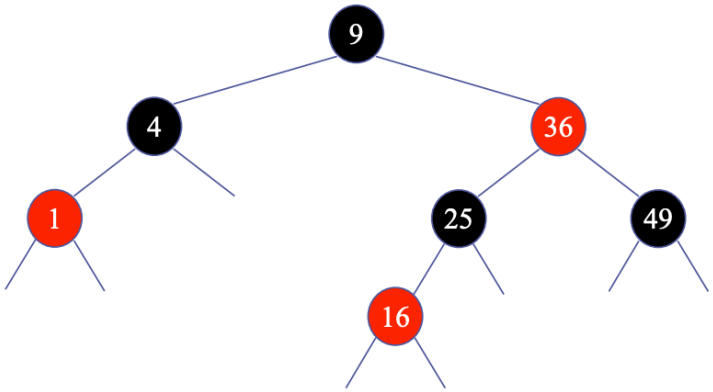
Er dette et rød-svart tre? Begrunn svaret.



Innsetting i rød-svarte trær (for de som vil utfordre seg selv)

a) Sett inn tallet 41

b) Sett inn tallet 2



Huffmankode

Gitt huffmankodetabellen:

A	0
C	100
G	101
T	11

Hvilken tekststreng står koden 1010111101000 for?

Krav til en heap

Forklar de to kravene som må oppfylles for at et binærtre skal være en minimumsheap.