Introduksjon

IN2010 – Algoritmer og Datastrukturer

Lars Tveito

Institutt for informatikk, Universitetet i Oslo
larstvei@ifi.uio.no

Høsten 2024

Velkommen

Litt om algoritmer

- Hvis du gir en *presis* beskrivelse for hvordan man skal løse et *problem*, så har du beskrevet det vi kaller en algoritme

Litt om algoritmer

- Hvis du gir en *presis* beskrivelse for hvordan man skal løse et *problem*, så har du beskrevet det vi kaller en algoritme
- Algoritmer er en serie med små og entydige steg

Litt om algoritmer

- Hvis du gir en *presis* beskrivelse for hvordan man skal løse et *problem*, så har du beskrevet det vi kaller en algoritme
- Algoritmer er en serie med små og entydige steg
- En algoritme må

Litt om algoritmer

- Hvis du gir en *presis* beskrivelse for hvordan man skal løse et *problem*, så har du beskrevet det vi kaller en algoritme
- Algoritmer er en serie med små og entydige steg
- En algoritme må
  - terminere etter et endelig antall steg

Litt om algoritmer

- Hvis du gir en *presis* beskrivelse for hvordan man skal løse et *problem*, så har du beskrevet det vi kaller en algoritme
- Algoritmer er en serie med små og entydige steg
- En algoritme må
  - terminere etter et endelig antall steg
  - hvert steg må være helt presist definert

Litt om algoritmer

- Hvis du gir en *presis* beskrivelse for hvordan man skal løse et *problem*, så har du beskrevet det vi kaller en algoritme
- Algoritmer er en serie med små og entydige steg
- En algoritme må
  - terminere etter et endelig antall steg
  - hvert steg må være helt presist definert
  - ta null eller flere input

Litt om algoritmer

- Hvis du gir en *presis* beskrivelse for hvordan man skal løse et *problem*, så har du beskrevet det vi kaller en algoritme
- Algoritmer er en serie med små og entydige steg
- En algoritme må
  - terminere etter et endelig antall steg
  - hvert steg må være helt presist definert
  - ta null eller flere input
  - produsere et output som står i forhold til input

Litt om algoritmer

- Hvis du gir en *presis* beskrivelse for hvordan man skal løse et *problem*, så har du beskrevet det vi kaller en algoritme
- Algoritmer er en serie med små og entydige steg
- En algoritme må
  - terminere etter et endelig antall steg
  - hvert steg må være helt presist definert
  - ta null eller flere input
  - produsere et output som står i forhold til input
- En algoritme *bør* være effektiv

Litt om datastrukturer

- En samling av verdier som følger en fast struktur utgjør en datastruktur

Litt om datastrukturer

- En samling av verdier som følger en fast struktur utgjør en datastruktur
- Algoritmer er avhengig av gode datastrukturer for å bli enkle og raske

Litt om datastrukturer

- En samling av verdier som følger en fast struktur utgjør en datastruktur
- Algoritmer er avhengig av gode datastrukturer for å bli enkle og raske
- Datastrukturer er avhengig av gode algoritmer for å opprettholde strukturen

Litt om datastrukturer

- En samling av verdier som følger en fast struktur utgjør en datastruktur
- Algoritmer er avhengig av gode datastrukturer for å bli enkle og raske
- Datastrukturer er avhengig av gode algoritmer for å opprettholde strukturen
- Et godt valg av datastruktur bør gjøre data vi trenger ofte lett tilgjengelig

Perspektiv

- Vi vil fokusere på å forstå, analysere, anvende og lage algoritmer

Perspektiv

- Vi vil fokusere på å forstå, analysere, anvende og lage algoritmer
- Vi vil bygge forståelse ved å studere, og helst implementere, mange eksempler

Perspektiv

- Vi vil fokusere på å forstå, analysere, anvende og lage algoritmer
- Vi vil bygge forståelse ved å studere, og helst implementere, mange eksempler
- Vi vil analysere dem i form av å forutsi hvor effektive de er

Perspektiv

- Vi vil fokusere på å forstå, analysere, anvende og lage algoritmer
- Vi vil bygge forståelse ved å studere, og helst implementere, mange eksempler
- Vi vil analysere dem i form av å forutsi hvor effektive de er
- Dere vil anvende algoritmer når dere løser oppgaver

Perspektiv

- Vi vil fokusere på å forstå, analysere, anvende og lage algoritmer
- Vi vil bygge forståelse ved å studere, og helst implementere, mange eksempler
- Vi vil analysere dem i form av å forutsi hvor effektive de er
- Dere vil anvende algoritmer når dere løser oppgaver
  - da må dere finne en algoritme som løser problemet

Perspektiv

- Vi vil fokusere på å forstå, analysere, anvende og lage algoritmer
- Vi vil bygge forståelse ved å studere, og helst implementere, mange eksempler
- Vi vil analysere dem i form av å forutsi hvor effektive de er
- Dere vil anvende algoritmer når dere løser oppgaver
  - da må dere finne en algoritme som løser problemet
- Ofte vil dere ikke finne algoritmen dere leter etter, og dere må lage den selv

Perspektiv

- Vi vil fokusere på å forstå, analysere, anvende og lage algoritmer
- Vi vil bygge forståelse ved å studere, og helst implementere, mange eksempler
- Vi vil analysere dem i form av å forutsi hvor effektive de er
- Dere vil anvende algoritmer når dere løser oppgaver
  - da må dere finne en algoritme som løser problemet
- Ofte vil dere ikke finne algoritmen dere leter etter, og dere må lage den selv
  - da gjelder det å studere *lignende* problemer

Perspektiv

- Vi vil fokusere på å forstå, analysere, anvende og lage algoritmer
- Vi vil bygge forståelse ved å studere, og helst implementere, mange eksempler
- Vi vil analysere dem i form av å forutsi hvor effektive de er
- Dere vil anvende algoritmer når dere løser oppgaver
  - da må dere finne en algoritme som løser problemet
- Ofte vil dere ikke finne algoritmen dere leter etter, og dere må lage den selv
  - da gjelder det å studere *lignende* problemer
  - eller løse et enklere problem først

Noen råd

- Vær en god medstudent

Noen råd

- Vær en god medstudent
- Dra på gruppetimer

Noen råd

- Vær en god medstudent
- Dra på gruppetimer
- Skriv *litt* kode hver dag

Noen råd

- Vær en god medstudent
- Dra på gruppetimer
- Skriv *litt* kode hver dag
- Finn på egne oppgaver

Noen råd

- Vær en god medstudent
- Dra på gruppetimer
- Skriv *litt* kode hver dag
- Finn på egne oppgaver
- Gjør en av disse om til din nye hobby

Noen råd

- Vær en god medstudent
- Dra på gruppetimer
- Skriv *litt* kode hver dag
- Finn på egne oppgaver
- Gjør en av disse om til din nye hobby
  - `https://open.kattis.com/`

Noen råd

- Vær en god medstudent
- Dra på gruppetimer
- Skriv *litt* kode hver dag
- Finn på egne oppgaver
- Gjør en av disse om til din nye hobby
  - `https://open.kattis.com/`
  - `https://leetcode.com/`

Noen råd

- Vær en god medstudent
- Dra på gruppetimer
- Skriv *litt* kode hver dag
- Finn på egne oppgaver
- Gjør en av disse om til din nye hobby
  - `https://open.kattis.com/`
  - `https://leetcode.com/`
  - `https://projecteuler.net/`

Noen råd

- Vær en god medstudent
- Dra på gruppetimer
- Skriv *litt* kode hver dag
- Finn på egne oppgaver
- Gjør en av disse om til din nye hobby
  - `https://open.kattis.com/`
  - `https://leetcode.com/`
  - `https://projecteuler.net/`
  - `https://cses.fi/problemset/`

Undervisningstilbud

- Forelesninger onsdager kl. 14:15

Undervisningstilbud

- Forelesninger onsdager kl. 14:15
  - Videoene fra høsten 2020 kan brukes som ekstra læringsressurser

Undervisningstilbud

- Forelesninger onsdager kl. 14:15
  - Videoene fra høsten 2020 kan brukes som ekstra læringsressurser
  - Opptak vil publiseres

Undervisningstilbud

- Forelesninger onsdager kl. 14:15
  - Videoene fra høsten 2020 kan brukes som ekstra læringsressurser
  - Opptak vil publiseres
- Fellesøvelser mandager kl. 16:15

Undervisningstilbud

- Forelesninger onsdager kl. 14:15
  - Videoene fra høsten 2020 kan brukes som ekstra læringsressurser
  - Opptak vil publiseres
- Fellesøvelser mandager kl. 16:15
  - Live-koding, oppgaveløsning og moro!

Undervisningstilbud

- Forelesninger onsdager kl. 14:15
  - Videoene fra høsten 2020 kan brukes som ekstra læringsressurser
  - Opptak vil publiseres
- Fellesøvelser mandager kl. 16:15
  - Live-koding, oppgaveløsning og moro!
  - Opptak vil publiseres

Undervisningstilbud

- Forelesninger onsdager kl. 14:15
  - Videoene fra høsten 2020 kan brukes som ekstra læringsressurser
  - Opptak vil publiseres
- Fellesøvelser mandager kl. 16:15
  - Live-koding, oppgaveløsning og moro!
  - Opptak vil publiseres
- Det er ukentlige gruppetimer

Undervisningstilbud

- Forelesninger onsdager kl. 14:15
  - Videoene fra høsten 2020 kan brukes som ekstra læringsressurser
  - Opptak vil publiseres
- Fellesøvelser mandager kl. 16:15
  - Live-koding, oppgaveløsning og moro!
  - Opptak vil publiseres
- Det er ukentlige gruppetimer
  - Vi har en gjeng med 13 enestående gruppelærere og rettere

Undervisningstilbud

- Forelesninger onsdager kl. 14:15
  - Videoene fra høsten 2020 kan brukes som ekstra læringsressurser
  - Opptak vil publiseres
- Fellesøvelser mandager kl. 16:15
  - Live-koding, oppgaveløsning og moro!
  - Opptak vil publiseres
- Det er ukentlige gruppetimer
  - Vi har en gjeng med 13 enestående gruppelærere og rettere
- Det er to lab-timer der dere kan jobbe med oppgaver

Én obligatorisk innlevering

- Det vil være fem innleveringer

Én obligatorisk innlevering

- Det vil være fem innleveringer
- Kun den siste innleveringen er obligatorisk

Én obligatorisk innlevering

- Det vil være fem innleveringer
- Kun den siste innleveringen er obligatorisk
- Den obligatoriske innleveringen vil bestå av et utvalg av oppgaver fra de frivillige innleveringene

Én obligatorisk innlevering

- Det vil være fem innleveringer
- Kun den siste innleveringen er obligatorisk
- Den obligatoriske innleveringen vil bestå av et utvalg av oppgaver fra de frivillige innleveringene
- Den første innleveringen er publisert, og har frist tirsdag neste uke

Én obligatorisk innlevering

- Det vil være fem innleveringer
- Kun den siste innleveringen er obligatorisk
- Den obligatoriske innleveringen vil bestå av et utvalg av oppgaver fra de frivillige innleveringene
- Den første innleveringen er publisert, og har frist tirsdag neste uke
- Vi vil arrangere samretting

Én obligatorisk innlevering

- Det vil være fem innleveringer
- Kun den siste innleveringen er obligatorisk
- Den obligatoriske innleveringen vil bestå av et utvalg av oppgaver fra de frivillige innleveringene
- Den første innleveringen er publisert, og har frist tirsdag neste uke
- Vi vil arrangere samretting
- Det er tillatt – og du oppfordres til – å *levere i grupper på inntil tre* personer

Innleveringer

- Hensikten med innleveringene er å hjelpe deg med å jobbe jevnt, gi deg et visst inntrykk av egen progresjon og en mulighet til å få verdifull tilbakemelding

Innleveringer

- Hensikten med innleveringene er å hjelpe deg med å jobbe jevnt, gi deg et visst inntrykk av egen progresjon og en mulighet til å få verdifull tilbakemelding
- En som kjenner faget godt vil lese og gi deg tilbakemelding på arbeidet ditt

Innleveringer

- Hensikten med innleveringene er å hjelpe deg med å jobbe jevnt, gi deg et visst inntrykk av egen progresjon og en mulighet til å få verdifull tilbakemelding
- En som kjenner faget godt vil lese og gi deg tilbakemelding på arbeidet ditt
- Dersom du ikke leverer de frivillige innleveringene tolker vi deg slik:

Innleveringer

- Hensikten med innleveringene er å hjelpe deg med å jobbe jevnt, gi deg et visst inntrykk av egen progresjon og en mulighet til å få verdifull tilbakemelding
- En som kjenner faget godt vil lese og gi deg tilbakemelding på arbeidet ditt
- Dersom du ikke leverer de frivillige innleveringene tolker vi deg slik:

> *Jeg velger å la være å levere. Ved å la være å levere forstår jeg at jeg frasier meg det som regnes som et helt essensielt undervisningstilbud for de fleste studenter. Jeg skjønner at ved å trosse dette rådet, så påtar jeg meg selv et større ansvar for å oppnå ønsket progresjon i emnet.*

Hvorfor levere

- Å få en som kjenner faget godt til å lese over arbeidet ditt er et stort privilegium

Hvorfor levere

- Å få en som kjenner faget godt til å lese over arbeidet ditt er et stort privilegium
- Oppgavene er gode, lærerike og hjelper deg mestre faget og eksamen

Hvorfor levere

- Å få en som kjenner faget godt til å lese over arbeidet ditt er et stort privilegium
- Oppgavene er gode, lærerike og hjelper deg mestre faget og eksamen
- I 2022 hadde vi to frivillige innleveringer, en på begynnelsen av semesteret og en på slutten av semesteret:

Hvorfor levere

- Å få en som kjenner faget godt til å lese over arbeidet ditt er et stort privilegium
- Oppgavene er gode, lærerike og hjelper deg mestre faget og eksamen
- I 2022 hadde vi to frivillige innleveringer, en på begynnelsen av semesteret og en på slutten av semesteret:
  - Omtrent halvparten gjorde den første innleveringen

Hvorfor levere

- Å få en som kjenner faget godt til å lese over arbeidet ditt er et stort privilegium
- Oppgavene er gode, lærerike og hjelper deg mestre faget og eksamen
- I 2022 hadde vi to frivillige innleveringer, en på begynnelsen av semesteret og en på slutten av semesteret:
  - Omtrent halvparten gjorde den første innleveringen
  - Blant de som leverte den første innleveringen var det

Hvorfor levere

- Å få en som kjenner faget godt til å lese over arbeidet ditt er et stort privilegium
- Oppgavene er gode, lærerike og hjelper deg mestre faget og eksamen
- I 2022 hadde vi to frivillige innleveringer, en på begynnelsen av semesteret og en på slutten av semesteret:
  - Omtrent halvparten gjorde den første innleveringen
  - Blant de som leverte den første innleveringen var det
    - over dobbelt så mange som fikk A

Hvorfor levere

- Å få en som kjenner faget godt til å lese over arbeidet ditt er et stort privilegium
- Oppgavene er gode, lærerike og hjelper deg mestre faget og eksamen
- I 2022 hadde vi to frivillige innleveringer, en på begynnelsen av semesteret og en på slutten av semesteret:
  - Omtrent halvparten gjorde den første innleveringen
  - Blant de som leverte den første innleveringen var det
    - over dobbelt så mange som fikk A
    - ca. dobbelt så mange som fikk B

Hvorfor levere

- Å få en som kjenner faget godt til å lese over arbeidet ditt er et stort privilegium
- Oppgavene er gode, lærerike og hjelper deg mestre faget og eksamen
- I 2022 hadde vi to frivillige innleveringer, en på begynnelsen av semesteret og en på slutten av semesteret:
  - Omtrent halvparten gjorde den første innleveringen
  - Blant de som leverte den første innleveringen var det
    - over dobbelt så mange som fikk A
    - ca. dobbelt så mange som fikk B
  - Blant de som *ikke* leverte den første frivillige innleveringen var det

Hvorfor levere

- Å få en som kjenner faget godt til å lese over arbeidet ditt er et stort privilegium
- Oppgavene er gode, lærerike og hjelper deg mestre faget og eksamen
- I 2022 hadde vi to frivillige innleveringer, en på begynnelsen av semesteret og en på slutten av semesteret:
  - Omtrent halvparten gjorde den første innleveringen
  - Blant de som leverte den første innleveringen var det
    - over dobbelt så mange som fikk A
    - ca. dobbelt så mange som fikk B
  - Blant de som *ikke* leverte den første frivillige innleveringen var det
    - over dobbelt så mange som strøk

Hvorfor levere

- Å få en som kjenner faget godt til å lese over arbeidet ditt er et stort privilegium
- Oppgavene er gode, lærerike og hjelper deg mestre faget og eksamen
- I 2022 hadde vi to frivillige innleveringer, en på begynnelsen av semesteret og en på slutten av semesteret:
  - Omtrent halvparten gjorde den første innleveringen
  - Blant de som leverte den første innleveringen var det
    - over dobbelt så mange som fikk A
    - ca. dobbelt så mange som fikk B
  - Blant de som *ikke* leverte den første frivillige innleveringen var det
    - over dobbelt så mange som strøk
    - ca. dobbelt så mange som fikk E

Hvorfor levere

- Å få en som kjenner faget godt til å lese over arbeidet ditt er et stort privilegium
- Oppgavene er gode, lærerike og hjelper deg mestre faget og eksamen
- I 2022 hadde vi to frivillige innleveringer, en på begynnelsen av semesteret og en på slutten av semesteret:
  - Omtrent halvparten gjorde den første innleveringen
  - Blant de som leverte den første innleveringen var det
    - over dobbelt så mange som fikk A
    - ca. dobbelt så mange som fikk B
  - Blant de som *ikke* leverte den første frivillige innleveringen var det
    - over dobbelt så mange som strøk
    - ca. dobbelt så mange som fikk E
  - Det var bare rundt 10% prosent som leverte den siste frivillige innleveringen

Hvorfor levere

- Å få en som kjenner faget godt til å lese over arbeidet ditt er et stort privilegium
- Oppgavene er gode, lærerike og hjelper deg mestre faget og eksamen
- I 2022 hadde vi to frivillige innleveringer, en på begynnelsen av semesteret og en på slutten av semesteret:
  - Omtrent halvparten gjorde den første innleveringen
  - Blant de som leverte den første innleveringen var det
    - over dobbelt så mange som fikk A
    - ca. dobbelt så mange som fikk B
  - Blant de som *ikke* leverte den første frivillige innleveringen var det
    - over dobbelt så mange som strøk
    - ca. dobbelt så mange som fikk E
  - Det var bare rundt 10% prosent som leverte den siste frivillige innleveringen
    - Blant dem var den vanligste karakteren B

Hvorfor levere

- Å få en som kjenner faget godt til å lese over arbeidet ditt er et stort privilegium
- Oppgavene er gode, lærerike og hjelper deg mestre faget og eksamen
- I 2022 hadde vi to frivillige innleveringer, en på begynnelsen av semesteret og en på slutten av semesteret:
  - Omtrent halvparten gjorde den første innleveringen
  - Blant de som leverte den første innleveringen var det
    - over dobbelt så mange som fikk A
    - ca. dobbelt så mange som fikk B
  - Blant de som *ikke* leverte den første frivillige innleveringen var det
    - over dobbelt så mange som strøk
    - ca. dobbelt så mange som fikk E
  - Det var bare rundt 10% prosent som leverte den siste frivillige innleveringen
    - Blant dem var den vanligste karakteren B
    - De sto for nesten halvparten av dem som fikk A

Ukeplan

Dette er en omtrentlig kjøreplan for semesteret.

Uke	Tema
34	Introduksjon, abstrakte datatyper, binærsøk og kjøretidskompleksitet

Ukeplan

Dette er en omtrentlig kjøreplan for semesteret.

Uke	Tema
34	Introduksjon, abstrakte datatyper, binærsøk og kjøretidskompleksitet
35	Trær, Binære søketrær og Balanserte Søketrær

Ukeplan

Dette er en omtrentlig kjøreplan for semesteret.

Uke	Tema
34	Introduksjon, abstrakte datatyper, binærsøk og kjøretidskompleksitet
35	Trær, Binære søketrær og Balanserte Søketrær
36	Prioritetskøer, Heaps og Huffman-koding

Ukeplan

Dette er en omtrentlig kjøreplan for semesteret.

Uke	Tema
34	Introduksjon, abstrakte datatyper, binærsøk og kjøretidskompleksitet
35	Trær, Binære søketrær og Balanserte Søketrær
36	Prioritetskøer, Heaps og Huffman-koding
37	Sortering

Ukeplan

Dette er en omtrentlig kjøreplan for semesteret.

Uke	Tema
34	Introduksjon, abstrakte datatyper, binærsøk og kjøretidskompleksitet
35	Trær, Binære søketrær og Balanserte Søketrær
36	Prioritetskøer, Heaps og Huffman-koding
37	Sortering
38	Grafer: Representasjon, traversering og topologisk sortering

Ukeplan

Dette er en omtrentlig kjøreplan for semesteret.

Uke	Tema
34	Introduksjon, abstrakte datatyper, binærsøk og kjøretidskompleksitet
35	Trær, Binære søketrær og Balanserte Søketrær
36	Prioritetskøer, Heaps og Huffman-koding
37	Sortering
38	Grafer: Representasjon, traversering og topologisk sortering
39	Grafer: Korteste vei og minimale spenntrær

Ukeplan

Dette er en omtrentlig kjøreplan for semesteret.

Uke	Tema
34	Introduksjon, abstrakte datatyper, binærsøk og kjøretidskompleksitet
35	Trær, Binære søketrær og Balanserte Søketrær
36	Prioritetskøer, Heaps og Huffman-koding
37	Sortering
38	Grafer: Representasjon, traversering og topologisk sortering
39	Grafer: Korteste vei og minimale spenntrær
40	Repetisjon

Ukeplan

Dette er en omtrentlig kjøreplan for semesteret.

Uke	Tema
34	Introduksjon, abstrakte datatyper, binærsøk og kjøretidskompleksitet
35	Trær, Binære søketrær og Balanserte Søketrær
36	Prioritetskøer, Heaps og Huffman-koding
37	Sortering
38	Grafer: Representasjon, traversering og topologisk sortering
39	Grafer: Korteste vei og minimale spenntrær
40	Repetisjon
41	Grafer: 2-sammenhengenende grafer og sterkt sammenhengende komponenter

Ukeplan

Dette er en omtrentlig kjøreplan for semesteret.

Uke	Tema
34	Introduksjon, abstrakte datatyper, binærsøk og kjøretidskompleksitet
35	Trær, Binære søketrær og Balanserte Søketrær
36	Prioritetskøer, Heaps og Huffman-koding
37	Sortering
38	Grafer: Representasjon, traversering og topologisk sortering
39	Grafer: Korteste vei og minimale spenntrær
40	Repetisjon
41	Grafer: 2-sammenhengenende grafer og sterkt sammenhengende komponenter
42	Hashing

Ukeplan

Dette er en omtrentlig kjøreplan for semesteret.

Uke	Tema
34	Introduksjon, abstrakte datatyper, binærsøk og kjøretidskompleksitet
35	Trær, Binære søketrær og Balanserte Søketrær
36	Prioritetskøer, Heaps og Huffman-koding
37	Sortering
38	Grafer: Representasjon, traversering og topologisk sortering
39	Grafer: Korteste vei og minimale spenntrær
40	Repetisjon
41	Grafer: 2-sammenhengenende grafer og sterkt sammenhengende komponenter
42	Hashing
43	Litt om kompleksitet

Ukeplan

Dette er en omtrentlig kjøreplan for semesteret.

Uke	Tema
34	Introduksjon, abstrakte datatyper, binærsøk og kjøretidskompleksitet
35	Trær, Binære søketrær og Balanserte Søketrær
36	Prioritetskøer, Heaps og Huffman-koding
37	Sortering
38	Grafer: Representasjon, traversering og topologisk sortering
39	Grafer: Korteste vei og minimale spenntrær
40	Repetisjon
41	Grafer: 2-sammenhengenende grafer og sterkt sammenhengende komponenter
42	Hashing
43	Litt om kompleksitet
⋮	Repetisjon og moro!

Ukeplan

Dette er en omtrentlig kjøreplan for semesteret.

Uke	Tema
34	Introduksjon, abstrakte datatyper, binærsøk og kjøretidskompleksitet
35	Trær, Binære søketrær og Balanserte Søketrær
36	Prioritetskøer, Heaps og Huffman-koding
37	Sortering
38	Grafer: Representasjon, traversering og topologisk sortering
39	Grafer: Korteste vei og minimale spenntrær
40	Repetisjon
41	Grafer: 2-sammenhengenende grafer og sterkt sammenhengende komponenter
42	Hashing
43	Litt om kompleksitet
⋮	Repetisjon og moro!
48	Eksamen 27. november kl. 09:00

Abstrakte datatyper

Abstrakte datatyper

- En abstrakt datatype (ADT) sier om *oppførsel*, men ingenting om implementasjon

Abstrakte datatyper

- En abstrakt datatype (ADT) sier om *oppførsel*, men ingenting om implementasjon
- En abstrakt datatype kan ha flere ulike konkrete implementasjoner

Abstrakte datatyper

- En abstrakt datatype (ADT) sier om *oppførsel*, men ingenting om implementasjon
- En abstrakt datatype kan ha flere ulike konkrete implementasjoner
- En abstrakt datatype realiseres som en konkret *datastruktur*

Abstrakte datatyper

- En abstrakt datatype (ADT) sier om *oppførsel*, men ingenting om implementasjon
- En abstrakt datatype kan ha flere ulike konkrete implementasjoner
- En abstrakt datatype realiseres som en konkret *datastruktur*
- Grensesnitt (`interface`) er Java sin måte å snakke om abstrakte datatyper

Abstrakte datatyper

- En abstrakt datatype (ADT) sier om *oppførsel*, men ingenting om implementasjon
- En abstrakt datatype kan ha flere ulike konkrete implementasjoner
- En abstrakt datatype realiseres som en konkret *datastruktur*
- Grensesnitt (`interface`) er Java sin måte å snakke om abstrakte datatyper
- En stor del av IN2010 handler om å finne *effektive* implementasjoner for noen sentrale abstrakte datatyper

Stack

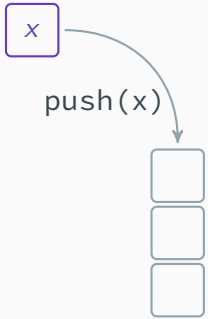
- Legg til elementer på toppen av stacken: `stack.push(x)`

Stack

- Legg til elementer på toppen av stacken: `stack.push(x)`
- Plukk ut elementet som sist ble lagt på stacken: `stack.pop()` $\mapsto x$

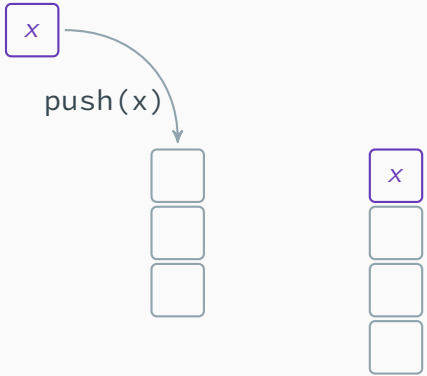
Stack

- Legg til elementer på toppen av stacken: `stack.push(x)`
- Plukk ut elementet som sist ble lagt på stacken: `stack.pop()` $\mapsto x$



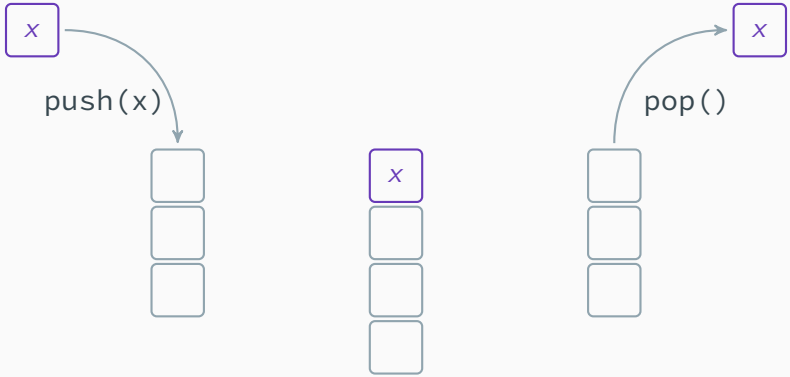
Stack

- Legg til elementer på toppen av stacken: `stack.push(x)`
- Plukk ut elementet som sist ble lagt på stacken: `stack.pop()` $\mapsto x$



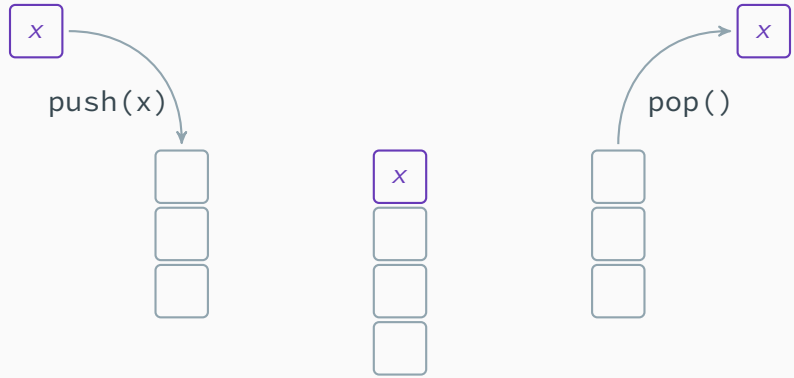
Stack

- Legg til elementer på toppen av stacken: `stack.push(x)`
- Plukk ut elementet som sist ble lagt på stacken: `stack.pop()` $\mapsto x$



Stack

- Legg til elementer på toppen av stacken: `stack.push(x)`
- Plukk ut elementet som sist ble lagt på stacken: `stack.pop()` $\mapsto x$



- Kan for eksempel implementeres med lenkede lister eller dynamisk arrayer

Set

- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne

Set

- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne
  - Sjekke om x forekommer i mengden A: $x \in A$

Set

- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne
  - Sjekke om x forekommer i mengden A: $x \in A$
  - Sett inn i mengden: `Insert(A, x)`

Set

- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne
  - Sjekke om x forekommer i mengden A: $x \in A$
  - Sett inn i mengden: `Insert(A, x)`
  - Fjern et element fra mengden: `Remove(A, x)`

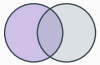
Set

- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne
  - Sjekke om x forekommer i mengden A: $x \in A$
  - Sett inn i mengden: `Insert(A, x)`
  - Fjern et element fra mengden: `Remove(A, x)`
  - Operasjonene union, snitt og differanse:

Set

- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne
  - Sjekke om x forekommer i mengden A: $x \in A$
  - Sett inn i mengden: `Insert(A, x)`
  - Fjern et element fra mengden: `Remove(A, x)`
  - Operasjonene union, snitt og differanse:

$A \cup B$



`Union(A,B)`

Set

- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne
  - Sjekke om x forekommer i mengden A: $x \in A$
  - Sett inn i mengden: `Insert(A, x)`
  - Fjern et element fra mengden: `Remove(A, x)`
  - Operasjonene union, snitt og differanse:

$A \cup B$



`Union(A,B)`

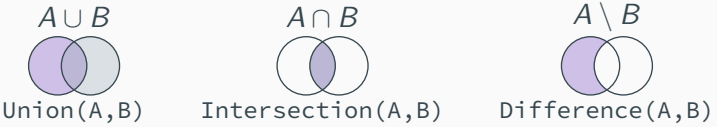
$A \cap B$



`Intersection(A,B)`

Set

- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne
  - Sjekke om x forekommer i mengden A: $x \in A$
  - Sett inn i mengden: `Insert(A, x)`
  - Fjern et element fra mengden: `Remove(A, x)`
  - Operasjonene union, snitt og differanse:



Set

- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne
  - Sjekke om x forekommer i mengden A: $x \in A$
  - Sett inn i mengden: `Insert(A, x)`
  - Fjern et element fra mengden: `Remove(A, x)`
  - Operasjonene union, snitt og differanse:



`Union(A,B)`



`Intersection(A,B)`



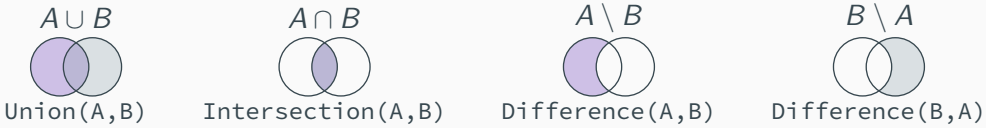
`Difference(A,B)`



`Difference(B,A)`

Set

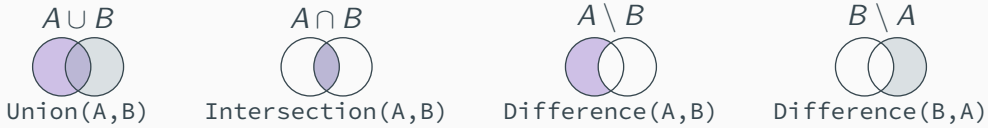
- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne
  - Sjekke om x forekommer i mengden A: $x \in A$
  - Sett inn i mengden: `Insert(A, x)`
  - Fjern et element fra mengden: `Remove(A, x)`
  - Operasjonene union, snitt og differanse:



- Implementeres oftest som ordnede trær (`TreeSet`) eller ved hashing (`HashSet`)

Set

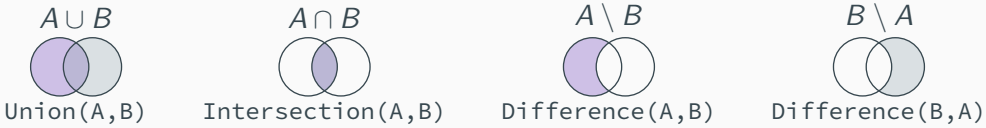
- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne
  - Sjekke om x forekommer i mengden A: $x \in A$
  - Sett inn i mengden: `Insert(A, x)`
  - Fjern et element fra mengden: `Remove(A, x)`
  - Operasjonene union, snitt og differanse:



- Implementeres oftest som ordnede trær (`TreeSet`) eller ved hashing (`HashSet`)
- Hverken rekkefølge eller antall forekomster spiller noen rolle i mengder

Set

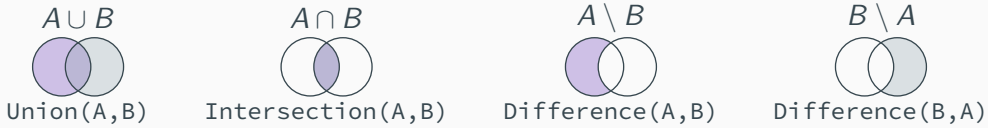
- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne
  - Sjekke om x forekommer i mengden A: $x \in A$
  - Sett inn i mengden: `Insert(A, x)`
  - Fjern et element fra mengden: `Remove(A, x)`
  - Operasjonene union, snitt og differanse:



- Implementeres oftest som ordnede trær (`TreeSet`) eller ved hashing (`HashSet`)
- Hverken rekkefølge eller antall forekomster spiller noen rolle i mengder
- `OrderedSet`

Set

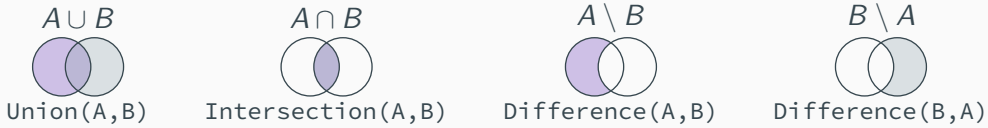
- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne
  - Sjekke om x forekommer i mengden A: $x \in A$
  - Sett inn i mengden: `Insert(A, x)`
  - Fjern et element fra mengden: `Remove(A, x)`
  - Operasjonene union, snitt og differanse:



- Implementeres oftest som ordnede trær (`TreeSet`) eller ved hashing (`HashSet`)
- Hverken rekkefølge eller antall forekomster spiller noen rolle i mengder
- `OrderedSet`
  - Vi forventer å kunne gjøre akkurat de samme operasjonene som på et `Set`

Set

- Den abstrakte datatypen for mengder kalles `Set`, hvor vi forventer å kunne
  - Sjekke om x forekommer i mengden A: $x \in A$
  - Sett inn i mengden: `Insert(A, x)`
  - Fjern et element fra mengden: `Remove(A, x)`
  - Operasjonene union, snitt og differanse:



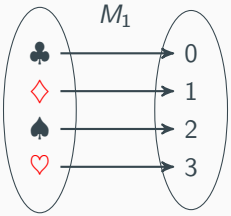
- Implementeres oftest som ordnede trær (`TreeSet`) eller ved hashing (`HashSet`)
- Hverken rekkefølge eller antall forekomster spiller noen rolle i mengder
- `OrderedSet`
  - Vi forventer å kunne gjøre akkurat de samme operasjonene som på et `Set`
  - I tillegg kommer elementene sortert ved iterering

Map

- Et `Map`, eller *ordbok* (`dict`), assosierer en nøkkel med nøyaktig én verdi

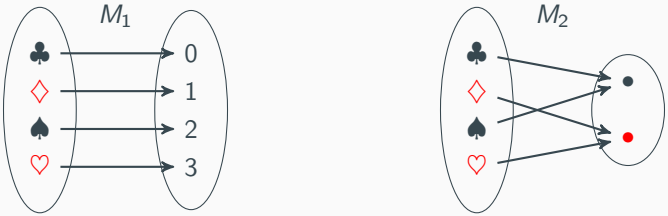
Map

- Et `Map`, eller *ordbok* (`dict`), assosierer en nøkkel med nøyaktig én verdi



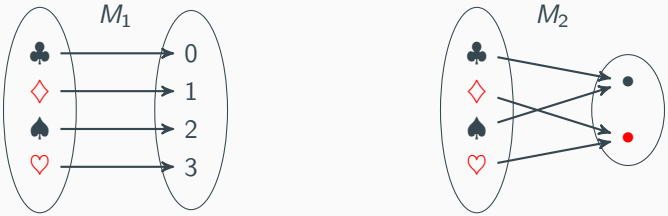
Map

- Et `Map`, eller *ordbok* (`dict`), assosierer en nøkkel med nøyaktig én verdi



Map

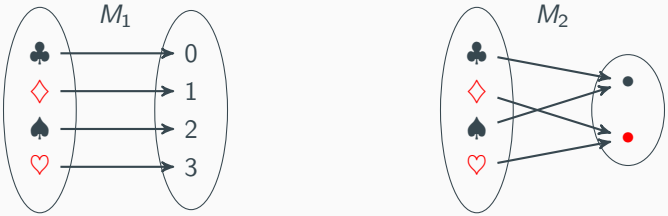
- Et `Map`, eller *ordbok* (`dict`), assosierer en nøkkel med nøyaktig én verdi



- Den abstrakte datatypen for maps krever at vi kan

Map

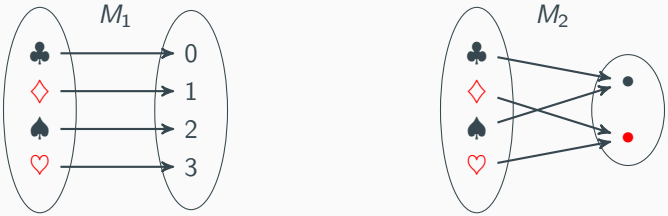
- Et `Map`, eller *ordbok* (`dict`), assosierer en nøkkel med nøyaktig én verdi



- Den abstrakte datatypen for maps krever at vi kan
  - sette inn: M_2.`put`(□, ●)

Map

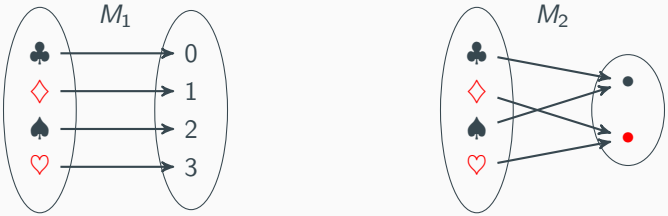
- Et `Map`, eller *ordbok* (`dict`), assosierer en nøkkel med nøyaktig én verdi



- Den abstrakte datatypen for maps krever at vi kan
  - sette inn: M_2.`put`($\square$, $\bullet$)
  - slå opp: M_2.`get`($\square$) $\mapsto \bullet$

Map

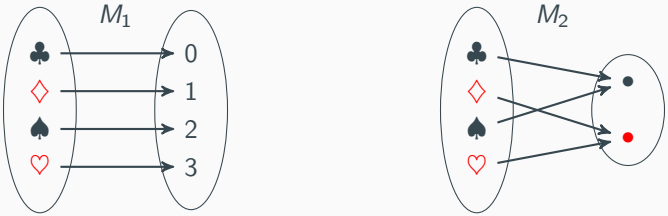
- Et `Map`, eller *ordbok* (`dict`), assosierer en nøkkel med nøyaktig én verdi



- Den abstrakte datatypen for maps krever at vi kan
  - sette inn: M_2.`put`(□, •)
  - slå opp: M_2.`get`(□) $\mapsto$ •
  - slette: M_2.`remove`(□)

Map

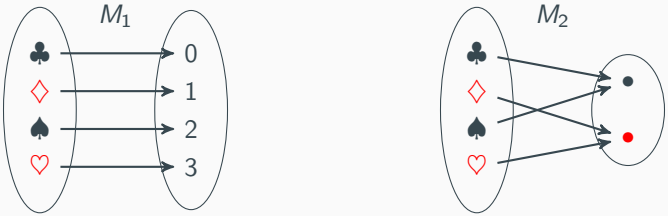
- Et `Map`, eller *ordbok* (`dict`), assosierer en nøkkel med nøyaktig én verdi



- Den abstrakte datatypen for maps krever at vi kan
  - sette inn: M_2.`put`($\square$, $\bullet$)
  - slå opp: M_2.`get`($\square$) $\mapsto \bullet$
  - slette: M_2.`remove`($\square$)
- Implementeres oftest som ordnede trær (`TreeMap`) eller ved hashing (`HashMap`)

Map

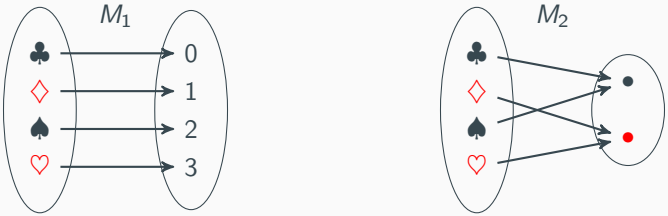
- Et `Map`, eller *ordbok* (`dict`), assosierer en nøkkel med nøyaktig én verdi



- Den abstrakte datatypen for maps krever at vi kan
  - sette inn: M_2.`put`($\square$, $\bullet$)
  - slå opp: M_2.`get`($\square$) $\mapsto \bullet$
  - slette: M_2.`remove`($\square$)
- Implementeres oftest som ordnede trær (`TreeMap`) eller ved hashing (`HashMap`)
- `OrderedMap`

Map

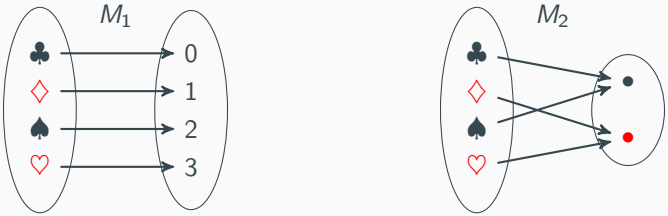
- Et `Map`, eller *ordbok* (`dict`), assosierer en nøkkel med nøyaktig én verdi



- Den abstrakte datatypen for maps krever at vi kan
  - sette inn: M_2.`put`($\square$, $\bullet$)
  - slå opp: M_2.`get`($\square$) $\mapsto \bullet$
  - slette: M_2.`remove`($\square$)
- Implementeres oftest som ordnede trær (`TreeMap`) eller ved hashing (`HashMap`)
- `OrderedMap`
  - Vi forventer å kunne gjøre akkurat de samme operasjonene som på et `Map`

Map

- Et `Map`, eller *ordbok* (`dict`), assosierer en nøkkel med nøyaktig én verdi



- Den abstrakte datatypen for maps krever at vi kan
  - sette inn: M_2.`put`(□, •)
  - slå opp: M_2.`get`(□) $\mapsto$ •
  - slette: M_2.`remove`(□)
- Implementeres oftest som ordnede trær (`TreeMap`) eller ved hashing (`HashMap`)
- `OrderedMap`
  - Vi forventer å kunne gjøre akkurat de samme operasjonene som på et `Map`
  - I tillegg kommer nøklene sortert ved iterering

Litt om pseudokode

Litt om pseudokode

- Vi bruker pseudokode for å formidle algoritmer



Litt om pseudokode

- Vi bruker pseudokode for å formidle algoritmer

Python/Java  Naturlig språk

- Slideren er posisjonert *veldig omtrentlig* der vi ønsker (ta det med en klype salt)

Notasjon

- Notasjonen vi bruker inneholder:

Notasjon

- Notasjonen vi bruker inneholder:
  - Aritmetiske uttrykk $a + b - \frac{c}{2}$

Notasjon

- Notasjonen vi bruker inneholder:
  - Aritmetiske uttrykk $a + b - \frac{c}{2}$
  - Sammenligninger $a \leq b$

Notasjon

- Notasjonen vi bruker inneholder:
  - Aritmetiske uttrykk $a + b - \frac{c}{2}$
  - Sammenligninger $a \leq b$
  - Tilordninger $i \leftarrow 0$

Notasjon

- Notasjonen vi bruker inneholder:
  - Aritmetiske uttrykk $a + b - \frac{c}{2}$
  - Sammenligninger $a \leq b$
  - Tilordninger $i \leftarrow 0$
  - Antall elementer i en datastruktur $|A|$

Notasjon

- Notasjonen vi bruker inneholder:
  - Aritmetiske uttrykk $a + b - \frac{c}{2}$
  - Sammenligninger $a \leq b$
  - Tilordninger $i \leftarrow 0$
  - Antall elementer i en datastruktur $|A|$
  - While-løkker **while** `test` **do** body

Notasjon

- Notasjonen vi bruker inneholder:
  - Aritmetiske uttrykk — $a + b - \frac{c}{2}$
  - Sammenligninger — $a \leq b$
  - Tilordninger — $i \leftarrow 0$
  - Antall elementer i en datastruktur — $|A|$
  - While-løkker — **while** `test` **do** body
  - For-løkker — **for** $i \leftarrow 0$ **to** $n - 1$ **do** body

Notasjon

- Notasjonen vi bruker inneholder:
  - Aritmetiske uttrykk $a + b - \frac{c}{2}$
  - Sammenligninger $a \leq b$
  - Tilordninger $i \leftarrow 0$
  - Antall elementer i en datastruktur $|A|$
  - While-løkker **while** `test` **do** body
  - For-løkker **for** $i \leftarrow 0$ **to** $n - 1$ **do** body
- Pseudokoden vi skriver skal være lett å oversette til et programmeringsspråk

Binærsøk

Søk – spesifikasjon

Algorithm: Søk (spesifikasjon)

`Input:` Et array A og et element x
`Output:` Hvis x er i arrayet A, returner **`true`** ellers **`false`**

Søk – spesifikasjon

ALGORITHM: SØK (SPESIFIKASJON)

`Input:` Et array `A` og et element x
`Output:` Hvis x er i arrayet `A`, returner **`true`** ellers **`false`**

- Dette er en spesifikasjon for en algoritme som avgjør om et element er tilstede i et array eller ikke

Søk – spesifikasjon

Algorithm: Søk (spesifikasjon)

Input: Et array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **`true`** ellers **`false`**

- Dette er en spesifikasjon for en algoritme som avgjør om et element er tilstede i et array eller ikke
- Vi har to input, et array A og et element x

Søk – spesifikasjon

ALGORITHM: SØK (SPESIFIKASJON)

`Input:` Et array `A` og et element x
`Output:` Hvis x er i arrayet `A`, returner **`true`** ellers **`false`**

- Dette er en spesifikasjon for en algoritme som avgjør om et element er tilstede i et array eller ikke
- Vi har to input, et array `A` og et element x
- Output er **`true`** eller **`false`**, avhengig av om x er med i `A` eller ikke

Søk – spesifikasjon

ALGORITHM: SØK (SPESIFIKASJON)

Input: Et array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **`true`** ellers **`false`**

- Dette er en spesifikasjon for en algoritme som avgjør om et element er tilstede i et array eller ikke
- Vi har to input, et array A og et element x
- Output er **`true`** eller **`false`**, avhengig av om x er med i A eller ikke
- En algoritme som *oppfyller spesifikasjonen* må

Søk – spesifikasjon

ALGORITHM: SØK (SPESIFIKASJON)

`Input:` Et array `A` og et element x
`Output:` Hvis x er i arrayet `A`, returner **`true`** ellers **`false`**

- Dette er en spesifikasjon for en algoritme som avgjør om et element er tilstede i et array eller ikke
- Vi har to input, et array `A` og et element x
- Output er **`true`** eller **`false`**, avhengig av om x er med i `A` eller ikke
- En algoritme som *oppfyller spesifikasjonen* må
  - terminere på et endelig antall steg

Søk – spesifikasjon

ALGORITHM: SØK (SPESIFIKASJON)

Input: Et array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **`true`** ellers **`false`**

- Dette er en spesifikasjon for en algoritme som avgjør om et element er tilstede i et array eller ikke
- Vi har to input, et array A og et element x
- Output er **`true`** eller **`false`**, avhengig av om x er med i A eller ikke
- En algoritme som *oppfyller spesifikasjonen* må
  - terminere på et endelig antall steg
  - gi riktig svar uansett hva A og x er

Rett-frem søk – implementasjon

ALGORITHM: RETT FREM SØK

Input: Et array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

Rett-frem søk – implementasjon

ALGORITHM: RETT FREM SØK

Input: Et array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure Search(A, x)
```

Rett-frem søk – implementasjon

ALGORITHM: RETT FREM SØK

Input: Et array A og et element x

Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure Search(A, x)
2     for i ← 0 to |A| − 1 do
```

Rett-frem søk – implementasjon

ALGORITHM: RETT FREM SØK

Input: Et array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure Search(A, x)
2     for i ← 0 to |A| − 1 do
3         if A[i] = x then
4             return true
```

Rett-frem søk – implementasjon

Algorithm: Rett frem søk

Input: Et array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure Search(A, x)
2     for i ← 0 to |A| − 1 do
3         if A[i] = x then
4             return true
5     return false
```

Rett-frem søk – implementasjon

ALGORITHM: RETT FREM SØK

Input: Et array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure Search(A, x)
2     for i ← 0 to |A| − 1 do
3         if A[i] = x then
4             return true
5     return false
```

- Denne algoritmen oppfyller spesifikasjonen fra forrige slide

Rett-frem søk – implementasjon

ALGORITHM: RETT FREM SØK

Input: Et array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure Search(A, x)
2     for i ← 0 to |A| − 1 do
3         if A[i] = x then
4             return true
5     return false
```

- Denne algoritmen oppfyller spesifikasjonen fra forrige slide
- I *verste tilfelle* må vi løpe gjennom hele arrayet

Rett-frem søk – implementasjon

ALGORITHM: RETT FREM SØK

Input: Et array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure Search(A, x)
2     for i ← 0 to |A| − 1 do
3         if A[i] = x then
4             return true
5     return false
```

- Denne algoritmen oppfyller spesifikasjonen fra forrige slide
- I *verste tilfelle* må vi løpe gjennom hele arrayet
  - Det vil si vi må gjøre $|A|$ sammenligninger

Rett-frem søk – implementasjon

ALGORITHM: RETT FREM SØK

Input: Et array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure Search(A, x)
2     for i ← 0 to |A| − 1 do
3         if A[i] = x then
4             return true
5     return false
```

- Denne algoritmen oppfyller spesifikasjonen fra forrige slide
- I *verste tilfelle* må vi løpe gjennom hele arrayet
  - Det vil si vi må gjøre $|A|$ sammenligninger
  - Her angir $|A|$ størrelsen på A

Rett-frem søk – implementasjon

ALGORITHM: RETT FREM SØK

Input: Et array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure Search(A, x)
2     for i ← 0 to |A| − 1 do
3         if A[i] = x then
4             return true
5     return false
```

- Denne algoritmen oppfyller spesifikasjonen fra forrige slide
- I *verste tilfelle* må vi løpe gjennom hele arrayet
  - Det vil si vi må gjøre $|A|$ sammenligninger
  - Her angir $|A|$ størrelsen på A
  - Vi bruker 0-indekserte arrayer

Rett-frem søk – implementasjon

Algorithm: Rett frem søk

Input: Et array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure Search(A, x)
2     for i ← 0 to |A| − 1 do
3         if A[i] = x then
4             return true
5     return false
```

- Denne algoritmen oppfyller spesifikasjonen fra forrige slide
- I *verste tilfelle* må vi løpe gjennom hele arrayet
  - Det vil si vi må gjøre $|A|$ sammenligninger
  - Her angir $|A|$ størrelsen på A
  - Vi bruker 0-indekserte arrayer
  - (Merk at boken bruker 1-indekserte arrayer)

Binærsøk – spesifikasjon

Algorithm: Binærsøk (spesifikasjon)

Input: Et ordnet array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **`true`** ellers **`false`**

Binærsøk – spesifikasjon

Algorithm: Binærsøk (spesifikasjon)

Input: Et ordnet array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **`true`** ellers **`false`**

- Merk ordet *ordnet*

Binærsøk – spesifikasjon

ALGORITHM: BINÆRSØK (SPESIFIKASJON)

`Input:` Et ordnet array `A` og et element x
`Output:` Hvis x er i arrayet `A`, returner **`true`** ellers **`false`**

- Merk ordet *ordnet*
- Det vil si at hvis $0 \leq i \leq j < |\texttt{A}|$, så $\texttt{A[i]} \leq \texttt{A[j]}$

Binærsøk – spesifikasjon

ALGORITHM: BINÆRSØK (SPESIFIKASJON)

Input: Et ordnet array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

- Merk ordet *ordnet*
- Det vil si at hvis $0 \leq i \leq j < |\texttt{A}|$, så `A[i]` $\leq$ `A[j]`
- Et rett-frem søk (som på forrige slide) vil fungere fint!

Binærsøk – spesifikasjon

ALGORITHM: BINÆRSØK (SPESIFIKASJON)

Input: Et ordnet array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

- Merk ordet *ordnet*
- Det vil si at hvis $0 \leq i \leq j < |\texttt{A}|$, så `A[i]` $\leq$ `A[j]`
- Et rett-frem søk (som på forrige slide) vil fungere fint!
- Ved å anta at arrayet er ordnet, kan vi finne på noe mye lurere

Binærsøk – idé

- Vi bruker samme idé som du helt naturlig ville brukt, dersom du skal slå opp et navn i en ordliste

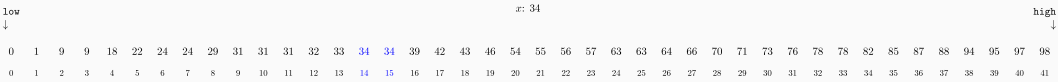
Binærsøk – idé

- Vi bruker samme idé som du helt naturlig ville brukt, dersom du skal slå opp et navn i en ordliste
- Utfordringen er å formulere dette som en presis algoritme

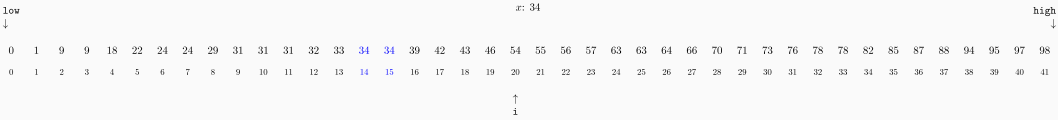
Binærsøk – idé

- Vi bruker samme idé som du helt naturlig ville brukt, dersom du skal slå opp et navn i en ordliste
- Utfordringen er å formulere dette som en presis algoritme
  - Altså oversette fremgangsmåten din til entydige steg

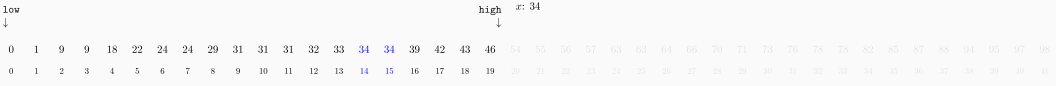
Binærsøk – eksempel 1



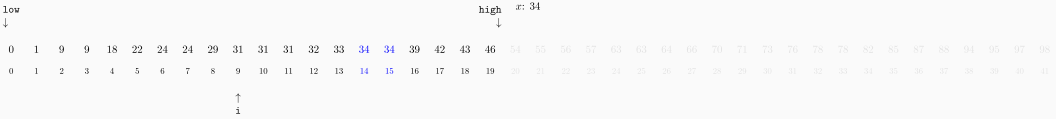
Binærsøk – eksempel 1



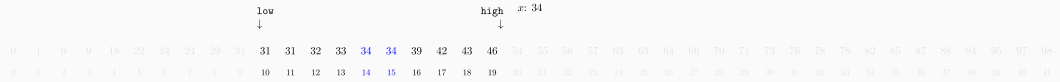
Binærsøk – eksempel 1



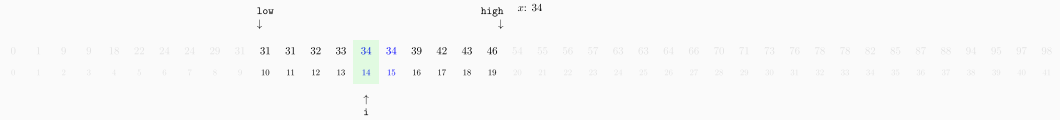
Binærsøk – eksempel 1



Binærsøk – eksempel 1



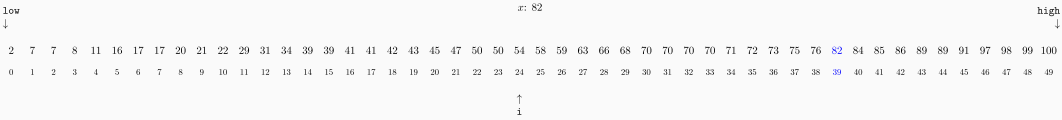
Binærsøk – eksempel 1



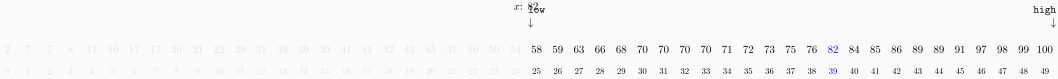
Binærsøk – eksempel 2



Binærsøk – eksempel 2



Binærsøk – eksempel 2



Binærsøk – eksempel 2



Binærsøk – eksempel 2



Binærsøk – eksempel 2



Binærsøk – eksempel 2



Binærsøk – eksempel 2



Binærsøk – eksempel 2



Binærsøk – eksempel 2



Binærsøk – eksempel 2



Binærsøk – eksempel 2



Binærsøk – implementasjon

ALGORITHM: BINÆRSØK

Input: Et ordnet array `A` og et element x
Output: Hvis x er i arrayet `A`, returner **`true`** ellers **`false`**

```
1 Procedure BinarySearch(A, x)
```

Binærsøk – implementasjon

ALGORITHM: BINÆRSØK

Input: Et ordnet array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure BinarySearch(A, x)
2     low ← 0
3     high ← |A| − 1
```

Binærsøk – implementasjon

ALGORITHM: BINÆRSØK

Input: Et ordnet array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure BinarySearch(A, x)
2     low ← 0
3     high ← |A| − 1
4     while low ≤ high do
```

Binærsøk – implementasjon

ALGORITHM: BINÆRSØK

Input: Et ordnet array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure BinarySearch(A, x)
2     low ← 0
3     high ← |A| − 1
4     while low ≤ high do
5         i ← ⌊(low+high)/2⌋
```

Binærsøk – implementasjon

ALGORITHM: BINÆRSØK

Input: Et ordnet array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure BinarySearch(A, x)
2     low ← 0
3     high ← |A| − 1
4     while low ≤ high do
5         i ← ⌊(low+high)/2⌋
6         if A[i] = x then
7             return true
```

Binærsøk – implementasjon

ALGORITHM: BINÆRSØK

Input: Et ordnet array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1 Procedure BinarySearch(A, x)
2     low ← 0
3     high ← |A| − 1
4     while low ≤ high do
5         i ← ⌊(low+high)/2⌋
6         if A[i] = x then
7             return true
8         else if A[i] < x then
9             low ← i + 1
```

Binærsøk – implementasjon

ALGORITHM: BINÆRSØK

Input: Et ordnet array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1  Procedure BinarySearch(A, x)
2      low ← 0
3      high ← |A| − 1
4      while low ≤ high do
5          i ← ⌊(low+high)/2⌋
6          if A[i] = x then
7              return true
8          else if A[i] < x then
9              low ← i + 1
10         else if A[i] > x then
11             high ← i − 1
```

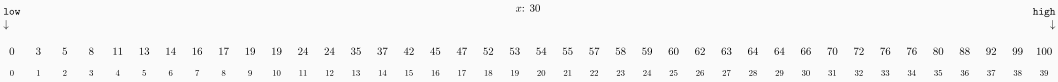
Binærsøk – implementasjon

ALGORITHM: BINÆRSØK

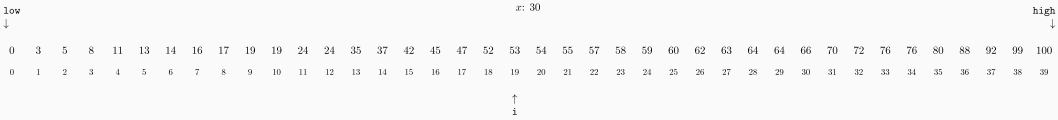
Input: Et ordnet array A og et element x
Output: Hvis x er i arrayet A, returner **true** ellers **false**

```
1  Procedure BinarySearch(A, x)
2      low ← 0
3      high ← |A| − 1
4      while low ≤ high do
5          i ← ⌊(low+high)/2⌋
6          if A[i] = x then
7              return true
8          else if A[i] < x then
9              low ← i + 1
10         else if A[i] > x then
11             high ← i − 1
12     return false
```

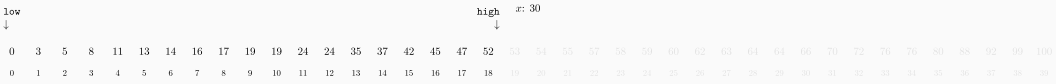
Binærsøk – eksempel 3



Binærsøk – eksempel 3



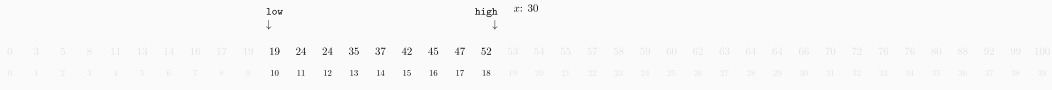
Binærsøk – eksempel 3



Binærsøk – eksempel 3



Binærsøk – eksempel 3



Binærsøk – eksempel 3



Binærsøk – eksempel 3



Binærsøk – eksempel 3



Binærsøk – eksempel 3



Binærsøk – eksempel 3



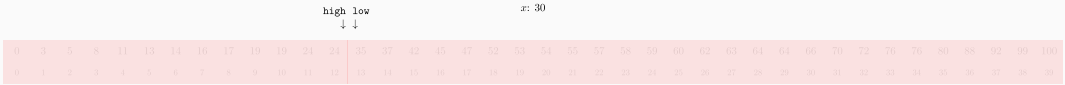
Binærsøk – eksempel 3



Binærsøk – eksempel 3



Binærsøk – eksempel 3



Introduksjon til kjøretidskompleksitet

Noe mer presist enn raskt

- Det er vanskelig å si om et program er *raskt* eller ikke

Noe mer presist enn raskt

- Det er vanskelig å si om et program er *raskt* eller ikke
- Hvordan skiller vi mellom hastigheten til programmet og til maskinen det kjører på?

Noe mer presist enn raskt

- Det er vanskelig å si om et program er *raskt* eller ikke
- Hvordan skiller vi mellom hastigheten til programmet og til maskinen det kjører på?
  - Det *samme programmet* kjører mye tregere på en gammel datamaskin enn en ny

Noe mer presist enn raskt

- Det er vanskelig å si om et program er *raskt* eller ikke
- Hvordan skiller vi mellom hastigheten til programmet og til maskinen det kjører på?
  - Det *samme programmet* kjører mye tregere på en gammel datamaskin enn en ny
- I stedet for å snakke om *hastighet* snakker vi om *effektivitet*

Effektivitet og ytelse

- Vi definerer effektivitet som å *ikke gjøre unødvendig arbeid*

Effektivitet og ytelse

- Vi definerer effektivitet som å *ikke gjøre unødvendig arbeid*
  - En effektiv algoritme er en algoritme som ikke gjør mange unødvendige steg

Effektivitet og ytelse

- Vi definerer effektivitet som å *ikke gjøre unødvendig arbeid*
  - En effektiv algoritme er en algoritme som ikke gjør mange unødvendige steg
- Vi definerer ytelse som *å utføre arbeidet raskt*

Effektivitet og ytelse

- Vi definerer effektivitet som å *ikke gjøre unødvendig arbeid*
  - En effektiv algoritme er en algoritme som ikke gjør mange unødvendige steg
- Vi definerer ytelse som *å utføre arbeidet raskt*
  - En algoritme kan ikke ha god ytelse i seg selv

Effektivitet og ytelse

- Vi definerer effektivitet som å *ikke gjøre unødvendig arbeid*
  - En effektiv algoritme er en algoritme som ikke gjør mange unødvendige steg
- Vi definerer ytelse som *å utføre arbeidet raskt*
  - En algoritme kan ikke ha god ytelse i seg selv
  - Den kan gi opphav til god ytelse under ulike omstendigheter

Effektivitet og ytelse

- Vi definerer effektivitet som å *ikke gjøre unødvendig arbeid*
  - En effektiv algoritme er en algoritme som ikke gjør mange unødvendige steg
- Vi definerer ytelse som *å utføre arbeidet raskt*
  - En algoritme kan ikke ha god ytelse i seg selv
  - Den kan gi opphav til god ytelse under ulike omstendigheter
- I dette kurset bryr vi oss primært om effektivitet, og lite om ytelse

Effektivitet og ytelse

- Vi definerer effektivitet som å *ikke gjøre unødvendig arbeid*
  - En effektiv algoritme er en algoritme som ikke gjør mange unødvendige steg
- Vi definerer ytelse som *å utføre arbeidet raskt*
  - En algoritme kan ikke ha god ytelse i seg selv
  - Den kan gi opphav til god ytelse under ulike omstendigheter
- I dette kurset bryr vi oss primært om effektivitet, og lite om ytelse
  - Det er fordi en effektiv løsning er effektiv for alltid

Effektivitet og ytelse

- Vi definerer effektivitet som å *ikke gjøre unødvendig arbeid*
  - En effektiv algoritme er en algoritme som ikke gjør mange unødvendige steg
- Vi definerer ytelse som *å utføre arbeidet raskt*
  - En algoritme kan ikke ha god ytelse i seg selv
  - Den kan gi opphav til god ytelse under ulike omstendigheter
- I dette kurset bryr vi oss primært om effektivitet, og lite om ytelse
  - Det er fordi en effektiv løsning er effektiv for alltid
  - For å snakke om ytelse trenger vi vite alt om maskinvaren, kompilatoren, temperaturen i rommet, og så videre…

Kompleksitet

- Kompleksiteten til en algoritme defineres av hvor mye ressurser den bruker

Kompleksitet

- Kompleksiteten til en algoritme defineres av hvor mye ressurser den bruker
- De viktigste ressursene er

Kompleksitet

- Kompleksiteten til en algoritme defineres av hvor mye ressurser den bruker
- De viktigste ressursene er
  - Tid

Kompleksitet

- Kompleksiteten til en algoritme defineres av hvor mye ressurser den bruker
- De viktigste ressursene er
  - Tid
  - Minne

Kompleksitet

- Kompleksiteten til en algoritme defineres av hvor mye ressurser den bruker
- De viktigste ressursene er
  - Tid
  - Minne
- Kompleksitet defineres *relativt til størrelsen på input*

Kompleksitet

- Kompleksiteten til en algoritme defineres av hvor mye ressurser den bruker
- De viktigste ressursene er
  - Tid
  - Minne
- Kompleksitet defineres *relativt til størrelsen på input*
- Tid måles i antall steg algoritmen bruker i forhold til hvor stort input er

Kompleksitet

- Kompleksiteten til en algoritme defineres av hvor mye ressurser den bruker
- De viktigste ressursene er
  - Tid
  - Minne
- Kompleksitet defineres *relativt til størrelsen på input*
- Tid måles i antall steg algoritmen bruker i forhold til hvor stort input er
  - Vi kaller dette *kjøretidskompleksiteten* til algoritmen

Kompleksitet

- Kompleksiteten til en algoritme defineres av hvor mye ressurser den bruker
- De viktigste ressursene er
  - Tid
  - Minne
- Kompleksitet defineres *relativt til størrelsen på input*
- Tid måles i antall steg algoritmen bruker i forhold til hvor stort input er
  - Vi kaller dette *kjøretidskompleksiteten* til algoritmen
- Minne måles i hvor mange elementer som lagres i samlinger

Kompleksitet

- Kompleksiteten til en algoritme defineres av hvor mye ressurser den bruker
- De viktigste ressursene er
  - Tid
  - Minne
- Kompleksitet defineres *relativt til størrelsen på input*
- Tid måles i antall steg algoritmen bruker i forhold til hvor stort input er
  - Vi kaller dette *kjøretidskompleksiteten* til algoritmen
- Minne måles i hvor mange elementer som lagres i samlinger
- I dette kurset fokuserer vi på kjøretidskompleksitet

Størrelsen av input

- Et input kan være stort eller lite

Størrelsen av input

- Et input kan være stort eller lite
  - Vi kan jobbe med en kort eller lang binærstreng

Størrelsen av input

- Et input kan være stort eller lite
  - Vi kan jobbe med en kort eller lang binærstreng
  - En liste med få eller mange noder

Størrelsen av input

- Et input kan være stort eller lite
  - Vi kan jobbe med en kort eller lang binærstreng
  - En liste med få eller mange noder
  - Et array med få eller mange elementer

Størrelsen av input

- Et input kan være stort eller lite
  - Vi kan jobbe med en kort eller lang binærstreng
  - En liste med få eller mange noder
  - Et array med få eller mange elementer
  - En mengde med få eller mange elementer

Størrelsen av input

- Et input kan være stort eller lite
  - Vi kan jobbe med en kort eller lang binærstreng
  - En liste med få eller mange noder
  - Et array med få eller mange elementer
  - En mengde med få eller mange elementer
  - Et tall med lav eller høy verdi

Størrelsen av input

- Et input kan være stort eller lite
  - Vi kan jobbe med en kort eller lang binærstreng
  - En liste med få eller mange noder
  - Et array med få eller mange elementer
  - En mengde med få eller mange elementer
  - Et tall med lav eller høy verdi
  - ⋮

Størrelsen av input

- Et input kan være stort eller lite
  - Vi kan jobbe med en kort eller lang binærstreng
  - En liste med få eller mange noder
  - Et array med få eller mange elementer
  - En mengde med få eller mange elementer
  - Et tall med lav eller høy verdi
  - ⋮
- Størrelsen på input angis konvensjonelt ved en variabel n

Størrelsen av input

- Et input kan være stort eller lite
  - Vi kan jobbe med en kort eller lang binærstreng
  - En liste med få eller mange noder
  - Et array med få eller mange elementer
  - En mengde med få eller mange elementer
  - Et tall med lav eller høy verdi
  - ⋮
- Størrelsen på input angis konvensjonelt ved en variabel n
  - Merk at det ikke er noe spesielt med n

Telle steg

- Vi anser følgende som *primitive steg*

Telle steg

- Vi anser følgende som *primitive steg*
  - Tilordninger $x \leftarrow 3$

Telle steg

- Vi anser følgende som *primitive steg*
  - Tilordninger $x \leftarrow 3$
  - Aritmetiske operasjoner $a + b$

Telle steg

- Vi anser følgende som *primitive steg*
  - Tilordninger $x \leftarrow 3$
  - Aritmetiske operasjoner $a + b$
  - Sammenligninger $a < b$

Telle steg

- Vi anser følgende som *primitive steg*
  - Tilordninger $x \leftarrow 3$
  - Aritmetiske operasjoner $a + b$
  - Sammenligninger $a < b$
  - Aksessering på index i arrayer `A[i]`

Telle steg

- Vi anser følgende som *primitive steg*
  - Tilordninger $x \leftarrow 3$
  - Aritmetiske operasjoner $a + b$
  - Sammenligninger $a < b$
  - Aksessering på index i arrayer `A[i]`
  - Returnering **`return`** *a*

Telle steg

- Vi anser følgende som *primitive steg*
  - Tilordninger $x \leftarrow 3$
  - Aritmetiske operasjoner $a + b$
  - Sammenligninger $a < b$
  - Aksessering på index i arrayer `A[i]`
  - Returnering **return** a
- De koster alle 1 i tidsbruk

Telle steg

- Vi anser følgende som *primitive steg*
  - Tilordninger $x \leftarrow 3$
  - Aritmetiske operasjoner $a + b$
  - Sammenligninger $a < b$
  - Aksessering på index i arrayer `A[i]`
  - Returnering **`return`** *a*
- De koster alle 1 i tidsbruk
- En **`while`**-løkke arver kostnaden fra testen og kroppen **`while`** `test` **`do`** body

Telle steg

- Vi anser følgende som *primitive steg*
  - Tilordninger $x \leftarrow 3$
  - Aritmetiske operasjoner $a + b$
  - Sammenligninger $a < b$
  - Aksessering på index i arrayer `A[i]`
  - Returnering **`return`** *a*
- De koster alle 1 i tidsbruk
- En **`while`**-løkke arver kostnaden fra testen og kroppen **`while`** `test` **`do`** body
  - Der kostnaden ganges med antall iterasjoner

Telle steg

- Vi anser følgende som *primitive steg*
  - Tilordninger $x \leftarrow 3$
  - Aritmetiske operasjoner $a + b$
  - Sammenligninger $a < b$
  - Aksessering på index i arrayer `A[i]`
  - Returnering **`return`** *a*
- De koster alle 1 i tidsbruk
- En **`while`**-løkke arver kostnaden fra testen og kroppen **`while`** `test` **`do`** body
  - Der kostnaden ganges med antall iterasjoner
- Tilsvarende for **`for`**-løkker

Telle steg

- Vi anser følgende som *primitive steg*
  - Tilordninger $x \leftarrow 3$
  - Aritmetiske operasjoner $a + b$
  - Sammenligninger $a < b$
  - Aksessering på index i arrayer `A[i]`
  - Returnering **`return`** *a*
- De koster alle 1 i tidsbruk
- En **`while`**-løkke arver kostnaden fra testen og kroppen **`while`** `test` **`do`** body
  - Der kostnaden ganges med antall iterasjoner
- Tilsvarende for **`for`**-løkker
- Kostnaden arves også fra prosedyre- og metodekall

En enkel omskrivning

- Den samme koden som tidligere, der **`for`** byttes med **`while`**

```
1 Procedure Search(A, x)
2   for i ← 0 to |A| − 1 do
3     if A[i] = x then
4       return true
5   return false
```

⇝

```
1 Procedure Search(A, x)
2   i ← 0
3   while i < |A| do
4     if A[i] = x then
5       return true
6     i ← i + 1
7   return false
```

Telle steg (eksempel)

- La $n = |\mathtt{A}|$ og anta at x *ikke* er i arrayet

```
1 Procedure Search(A, x)
2     i ← 0
3     while i < |A| do
4         if A[i] = x then
5             return true
6         i ← i + 1
7     return false
```

Telle steg (eksempel)

- La $n = |\texttt{A}|$ og anta at x *ikke* er i arrayet
- Vi ønsker å finne antall steg algoritmen bruker som et uttrykk av n

```
1 Procedure Search(A, x)
2     i ← 0
3     while i < |A| do
4         if A[i] = x then
5             return true
6         i ← i + 1
7     return false
```

Telle steg (eksempel)

- La $n = |\texttt{A}|$ og anta at x *ikke* er i arrayet
- Vi ønsker å finne antall steg algoritmen bruker som et uttrykk av n
- Variabelen i tilordnes en verdi; det utgjør 1 primitivt steg

```
1 Procedure Search(A, x)
2     i ← 0
3     while i < |A| do
4         if A[i] = x then
5             return true
6         i ← i + 1
7     return false
```

Telle steg (eksempel)

- La $n = |\mathtt{A}|$ og anta at x *ikke* er i arrayet
- Vi ønsker å finne antall steg algoritmen bruker som et uttrykk av n
- Variabelen i tilordnes en verdi; det utgjør 1 primitivt steg
- Testen til **`while`**-løkken kjøres $n + 1$ ganger

```
1 Procedure Search(A, x)
2     i ← 0
3     while i < |A| do
4         if A[i] = x then
5             return true
6         i ← i + 1
7     return false
```

Telle steg (eksempel)

- La $n = |\mathtt{A}|$ og anta at x *ikke* er i arrayet
- Vi ønsker å finne antall steg algoritmen bruker som et uttrykk av n
- Variabelen i tilordnes en verdi; det utgjør 1 primitivt steg
- Testen til **`while`**-løkken kjøres $n + 1$ ganger
  - Hver gang gjøres det én sammenligning, som er ett primitivt steg

```
1 Procedure Search(A, x)
2     i ← 0
3     while i < |A| do
4         if A[i] = x then
5             return true
6         i ← i + 1
7     return false
```

Telle steg (eksempel)

- La $n = |\mathtt{A}|$ og anta at x *ikke* er i arrayet
- Vi ønsker å finne antall steg algoritmen bruker som et uttrykk av n
- Variabelen i tilordnes en verdi; det utgjør 1 primitivt steg
- Testen til **`while`**-løkken kjøres $n + 1$ ganger
  - Hver gang gjøres det én sammenligning, som er ett primitivt steg
- **`while`**-løkken vil ha n iterasjoner:

```
1 Procedure Search(A, x)
2     i ← 0
3     while i < |A| do
4         if A[i] = x then
5             return true
6         i ← i + 1
7     return false
```

Telle steg (eksempel)

- La $n = |\mathtt{A}|$ og anta at x *ikke* er i arrayet
- Vi ønsker å finne antall steg algoritmen bruker som et uttrykk av n
- Variabelen i tilordnes en verdi; det utgjør 1 primitivt steg
- Testen til **`while`**-løkken kjøres $n + 1$ ganger
  - Hver gang gjøres det én sammenligning, som er ett primitivt steg
- **`while`**-løkken vil ha n iterasjoner:
  - I **`if`**-testen sammenlignes `A[i]` med x

```
1 Procedure Search(A, x)
2     i ← 0
3     while i < |A| do
4         if A[i] = x then
5             return true
6         i ← i + 1
7     return false
```

Telle steg (eksempel)

- La $n = |\texttt{A}|$ og anta at x *ikke* er i arrayet
- Vi ønsker å finne antall steg algoritmen bruker som et uttrykk av n
- Variabelen i tilordnes en verdi; det utgjør 1 primitivt steg
- Testen til **`while`**-løkken kjøres $n + 1$ ganger
  - Hver gang gjøres det én sammenligning, som er ett primitivt steg
- **`while`**-løkken vil ha n iterasjoner:
  - I **`if`**-testen sammenlignes `A[i]` med x
    - En aksessering og en sammenligning utgjør 2 primitive steg

```
1 Procedure Search(A, x)
2     i ← 0
3     while i < |A| do
4         if A[i] = x then
5             return true
6         i ← i + 1
7     return false
```

Telle steg (eksempel)

- La $n = |\texttt{A}|$ og anta at x *ikke* er i arrayet
- Vi ønsker å finne antall steg algoritmen bruker som et uttrykk av n
- Variabelen i tilordnes en verdi; det utgjør 1 primitivt steg
- Testen til **`while`**-løkken kjøres $n + 1$ ganger
  - Hver gang gjøres det én sammenligning, som er ett primitivt steg
- **`while`**-løkken vil ha n iterasjoner:
  - I **`if`**-testen sammenlignes `A[i]` med x
    - En aksessering og en sammenligning utgjør 2 primitive steg
  - I hver iterasjon økes i med én

```
1 Procedure Search(A, x)
2     i ← 0
3     while i < |A| do
4         if A[i] = x then
5             return true
6         i ← i + 1
7     return false
```

Telle steg (eksempel)

- La $n = |\mathtt{A}|$ og anta at x *ikke* er i arrayet
- Vi ønsker å finne antall steg algoritmen bruker som et uttrykk av n
- Variabelen i tilordnes en verdi; det utgjør 1 primitivt steg
- Testen til **`while`**-løkken kjøres $n + 1$ ganger
  - Hver gang gjøres det én sammenligning, som er ett primitivt steg
- **`while`**-løkken vil ha n iterasjoner:
  - I **`if`**-testen sammenlignes `A[i]` med x
    - En aksessering og en sammenligning utgjør 2 primitive steg
  - I hver iterasjon økes i med én
    - En tilordning og en addisjon utgjør 2 primitive steg

```
1 Procedure Search(A, x)
2     i ← 0
3     while i < |A| do
4         if A[i] = x then
5             return true
6         i ← i + 1
7     return false
```

Telle steg (eksempel)

- La $n = |\mathtt{A}|$ og anta at x *ikke* er i arrayet
- Vi ønsker å finne antall steg algoritmen bruker som et uttrykk av n
- Variabelen i tilordnes en verdi; det utgjør 1 primitivt steg
- Testen til **`while`**-løkken kjøres $n + 1$ ganger
  - Hver gang gjøres det én sammenligning, som er ett primitivt steg
- **`while`**-løkken vil ha n iterasjoner:
  - I **`if`**-testen sammenlignes `A[i]` med x
    - En aksessering og en sammenligning utgjør 2 primitive steg
  - I hver iterasjon økes i med én
    - En tilordning og en addisjon utgjør 2 primitive steg
- Til slutt returnerer vi, som utgjør 1 primitivt steg

```
1 Procedure Search(A, x)
2     i ← 0
3     while i < |A| do
4         if A[i] = x then
5             return true
6         i ← i + 1
7     return false
```

Telle steg (eksempel)

- La $n = |\mathtt{A}|$ og anta at x *ikke* er i arrayet
- Vi ønsker å finne antall steg algoritmen bruker som et uttrykk av n
- Variabelen i tilordnes en verdi; det utgjør 1 primitivt steg
- Testen til **`while`**-løkken kjøres $n + 1$ ganger
  - Hver gang gjøres det én sammenligning, som er ett primitivt steg
- **`while`**-løkken vil ha n iterasjoner:
  - I **`if`**-testen sammenlignes `A[i]` med x
    - En aksessering og en sammenligning utgjør 2 primitive steg
  - I hver iterasjon økes i med én
    - En tilordning og en addisjon utgjør 2 primitive steg
- Til slutt returnerer vi, som utgjør 1 primitivt steg
- Samlet antall steg blir $5 \cdot n + 3$, fordi
  $1 + (n + 1) + n \cdot (2 + 2) + 1 = 3 + n + n \cdot 4 = 5 \cdot n + 3$

```
1 Procedure Search(A, x)
2     i ← 0
3     while i < |A| do
4         if A[i] = x then
5             return true
6         i ← i + 1
7     return false
```

Verste tilfelle

- Som regel ønsker vi en *verste tilfelle* analyse

Verste tilfelle

- Som regel ønsker vi en *verste tilfelle* analyse
  - Det vil si at vi finner det høyeste antall steg algoritmen *kan* bruke

Verste tilfelle

- Som regel ønsker vi en *verste tilfelle* analyse
  - Det vil si at vi finner det høyeste antall steg algoritmen *kan* bruke
- En analyse av gjennomsnittet er mye vanskeligere å gjennomføre

Verste tilfelle

- Som regel ønsker vi en *verste tilfelle* analyse
  - Det vil si at vi finner det høyeste antall steg algoritmen *kan* bruke
- En analyse av gjennomsnittet er mye vanskeligere å gjennomføre
  - Vi ville trengt sannsynlighetsfordelingen for alle mulig input

Verste tilfelle

- Som regel ønsker vi en *verste tilfelle* analyse
  - Det vil si at vi finner det høyeste antall steg algoritmen *kan* bruke
- En analyse av gjennomsnittet er mye vanskeligere å gjennomføre
  - Vi ville trengt sannsynlighetsfordelingen for alle mulig input
- Med verste tilfelle kan vi finne trygget i at det ikke kan bli verre enn verst!

Verste tilfelle

- Som regel ønsker vi en *verste tilfelle* analyse
  - Det vil si at vi finner det høyeste antall steg algoritmen *kan* bruke
- En analyse av gjennomsnittet er mye vanskeligere å gjennomføre
  - Vi ville trengt sannsynlighetsfordelingen for alle mulig input
- Med verste tilfelle kan vi finne trygget i at det ikke kan bli verre enn verst!
- Det viktigste spørsmålet er: Hvordan utvikler kjøretiden seg når input blir stort?

Store $\mathcal{O}$

- Vi bruker et verktøy, kalt store $\mathcal{O}$-notasjon, for å uttrykke kjøretidskompleksitet

Store $\mathcal{O}$

- Vi bruker et verktøy, kalt store $\mathcal{O}$-notasjon, for å uttrykke kjøretidskompleksitet
- Intuisjonen for store $\mathcal{O}$ er å se for seg at input blir *veldig* stort

Store $\mathcal{O}$

- Vi bruker et verktøy, kalt store $\mathcal{O}$-notasjon, for å uttrykke kjøretidskompleksitet
- Intuisjonen for store $\mathcal{O}$ er å se for seg at input blir *veldig* stort
- Da tillater vi oss å gjøre alle konstanter om til 1:

$$\mathcal{O}(5 \cdot n + 3) = \mathcal{O}(1 \cdot n + 1) = \mathcal{O}(n + 1)$$

Store $\mathcal{O}$

- Vi bruker et verktøy, kalt store $\mathcal{O}$-notasjon, for å uttrykke kjøretidskompleksitet
- Intuisjonen for store $\mathcal{O}$ er å se for seg at input blir *veldig* stort
- Da tillater vi oss å gjøre alle konstanter om til 1:

$$\mathcal{O}(5 \cdot n + 3) = \mathcal{O}(1 \cdot n + 1) = \mathcal{O}(n + 1)$$

- Og å stryke alt bortsett fra det *største leddet*:

$$\mathcal{O}(n + 1) = \mathcal{O}(n)$$

Store $\mathcal{O}$

- Vi bruker et verktøy, kalt store $\mathcal{O}$-notasjon, for å uttrykke kjøretidskompleksitet
- Intuisjonen for store $\mathcal{O}$ er å se for seg at input blir *veldig* stort
- Da tillater vi oss å gjøre alle konstanter om til 1:

$$\mathcal{O}(5 \cdot n + 3) = \mathcal{O}(1 \cdot n + 1) = \mathcal{O}(n + 1)$$

- Og å stryke alt bortsett fra det *største leddet*:

$$\mathcal{O}(n + 1) = \mathcal{O}(n)$$

- Det lar oss regne *mye* grovere

Store $\mathcal{O}$

- Vi bruker et verktøy, kalt store $\mathcal{O}$-notasjon, for å uttrykke kjøretidskompleksitet
- Intuisjonen for store $\mathcal{O}$ er å se for seg at input blir *veldig* stort
- Da tillater vi oss å gjøre alle konstanter om til 1:

$$\mathcal{O}(5 \cdot n + 3) = \mathcal{O}(1 \cdot n + 1) = \mathcal{O}(n + 1)$$

- Og å stryke alt bortsett fra det *største leddet*:

$$\mathcal{O}(n + 1) = \mathcal{O}(n)$$

- Det lar oss regne *mye* grovere
- Og bevare hovedtrenden i hvordan kjøretiden vokser når input blir stor

Store $\mathcal{O}$

- Vi bruker et verktøy, kalt store $\mathcal{O}$-notasjon, for å uttrykke kjøretidskompleksitet
- Intuisjonen for store $\mathcal{O}$ er å se for seg at input blir *veldig* stort
- Da tillater vi oss å gjøre alle konstanter om til 1:

$$\mathcal{O}(5 \cdot n + 3) = \mathcal{O}(1 \cdot n + 1) = \mathcal{O}(n + 1)$$

- Og å stryke alt bortsett fra det *største leddet*:

$$\mathcal{O}(n + 1) = \mathcal{O}(n)$$

- Det lar oss regne *mye* grovere
- Og bevare hovedtrenden i hvordan kjøretiden vokser når input blir stor
- Vi vil med *få* unntak foretrekke en algoritme med lavere kjøretidskompleksitet

Vanlige uttrykk for kjøretidskompleksitet

- De fleste algoritmene vi ser på i dette kurset faller inn under en av disse kategoriene

Vanlige uttrykk for kjøretidskompleksitet

- De fleste algoritmene vi ser på i dette kurset faller inn under en av disse kategoriene

Notasjon	Uttrykk

Vanlige uttrykk for kjøretidskompleksitet

- De fleste algoritmene vi ser på i dette kurset faller inn under en av disse kategoriene

Notasjon	Uttrykk
$\mathcal{O}(1)$	Konstant tid

Vanlige uttrykk for kjøretidskompleksitet

- De fleste algoritmene vi ser på i dette kurset faller inn under en av disse kategoriene

Notasjon	Uttrykk
$\mathcal{O}(1)$	Konstant tid
$\mathcal{O}(\log(n))$	Logaritmisk tid

Vanlige uttrykk for kjøretidskompleksitet

- De fleste algoritmene vi ser på i dette kurset faller inn under en av disse kategoriene

Notasjon	Uttrykk
$\mathcal{O}(1)$	Konstant tid
$\mathcal{O}(\log(n))$	Logaritmisk tid
$\mathcal{O}(n)$	Lineær tid

Vanlige uttrykk for kjøretidskompleksitet

- De fleste algoritmene vi ser på i dette kurset faller inn under en av disse kategoriene

Notasjon	Uttrykk
$\mathcal{O}(1)$	Konstant tid
$\mathcal{O}(\log(n))$	Logaritmisk tid
$\mathcal{O}(n)$	Lineær tid
$\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$	Lineæritmisk tid

Vanlige uttrykk for kjøretidskompleksitet

- De fleste algoritmene vi ser på i dette kurset faller inn under en av disse kategoriene

Notasjon	Uttrykk
$\mathcal{O}(1)$	Konstant tid
$\mathcal{O}(\log(n))$	Logaritmisk tid
$\mathcal{O}(n)$	Lineær tid
$\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$	Lineæritmisk tid
$\mathcal{O}(n^2)$	kvadratisk tid

Vanlige uttrykk for kjøretidskompleksitet

- De fleste algoritmene vi ser på i dette kurset faller inn under en av disse kategoriene

Notasjon	Uttrykk
$\mathcal{O}(1)$	Konstant tid
$\mathcal{O}(\log(n))$	Logaritmisk tid
$\mathcal{O}(n)$	Lineær tid
$\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$	Lineæritmisk tid
$\mathcal{O}(n^2)$	kvadratisk tid
$\vdots$	

Vanlige uttrykk for kjøretidskompleksitet

- De fleste algoritmene vi ser på i dette kurset faller inn under en av disse kategoriene

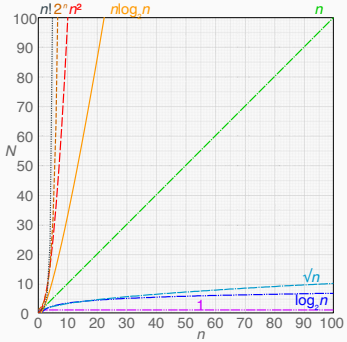
Notasjon	Uttrykk
$\mathcal{O}(1)$	Konstant tid
$\mathcal{O}(\log(n))$	Logaritmisk tid
$\mathcal{O}(n)$	Lineær tid
$\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$	Lineæritmisk tid
$\mathcal{O}(n^2)$	kvadratisk tid
$\vdots$	
$\mathcal{O}(n^k)$	polynomiell tid

Vanlige uttrykk for kjøretidskompleksitet

- De fleste algoritmene vi ser på i dette kurset faller inn under en av disse kategoriene

Notasjon	Uttrykk
$\mathcal{O}(1)$	Konstant tid
$\mathcal{O}(\log(n))$	Logaritmisk tid
$\mathcal{O}(n)$	Lineær tid
$\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$	Lineæritmisk tid
$\mathcal{O}(n^2)$	kvadratisk tid
$\vdots$	
$\mathcal{O}(n^k)$	polynomiell tid
$\mathcal{O}(2^n)$	eksponensiell tid

Vanlige uttrykk for kjøretidskompleksitte (graf)



Bildet er hentet fra Wikipedia

Kodeeksempler

Kodeeksempler

```
1 Procedure Constant(n)
2 |  return n · 3                    // O(1)
```

Kodeeksempler

```
1 Procedure Constant(n)
2 |  return n · 3                                  // O(1)
```

```
1 Procedure Log(n)
2 |  i ← n
3 |  while i > 0 do
4 |  |  Constant(i)
5 |  |  i ← ⌊i/2⌋                                 // O(log(n))
```

Kodeeksempler

```
1 Procedure Constant(n)
2 |  return n · 3                                  // O(1)
```

```
1 Procedure Log(n)
2 |  i ← n
3 |  while i > 0 do
4 |  |  Constant(i)
5 |  |  i ← ⌊i/2⌋                                 // O(log(n))
```

```
1 Procedure Linear(n)
2 |  for i ← 0 to n − 1 do
3 |  |  Constant(i)                                // O(n)
```

Kodeeksempler

```
1 Procedure Constant(n)
2 |  return n · 3                                  // O(1)
```

```
1 Procedure Log(n)
2 |  i ← n
3 |  while i > 0 do
4 |  |  Constant(i)
5 |  |  i ← ⌊i/2⌋                                 // O(log(n))
```

```
1 Procedure Linear(n)
2 |  for i ← 0 to n − 1 do
3 |  |  Constant(i)                                // O(n)
```

```
1 Procedure Linearithmic(n)
2 |  for i ← 0 to n − 1 do
3 |  |  Log(n)                                     // O(n · log(n))
```

Kodeeksempler

```
1 Procedure Constant(n)
2 |  return n · 3                                   // O(1)
```

```
1 Procedure Log(n)
2 |  i ← n
3 |  while i > 0 do
4 |  |  Constant(i)
5 |  |  i ← ⌊i/2⌋                                  // O(log(n))
```

```
1 Procedure Linear(n)
2 |  for i ← 0 to n − 1 do
3 |  |  Constant(i)                                 // O(n)
```

```
1 Procedure Linearithmic(n)
2 |  for i ← 0 to n − 1 do
3 |  |  Log(n)                                      // O(n · log(n))
```

```
1 Procedure Quadratic(n)
2 |  for i ← 0 to n − 1 do
3 |  |  for j ← 0 to n − 1 do
4 |  |  |  Constant(i)                              // O(n²)
```

Kodeeksempler

```
1 Procedure Constant(n)
2 |  return n · 3                                   // O(1)
```

```
1 Procedure Log(n)
2 |  i ← n
3 |  while i > 0 do
4 |  |  Constant(i)
5 |  |  i ← ⌊i/2⌋                                  // O(log(n))
```

```
1 Procedure Linear(n)
2 |  for i ← 0 to n − 1 do
3 |  |  Constant(i)                                 // O(n)
```

```
1 Procedure Linearithmic(n)
2 |  for i ← 0 to n − 1 do
3 |  |  Log(n)                                      // O(n · log(n))
```

```
1 Procedure Quadratic(n)
2 |  for i ← 0 to n − 1 do
3 |  |  for j ← 0 to n − 1 do
4 |  |  |  Constant(i)                              // O(n^2)
```

```
1 Procedure Polynomial(n)
2 |  for i_1 ← 0 to n − 1 do
3 |  |  for i_2 ← 0 to n − 1 do
  |  |  |  ⋮
4 |  |  |  for i_k ← 0 to n − 1 do
5 |  |  |  |  Constant(i)                           // O(n^k)
```

Kodeeksempler

```
1 Procedure Constant(n)
2 |  return n · 3                                   // O(1)
```

```
1 Procedure Log(n)
2 |  i ← n
3 |  while i > 0 do
4 |  |  Constant(i)
5 |  |  i ← ⌊i/2⌋                                  // O(log(n))
```

```
1 Procedure Linear(n)
2 |  for i ← 0 to n − 1 do
3 |  |  Constant(i)                                 // O(n)
```

```
1 Procedure Linearithmic(n)
2 |  for i ← 0 to n − 1 do
3 |  |  Log(n)                                      // O(n · log(n))
```

```
1 Procedure Quadratic(n)
2 |  for i ← 0 to n − 1 do
3 |  |  for j ← 0 to n − 1 do
4 |  |  |  Constant(i)                              // O(n²)
```

```
1 Procedure Polynomial(n)
2 |  for i₁ ← 0 to n − 1 do
3 |  |  for i₂ ← 0 to n − 1 do
4 |  |  |  ⋮
5 |  |  |  for iₖ ← 0 to n − 1 do
6 |  |  |  |  Constant(i)                           // O(nᵏ)
```

```
1 Procedure Exponential(n)
2 |  if n = 0 then
3 |  |  return 1
4 |  a ← Exponential(n − 1)
5 |  b ← Exponential(n − 1)
6 |  return a + b                                   // O(2ⁿ)
```