Litt mer sortering

IN2010 – Algoritmer og datastrukturer

Lars Tveito

Institutt for informatikk, Universitetet i Oslo
larstvei@ifi.uio.no

Merge sort

Merge sort – Idé



- Idéen bak merge sort er å splitte arrayet i to ca. like store deler

Merge sort – Idé



- Idéen bak merge sort er å splitte arrayet i to ca. like store deler
  - sortere de to mindre arrayene

Merge sort – Idé



- Idéen bak merge sort er å splitte arrayet i to ca. like store deler
  - sortere de to mindre arrayene
  - så flette (eller «merge») de to sorterte arrayene sammen

Merge sort – Idé



- Idéen bak merge sort er å splitte arrayet i to ca. like store deler
  - sortere de to mindre arrayene
  - så flette (eller «merge») de to sorterte arrayene sammen
- Litt mer presist:

Merge sort – Idé



- Idéen bak merge sort er å splitte arrayet i to ca. like store deler
  - sortere de to mindre arrayene
  - så flette (eller «merge») de to sorterte arrayene sammen
- Litt mer presist:
  - la n angi størrelsen på arrayet A

Merge sort – Idé



- Idéen bak merge sort er å splitte arrayet i to ca. like store deler
  - sortere de to mindre arrayene
  - så flette (eller «merge») de to sorterte arrayene sammen
- Litt mer presist:
  - la n angi størrelsen på arrayet A
  - hvis $n \leq 1$, returner A

Merge sort – Idé



- Idéen bak merge sort er å splitte arrayet i to ca. like store deler
  - sortere de to mindre arrayene
  - så flette (eller «merge») de to sorterte arrayene sammen
- Litt mer presist:
  - la n angi størrelsen på arrayet A
  - hvis $n \leq 1$, returner A
  - la $i = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$

Merge sort – Idé



- Idéen bak merge sort er å splitte arrayet i to ca. like store deler
  - sortere de to mindre arrayene
  - så flette (eller «merge») de to sorterte arrayene sammen
- Litt mer presist:
  - la n angi størrelsen på arrayet A
  - hvis $n \leq 1$, returner A
  - la $i = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$
  - splitt arrayet i to deler $A[0..i-1]$ og $A[i..n-1]$

Merge sort – Idé



- Idéen bak merge sort er å splitte arrayet i to ca. like store deler
  - sortere de to mindre arrayene
  - så flette (eller «merge») de to sorterte arrayene sammen
- Litt mer presist:
  - la n angi størrelsen på arrayet A
  - hvis $n \leq 1$, returner A
  - la $i = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$
  - splitt arrayet i to deler $A[0..i-1]$ og $A[i..n-1]$
  - anvend merge sort rekursivt på $A[0..i-1]$ og $A[i..n-1]$

Merge sort – Idé



- Idéen bak merge sort er å splitte arrayet i to ca. like store deler
  - sortere de to mindre arrayene
  - så flette (eller «merge») de to sorterte arrayene sammen
- Litt mer presist:
  - la n angi størrelsen på arrayet A
  - hvis $n \leq 1$, returner A
  - la $i = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$
  - splitt arrayet i to deler $A[0..i-1]$ og $A[i..n-1]$
  - anvend merge sort rekursivt på $A[0..i-1]$ og $A[i..n-1]$
  - flett sammen $A[0..i-1]$ og $A[i..n-1]$ sortert

Merge sort – Merge

ALGORITHM: SORTERT FLETTING AV TO ARRAYER

Input: To sorterte arrayer A_1 og A_2 og et array A, der $|A_1| + |A_2| = |A| = n$

Output: Et sortert array A med elementene fra A_1 og A_2

1 **Procedure** `Merge` (A_1, A_2, A)

Merge sort – Merge

ALGORITHM: SORTERT FLETTING AV TO ARRAYER

Input: To sorterte arrayer A_1 og A_2 og et array A, der $|A_1| + |A_2| = |A| = n$
Output: Et sortert array A med elementene fra A_1 og A_2

```
1 Procedure Merge (A_1, A_2, A)
2     i ← 0
3     j ← 0
```

Merge sort – Merge

ALGORITHM: SORTERT FLETTING AV TO ARRAYER

Input: To sorterte arrayer A_1 og A_2 og et array A, der $|A_1| + |A_2| = |A| = n$
Output: Et sortert array A med elementene fra A_1 og A_2

```
1 Procedure Merge (A_1, A_2, A)
2     i ← 0
3     j ← 0
4     while i < |A_1|  and  j < |A_2| do
```

Merge sort – Merge

ALGORITHM: SORTERT FLETTING AV TO ARRAYER

Input: To sorterte arrayer A_1 og A_2 og et array A, der $|A_1| + |A_2| = |A| = n$
Output: Et sortert array A med elementene fra A_1 og A_2

```
1 Procedure Merge (A_1, A_2, A)
2     i ← 0
3     j ← 0
4     while i < |A_1|  and  j < |A_2| do
5         if A_1[i] ≤ A_2[j] then
6             A[i + j] ← A_1[i]
7             i ← i + 1
8         else
```

Merge sort – Merge

ALGORITHM: SORTERT FLETTING AV TO ARRAYER

Input: To sorterte arrayer A_1 og A_2 og et array A, der $|A_1| + |A_2| = |A| = n$
Output: Et sortert array A med elementene fra A_1 og A_2

```
1  Procedure Merge (A_1, A_2, A)
2      i ← 0
3      j ← 0
4      while i < |A_1|  and  j < |A_2| do
5          if A_1[i] ≤ A_2[j] then
6              A[i + j] ← A_1[i]
7              i ← i + 1
8          else
9              A[i + j] ← A_2[j]
10             j ← j + 1
```

Merge sort – Merge

ALGORITHM: SORTERT FLETTING AV TO ARRAYER

Input: To sorterte arrayer A_1 og A_2 og et array A, der $|A_1| + |A_2| = |A| = n$
Output: Et sortert array A med elementene fra A_1 og A_2

```
1  Procedure Merge (A_1, A_2, A)
2      i ← 0
3      j ← 0
4      while i < |A_1| and j < |A_2| do
5          if A_1[i] ≤ A_2[j] then
6              A[i + j] ← A_1[i]
7              i ← i + 1
8          else
9              A[i + j] ← A_2[j]
10             j ← j + 1
11     while i < |A_1| do
12         A[i + j] ← A_1[i]
13         i ← i + 1
```

Merge sort – Merge

ALGORITHM: SORTERT FLETTING AV TO ARRAYER

Input: To sorterte arrayer A_1 og A_2 og et array A, der $|A_1| + |A_2| = |A| = n$
Output: Et sortert array A med elementene fra A_1 og A_2

```
1  Procedure Merge (A_1, A_2, A)
2      i ← 0
3      j ← 0
4      while i < |A_1|  and  j < |A_2| do
5          if A_1[i] ≤ A_2[j] then
6              A[i + j] ← A_1[i]
7              i ← i + 1
8          else
9              A[i + j] ← A_2[j]
10             j ← j + 1
11     while i < |A_1| do
12         A[i + j] ← A_1[i]
13         i ← i + 1
14     while j < |A_2| do
15         A[i + j] ← A_2[j]
16         j ← j + 1
17     return A
```

Merge sort – Implementasjon

ALGORITHM: MERGE SORT

Input: Et array A med n elementer
Output: Et *sortert* array med de samme n elementene

```
1 Procedure MergeSort (A)
```

Merge sort – Implementasjon

ALGORITHM: MERGE SORT

Input: Et array A med n elementer
Output: Et *sortert* array med de samme n elementene

```
1 Procedure MergeSort (A)
2     if n ≤ 1 then
3         return A
```

Merge sort – Implementasjon

ALGORITHM: MERGE SORT

Input: Et array A med n elementer
Output: Et *sortert* array med de samme n elementene

```
1 Procedure MergeSort (A)
2     if n ≤ 1 then
3         return A
4     i ← ⌊n/2⌋
5     A_1 ← MergeSort(A[0..i-1])
6     A_2 ← MergeSort(A[i..n-1])
```

Merge sort – Implementasjon

ALGORITHM: MERGE SORT

Input: Et array A med n elementer
Output: Et *sortert* array med de samme n elementene

```
1 Procedure MergeSort(A)
2     if n ≤ 1 then
3         return A
4     i ← ⌊n/2⌋
5     A_1 ← MergeSort(A[0..i-1])
6     A_2 ← MergeSort(A[i..n-1])
7     return Merge(A_1, A_2, A)
```

Merge sort – Implementasjon

ALGORITHM: MERGE SORT

Input: Et array A med n elementer
Output: Et *sortert* array med de samme n elementene

```
1 Procedure MergeSort (A)
2     if n ≤ 1 then
3         return A
4     i ← ⌊n/2⌋
5     A_1 ← MergeSort(A[0..i-1])
6     A_2 ← MergeSort(A[i..n-1])
7     return Merge(A_1, A_2, A)
```

- Her angir $A[0..i-1]$ å lage *et nytt* array med elementene $A[0], A[1], \ldots, A[i-1]$

Merge sort – Kjøretidsanalyse (`Merge`)

- Vi analyserer hvor mange iterasjoner som gjøres totalt

Algorithm: Sortert fletting av to arrayer

```
1  Procedure Merge (A_1, A_2, A)
2      i ← 0
3      j ← 0
4
5      while i < |A_1| and j < |A_2| do
6          if A_1[i] ≤ A_2[j] then
7              A[i + j] ← A_1[i]
8              i ← i + 1
9          else
10             A[i + j] ← A_2[j]
11             j ← j + 1
12
13     while i < |A_1| do
14         A[i + j] ← A_1[i]
15         i ← i + 1
16
17     while j < |A_2| do
18         A[i + j] ← A_2[j]
19         j ← j + 1
20
21     return A
```

Merge sort – Kjøretidsanalyse (`Merge`)

- Vi analyserer hvor mange iterasjoner som gjøres totalt
- Merk at hver iterasjon øker i eller j med én

Algorithm: Sortert fletting av to arrayer

```
1  Procedure Merge (A_1, A_2, A)
2      i ← 0
3      j ← 0
4
5      while i < |A_1| and j < |A_2| do
6          if A_1[i] ≤ A_2[j] then
7              A[i + j] ← A_1[i]
8              i ← i + 1
9          else
10             A[i + j] ← A_2[j]
11             j ← j + 1
12
13     while i < |A_1| do
14         A[i + j] ← A_1[i]
15         i ← i + 1
16
17     while j < |A_2| do
18         A[i + j] ← A_2[j]
19         j ← j + 1
20
21     return A
```

Merge sort – Kjøretidsanalyse (`Merge`)

- Vi analyserer hvor mange iterasjoner som gjøres totalt
- Merk at hver iterasjon øker i eller j med én
  - Og at vi terminerer når $i = |A_1|$ og $j = |A_2|$

Algorithm: Sortert fletting av to arrayer

```
1  Procedure Merge (A_1, A_2, A)
2      i ← 0
3      j ← 0
4
5      while i < |A_1| and j < |A_2| do
6          if A_1[i] ≤ A_2[j] then
7              A[i + j] ← A_1[i]
8              i ← i + 1
9          else
10             A[i + j] ← A_2[j]
11             j ← j + 1
12
13     while i < |A_1| do
14         A[i + j] ← A_1[i]
15         i ← i + 1
16
17     while j < |A_2| do
18         A[i + j] ← A_2[j]
19         j ← j + 1
20
21     return A
```

Merge sort – Kjøretidsanalyse (`Merge`)

- Vi analyserer hvor mange iterasjoner som gjøres totalt
- Merk at hver iterasjon øker i eller j med én
  - Og at vi terminerer når $i = |A_1|$ og $j = |A_2|$
- Videre er $|A_1| + |A_2| = |A| = n$

Algorithm: Sortert fletting av to arrayer

```
1  Procedure Merge (A_1, A_2, A)
2      i ← 0
3      j ← 0
4
5      while i < |A_1| and j < |A_2| do
6          if A_1[i] ≤ A_2[j] then
7              A[i + j] ← A_1[i]
8              i ← i + 1
9          else
10             A[i + j] ← A_2[j]
11             j ← j + 1
12
13     while i < |A_1| do
14         A[i + j] ← A_1[i]
15         i ← i + 1
16
17     while j < |A_2| do
18         A[i + j] ← A_2[j]
19         j ← j + 1
20
21     return A
```

Merge sort – Kjøretidsanalyse (`Merge`)

- Vi analyserer hvor mange iterasjoner som gjøres totalt
- Merk at hver iterasjon øker i eller j med én
  - Og at vi terminerer når $i = |A_1|$ og $j = |A_2|$
- Videre er $|A_1| + |A_2| = |A| = n$
- Da har vi at `Merge` er i $\mathcal{O}(n)$

Algorithm: Sortert fletting av to arrayer

```
1  Procedure Merge (A_1, A_2, A)
2      i ← 0
3      j ← 0
4
5      while i < |A_1| and j < |A_2| do
6          if A_1[i] ≤ A_2[j] then
7              A[i + j] ← A_1[i]
8              i ← i + 1
9          else
10             A[i + j] ← A_2[j]
11             j ← j + 1
12
13     while i < |A_1| do
14         A[i + j] ← A_1[i]
15         i ← i + 1
16
17     while j < |A_2| do
18         A[i + j] ← A_2[j]
19         j ← j + 1
20
21     return A
```

Merge sort – Kjøretidsanalyse (`MergeSort`)

- Merk at vi får to rekursive kall for hvert kall

Algorithm: Merge sort

```
1 Procedure MergeSort(A)
2     if n ≤ 1 then
3         return A
4     i ← ⌊n/2⌋
5     A_1 ← MergeSort(A[0..i-1])
6     A_2 ← MergeSort(A[i..n-1])
7     return Merge(A_1, A_2, A)
```

Merge sort – Kjøretidsanalyse (`MergeSort`)

- Merk at vi får to rekursive kall for hvert kall
- Samtidig halverer vi input i hvert kall

Algorithm: Merge sort

```
1 Procedure MergeSort(A)
2     if n ≤ 1 then
3         return A
4     i ← ⌊n/2⌋
5     A_1 ← MergeSort(A[0..i-1])
6     A_2 ← MergeSort(A[i..n-1])
7     return Merge(A_1, A_2, A)
```

Merge sort – Kjøretidsanalyse (`MergeSort`)

- Merk at vi får to rekursive kall for hvert kall
- Samtidig halverer vi input i hvert kall
- Vi gjør en $\mathcal{O}(n)$ operasjoner for hvert kall

Algorithm: Merge sort

```
1 Procedure MergeSort(A)
2     if n ≤ 1 then
3         return A
4     i ← ⌊n/2⌋
5     A_1 ← MergeSort(A[0..i-1])
6     A_2 ← MergeSort(A[i..n-1])
7     return Merge(A_1, A_2, A)
```

Merge sort – Kjøretidsanalyse (`MergeSort`)

- Merk at vi får to rekursive kall for hvert kall
- Samtidig halverer vi input i hvert kall
- Vi gjør en $\mathcal{O}(n)$ operasjoner for hvert kall
- Dybden på rekursjonen er $\mathcal{O}(\log(n))$

Algorithm: Merge sort

```
1 Procedure MergeSort(A)
2     if n ≤ 1 then
3         return A
4     i ← ⌊n/2⌋
5     A_1 ← MergeSort(A[0..i-1])
6     A_2 ← MergeSort(A[i..n-1])
7     return Merge(A_1, A_2, A)
```

Merge sort – Kjøretidsanalyse (`MergeSort`)

- Merk at vi får to rekursive kall for hvert kall
- Samtidig halverer vi input i hvert kall
- Vi gjør en $\mathcal{O}(n)$ operasjoner for hvert kall
- Dybden på rekursjonen er $\mathcal{O}(\log(n))$
  - fordi det er så mange ganger vi kan halvere input

Algorithm: Merge sort

```
1 Procedure MergeSort(A)
2     if n ≤ 1 then
3         return A
4     i ← ⌊n/2⌋
5     A_1 ← MergeSort(A[0..i-1])
6     A_2 ← MergeSort(A[i..n-1])
7     return Merge(A_1, A_2, A)
```

Merge sort – Kjøretidsanalyse (`MergeSort`)

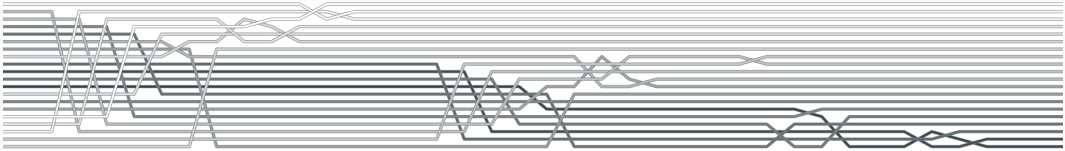
- Merk at vi får to rekursive kall for hvert kall
- Samtidig halverer vi input i hvert kall
- Vi gjør en $\mathcal{O}(n)$ operasjoner for hvert kall
- Dybden på rekursjonen er $\mathcal{O}(\log(n))$
  - fordi det er så mange ganger vi kan halvere input
- Da har vi at `MergeSort` er i $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$

Algorithm: Merge sort

```
1 Procedure MergeSort(A)
2     if n ≤ 1 then
3         return A
4     i ← ⌊n/2⌋
5     A_1 ← MergeSort(A[0..i-1])
6     A_2 ← MergeSort(A[i..n-1])
7     return Merge(A_1, A_2, A)
```

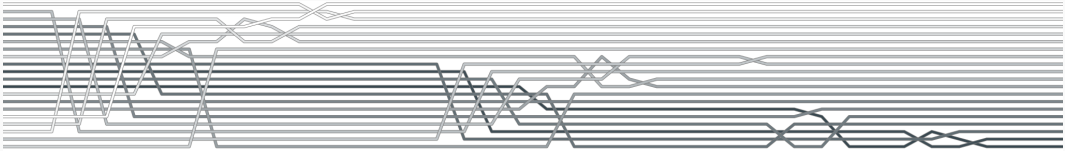
Quicksort

Quicksort – Idé



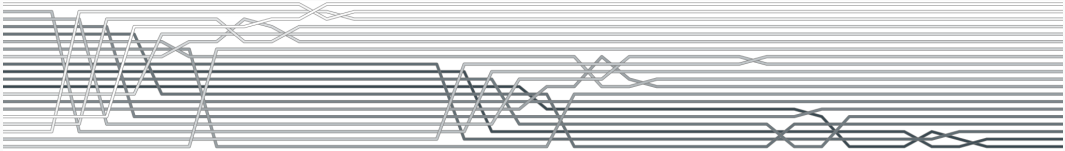
- Idéen bak Quicksort er å velge et element, så

Quicksort – Idé



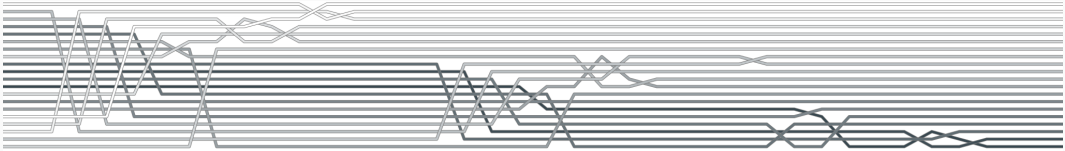
- Idéen bak Quicksort er å velge et element, så
  - samle alt som er mindre enn elementet til venstre for det

Quicksort – Idé



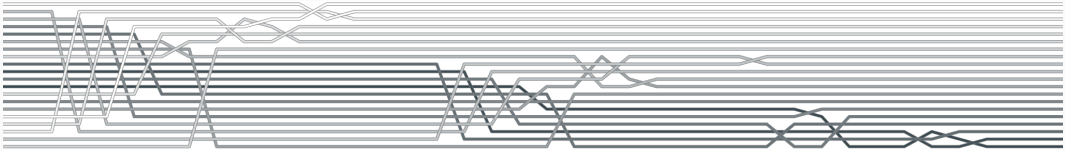
- Idéen bak Quicksort er å velge et element, så
  - samle alt som er mindre enn elementet til venstre for det
  - samle alt som er større enn elementet til høyre for det

Quicksort – Idé



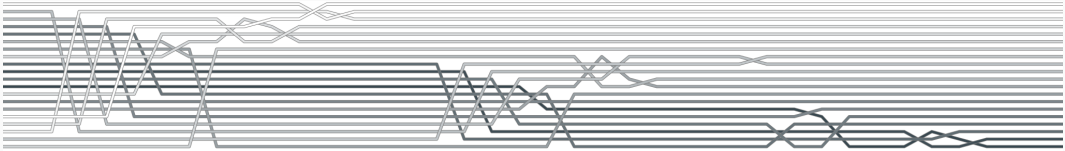
- Idéen bak Quicksort er å velge et element, så
  - samle alt som er mindre enn elementet til venstre for det
  - samle alt som er større enn elementet til høyre for det
  - gjør dette rekursivt

Quicksort – Idé



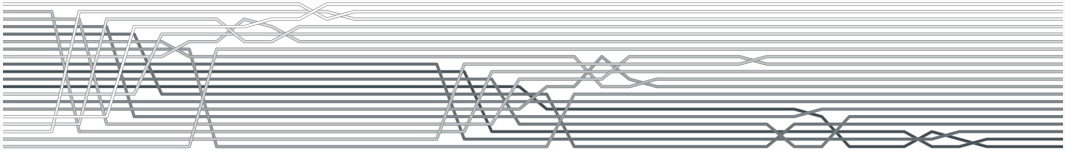
- Idéen bak Quicksort er å velge et element, så
  - samle alt som er mindre enn elementet til venstre for det
  - samle alt som er større enn elementet til høyre for det
  - gjør dette rekursivt
- Litt mer presist:

Quicksort – Idé



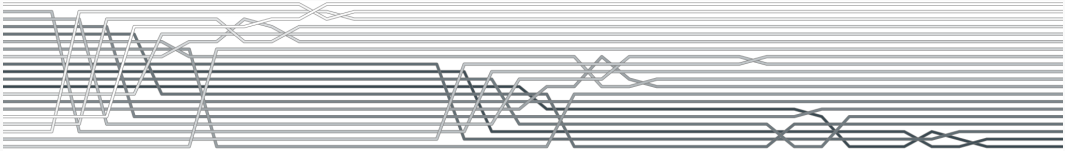
- Idéen bak Quicksort er å velge et element, så
  - samle alt som er mindre enn elementet til venstre for det
  - samle alt som er større enn elementet til høyre for det
  - gjør dette rekursivt
- Litt mer presist:
  - vi velger en $0 \leq i < n$ som kalles pivot-elementet

Quicksort – Idé



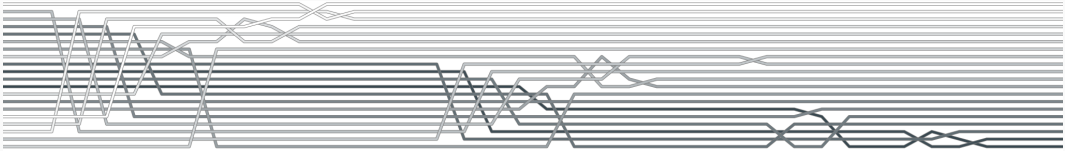
- Idéen bak Quicksort er å velge et element, så
  - samle alt som er mindre enn elementet til venstre for det
  - samle alt som er større enn elementet til høyre for det
  - gjør dette rekursivt
- Litt mer presist:
  - vi velger en $0 \leq i < n$ som kalles pivot-elementet
    - søk fra venstre mot høyre etter et element som er større enn $A[i]$

Quicksort – Idé



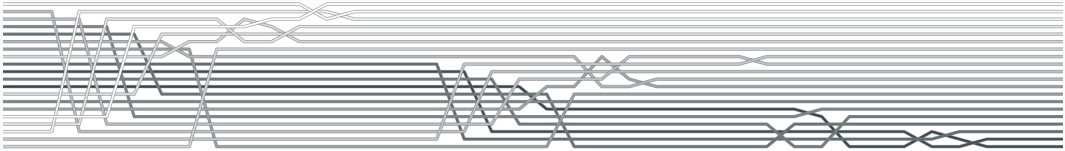
- Idéen bak Quicksort er å velge et element, så
  - samle alt som er mindre enn elementet til venstre for det
  - samle alt som er større enn elementet til høyre for det
  - gjør dette rekursivt
- Litt mer presist:
  - vi velger en $0 \leq i < n$ som kalles pivot-elementet
    - søk fra venstre mot høyre etter et element som er større enn $A[i]$
    - søk fra høyre mot venstre etter et element som er mindre enn $A[i]$

Quicksort – Idé



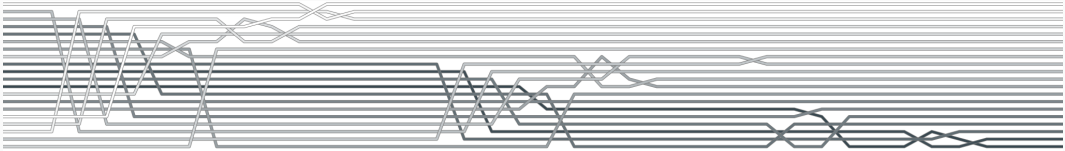
- Idéen bak Quicksort er å velge et element, så
  - samle alt som er mindre enn elementet til venstre for det
  - samle alt som er større enn elementet til høyre for det
  - gjør dette rekursivt
- Litt mer presist:
  - vi velger en $0 \leq i < n$ som kalles pivot-elementet
    - søk fra venstre mot høyre etter et element som er større enn $A[i]$
    - søk fra høyre mot venstre etter et element som er mindre enn $A[i]$
    - bytt plass på disse, og søk etter nye som kan byttes

Quicksort – Idé



- Idéen bak Quicksort er å velge et element, så
  - samle alt som er mindre enn elementet til venstre for det
  - samle alt som er større enn elementet til høyre for det
  - gjør dette rekursivt
- Litt mer presist:
  - vi velger en $0 \leq i < n$ som kalles pivot-elementet
    - søk fra venstre mot høyre etter et element som er større enn $A[i]$
    - søk fra høyre mot venstre etter et element som er mindre enn $A[i]$
    - bytt plass på disse, og søk etter nye som kan byttes
    - avslutt når høyre og venstre søkene krysser

Quicksort – Idé



- Idéen bak Quicksort er å velge et element, så
  - samle alt som er mindre enn elementet til venstre for det
  - samle alt som er større enn elementet til høyre for det
  - gjør dette rekursivt
- Litt mer presist:
  - vi velger en $0 \leq i < n$ som kalles pivot-elementet
    - søk fra venstre mot høyre etter et element som er større enn $A[i]$
    - søk fra høyre mot venstre etter et element som er mindre enn $A[i]$
    - bytt plass på disse, og søk etter nye som kan byttes
    - avslutt når høyre og venstre søkene krysser
  - fortsett rekursivt på alle som er hhv. til venstre og høyre for pivot

Quicksort – Velge pivot

- Valget av pivot er avgjørende for at Quicksort skal være effektiv

Quicksort – Velge pivot

- Valget av pivot er avgjørende for at Quicksort skal være effektiv
- Man har ingen *effektiv* måte å finne det *beste* pivot-elementet

Quicksort – Velge pivot

- Valget av pivot er avgjørende for at Quicksort skal være effektiv
- Man har ingen *effektiv* måte å finne det *beste* pivot-elementet
  - Det ideelle pivot-elementet er medianverdien av arrayet

Quicksort – Velge pivot

- Valget av pivot er avgjørende for at Quicksort skal være effektiv
- Man har ingen *effektiv* måte å finne det *beste* pivot-elementet
  - Det ideelle pivot-elementet er medianverdien av arrayet
  - Å finne medianverdien krever minst lineær tid

Quicksort – Velge pivot

- Valget av pivot er avgjørende for at Quicksort skal være effektiv
- Man har ingen *effektiv* måte å finne det *beste* pivot-elementet
  - Det ideelle pivot-elementet er medianverdien av arrayet
  - Å finne medianverdien krever minst lineær tid
- Vanlige strategier er

Quicksort – Velge pivot

- Valget av pivot er avgjørende for at Quicksort skal være effektiv
- Man har ingen *effektiv* måte å finne det *beste* pivot-elementet
  - Det ideelle pivot-elementet er medianverdien av arrayet
  - Å finne medianverdien krever minst lineær tid
- Vanlige strategier er
  - Velg tilfeldig

Quicksort – Velge pivot

- Valget av pivot er avgjørende for at Quicksort skal være effektiv
- Man har ingen *effektiv* måte å finne det *beste* pivot-elementet
  - Det ideelle pivot-elementet er medianverdien av arrayet
  - Å finne medianverdien krever minst lineær tid
- Vanlige strategier er
  - Velg tilfeldig
  - Velg medianverdien av $A[0]$, $A[\lfloor \frac{n}{2} \rfloor]$ og $A[n-1]$

Quicksort – Velge pivot

- Valget av pivot er avgjørende for at Quicksort skal være effektiv
- Man har ingen *effektiv* måte å finne det *beste* pivot-elementet
  - Det ideelle pivot-elementet er medianverdien av arrayet
  - Å finne medianverdien krever minst lineær tid
- Vanlige strategier er
  - Velg tilfeldig
  - Velg medianverdien av $A[0]$, $A[\lfloor \frac{n}{2} \rfloor]$ og $A[n-1]$
- Å velge første eller siste som pivot gir verste tilfelle for arrayer som allerede er sortert

Quicksort – Velge pivot

- Valget av pivot er avgjørende for at Quicksort skal være effektiv
- Man har ingen *effektiv* måte å finne det *beste* pivot-elementet
  - Det ideelle pivot-elementet er medianverdien av arrayet
  - Å finne medianverdien krever minst lineær tid
- Vanlige strategier er
  - Velg tilfeldig
  - Velg medianverdien av $A[0]$, $A[\lfloor \frac{n}{2} \rfloor]$ og $A[n-1]$
- Å velge første eller siste som pivot gir verste tilfelle for arrayer som allerede er sortert
- Vi antar en funksjon `ChoosePivot` som velger pivot etter en rimelig strategi

Quicksort – Partition

ALGORITHM: PARTITION

Input: Et array A med n elementer, `low` og `high` er indekser
Output: Flytter elementer som er hhv. mindre og større til venstre og høyre enn en gitt index som returneres

1 **Procedure** `Partition`$(A, low, high)$

Quicksort – Partition

ALGORITHM: PARTITION

Input: Et array A med n elementer, `low` og `high` er indekser
Output: Flytter elementer som er hhv. mindre og større til venstre og høyre enn en gitt index som returneres

```
1 Procedure Partition(A, low, high)
2     p ← ChoosePivot(A, low, high)
```

Quicksort – Partition

ALGORITHM: PARTITION

Input: Et array A med n elementer, low og high er indekser
Output: Flytter elementer som er hhv. mindre og større til venstre og høyre enn en gitt index som returneres

```
1 Procedure Partition(A, low, high)
2     p ← ChoosePivot(A, low, high)
3     A[p], A[high] ← A[high], A[p]
4     pivot ← A[high]
5     left ← low
6     right ← high − 1
```

Quicksort – Partition

ALGORITHM: PARTITION

Input: Et array A med n elementer, low og high er indekser
Output: Flytter elementer som er hhv. mindre og større til venstre og høyre enn en gitt index som returneres

```
1 Procedure Partition(A, low, high)
2     p ← ChoosePivot(A, low, high)
3     A[p], A[high] ← A[high], A[p]
4     pivot ← A[high]
5     left ← low
6     right ← high − 1
7     while left ≤ right do
8         while left ≤ right and A[left] ≤ pivot do
9             left ← left + 1
```

Quicksort – Partition

ALGORITHM: PARTITION

Input: Et array A med n elementer, low og high er indekser
Output: Flytter elementer som er hhv. mindre og større til venstre og høyre enn en gitt index som returneres

```
1  Procedure Partition(A, low, high)
2      p ← ChoosePivot(A, low, high)
3      A[p], A[high] ← A[high], A[p]
4      pivot ← A[high]
5      left ← low
6      right ← high − 1
7      while left ≤ right do
8          while left ≤ right and A[left] ≤ pivot do
9              left ← left + 1
10         while right ≥ left and A[right] ≥ pivot do
11             right ← right − 1
```

Quicksort – Partition

ALGORITHM: PARTITION

Input: Et array A med n elementer, low og high er indekser
Output: Flytter elementer som er hhv. mindre og større til venstre og høyre enn en gitt index som returneres

```
1  Procedure Partition(A, low, high)
2      p ← ChoosePivot(A, low, high)
3      A[p], A[high] ← A[high], A[p]
4      pivot ← A[high]
5      left ← low
6      right ← high − 1
7      while left ≤ right do
8          while left ≤ right and A[left] ≤ pivot do
9              left ← left + 1
10         while right ≥ left and A[right] ≥ pivot do
11             right ← right − 1
12         if left < right then
13             A[left], A[right] ← A[right], A[left]
```

Quicksort – Partition

ALGORITHM: PARTITION

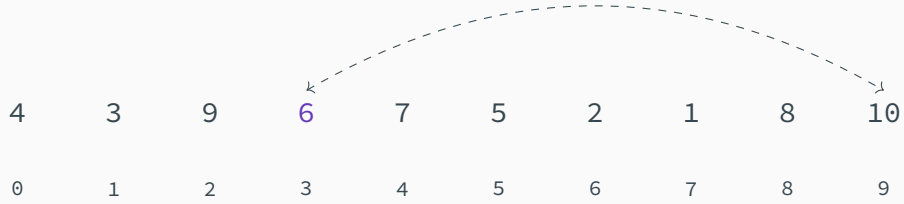
Input: Et array A med n elementer, low og high er indekser
Output: Flytter elementer som er hhv. mindre og større til venstre og høyre enn en gitt index som returneres

```
1  Procedure Partition(A, low, high)
2      p ← ChoosePivot(A, low, high)
3      A[p], A[high] ← A[high], A[p]
4      pivot ← A[high]
5      left ← low
6      right ← high − 1
7      while left ≤ right do
8          while left ≤ right and A[left] ≤ pivot do
9              left ← left + 1
10         while right ≥ left and A[right] ≥ pivot do
11             right ← right − 1
12         if left < right then
13             A[left], A[right] ← A[right], A[left]
14     A[left], A[high] ← A[high], A[left]
15     return left
```

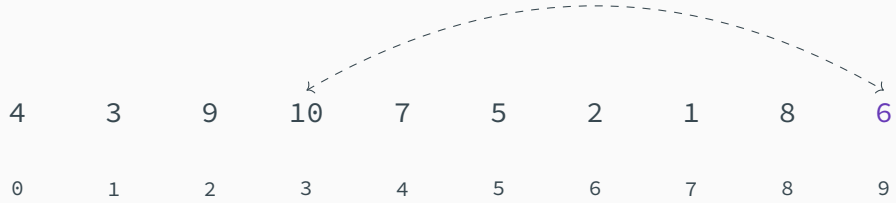
Quicksort – Partition (eksempel)

4	3	9	6	7	5	2	1	8	10
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

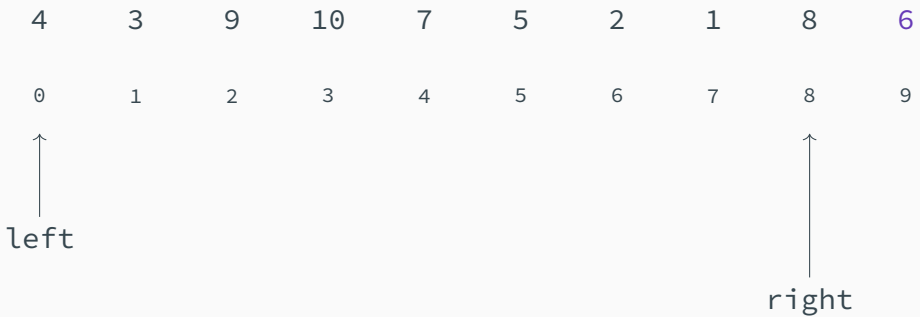
Quicksort – Partition (eksempel)



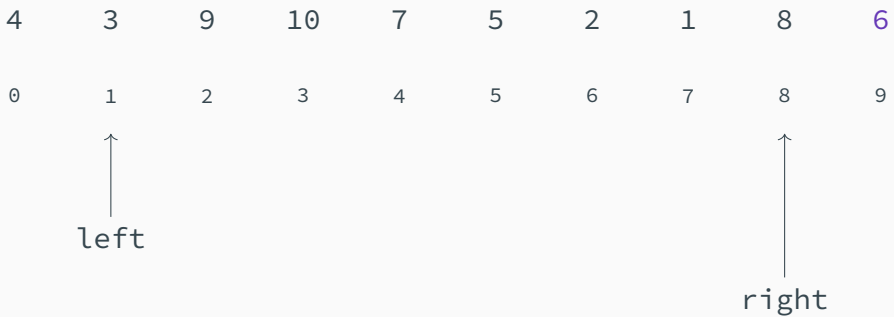
Quicksort – Partition (eksempel)



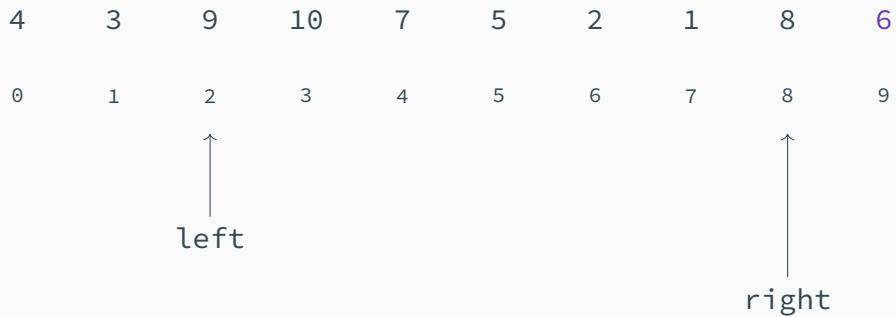
Quicksort – Partition (eksempel)



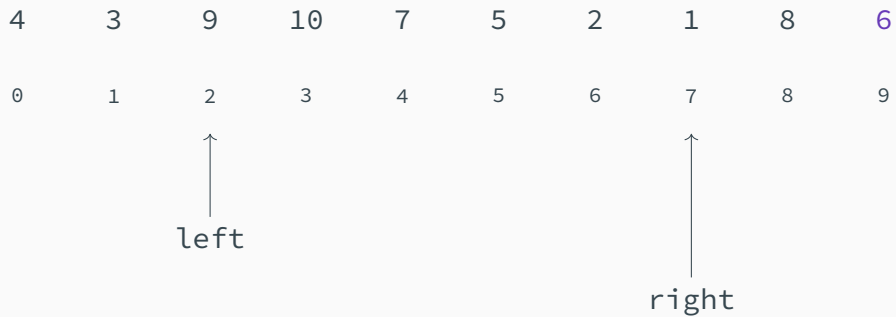
Quicksort – Partition (eksempel)



Quicksort – Partition (eksempel)



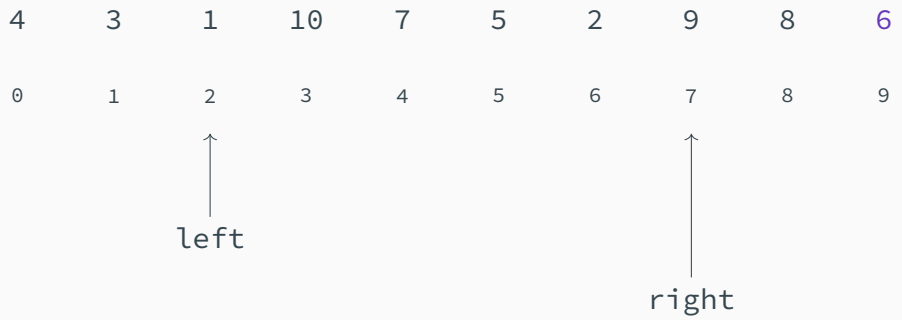
Quicksort – Partition (eksempel)



Quicksort – Partition (eksempel)



Quicksort – Partition (eksempel)



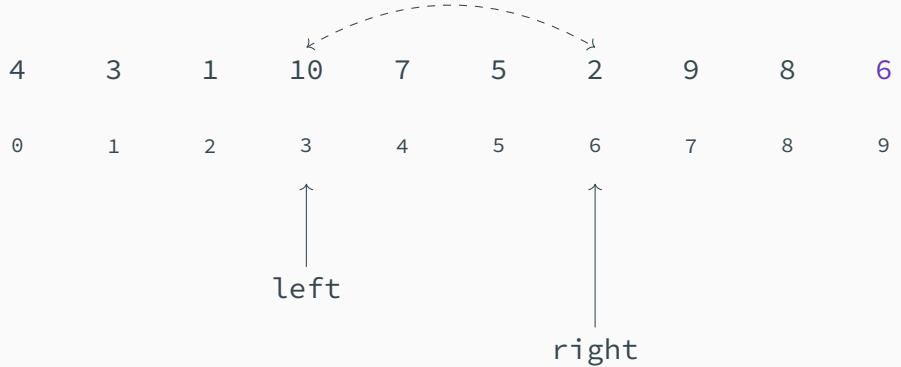
Quicksort – Partition (eksempel)



Quicksort – Partition (eksempel)



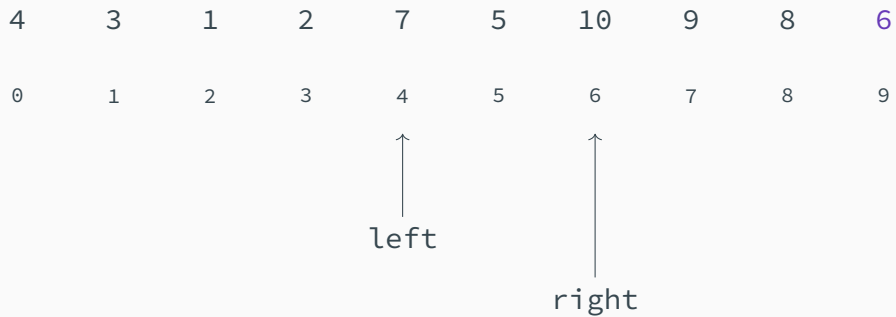
Quicksort – Partition (eksempel)



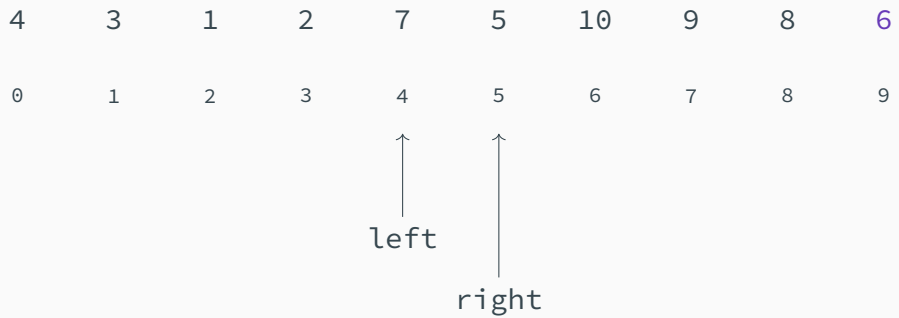
Quicksort – Partition (eksempel)



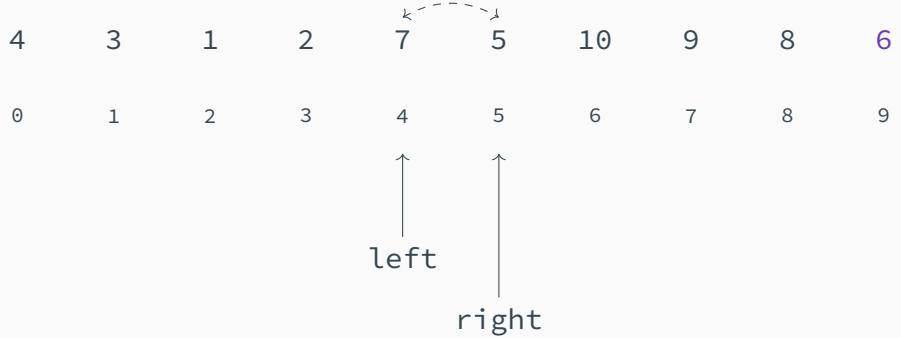
Quicksort – Partition (eksempel)



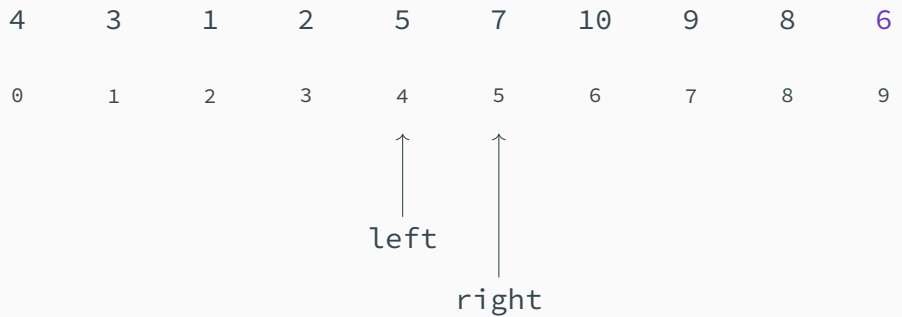
Quicksort – Partition (eksempel)



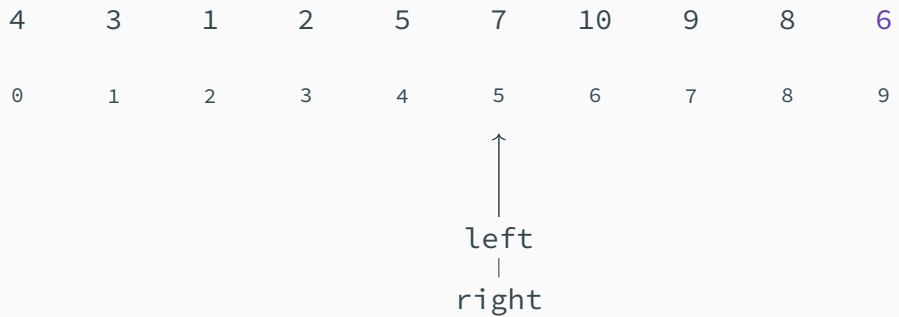
Quicksort – Partition (eksempel)



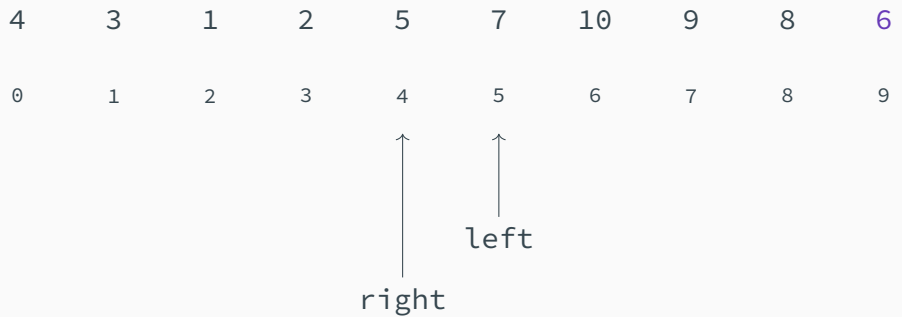
Quicksort – Partition (eksempel)



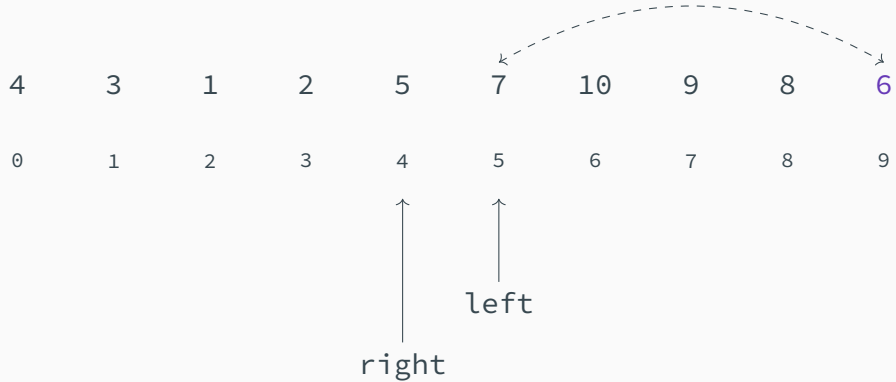
Quicksort – Partition (eksempel)



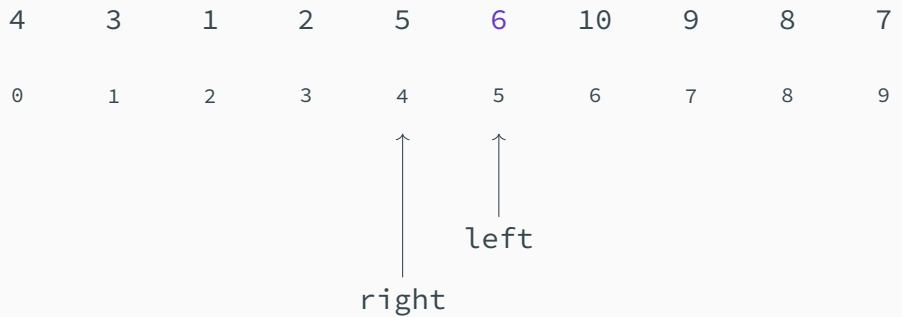
Quicksort – Partition (eksempel)



Quicksort – Partition (eksempel)



Quicksort – Partition (eksempel)



Quicksort – Implementasjon

ALGORITHM: QUICKSORT

Input: Et array A med n elementer, `low` og `high` er indekser
Output: Et *sortert* array med de samme n elementene

1 **Procedure** `Quicksort`$(A, low, high)$

Quicksort – Implementasjon

ALGORITHM: QUICKSORT

Input: Et array A med n elementer, `low` og `high` er indekser
Output: Et *sortert* array med de samme n elementene

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2     if low ≥ high then
3         return A
```

Quicksort – Implementasjon

ALGORITHM: QUICKSORT

Input: Et array A med n elementer, `low` og `high` er indekser
Output: Et *sortert* array med de samme n elementene

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2     if low ≥ high then
3         return A
4     p ← Partition(A, low, high)
5     Quicksort(A, low, p - 1)
6     Quicksort(A, p + 1, high)
```

Quicksort – Implementasjon

Algorithm: Quicksort

Input: Et array A med n elementer, `low` og `high` er indekser
Output: Et *sortert* array med de samme n elementene

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2     if low ≥ high then
3         return A
4     p ← Partition(A, low, high)
5     Quicksort(A, low, p - 1)
6     Quicksort(A, p + 1, high)
7     return A
```

Quicksort – Implementasjon

ALGORITHM: QUICKSORT

Input: Et array A med n elementer, `low` og `high` er indekser
Output: Et *sortert* array med de samme n elementene

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2     if low ≥ high then
3         return A
4     p ← Partition(A, low, high)
5     Quicksort(A, low, p - 1)
6     Quicksort(A, p + 1, high)
7     return A
```

- Vi kaller på `Quicksort`$(A, 0, n-1)$ for å sortere hele arrayet

Quicksort – Kjøretidsanalyse

- `Partition` er i $\mathcal{O}(high - low)$

Algorithm: Quicksort

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2   if low ≥ high then
3     return A
4   p ← Partition(A, low, high)
5   Quicksort(A, low, p - 1)
6   Quicksort(A, p + 1, high)
7   return A
```

Quicksort – Kjøretidsanalyse

- `Partition` er i $\mathcal{O}(high - low)$
  - lineær tid med hensyn til den delen av arrayet vi ser på

Algorithm: Quicksort

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2   if low ≥ high then
3     return A
4   p ← Partition(A, low, high)
5   Quicksort(A, low, p - 1)
6   Quicksort(A, p + 1, high)
7   return A
```

Quicksort – Kjøretidsanalyse

- `Partition` er i $\mathcal{O}(high - low)$
  - lineær tid med hensyn til den delen av arrayet vi ser på
- Vi gjør rekursive kall der $high - low$ stadig blir mindre

Algorithm: Quicksort

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2     if low ≥ high then
3         return A
4     p ← Partition(A, low, high)
5     Quicksort(A, low, p - 1)
6     Quicksort(A, p + 1, high)
7     return A
```

Quicksort – Kjøretidsanalyse

- `Partition` er i $\mathcal{O}(high - low)$
  - lineær tid med hensyn til den delen av arrayet vi ser på
- Vi gjør rekursive kall der $high - low$ stadig blir mindre
- I *verste tilfelle* er $p = low$ eller $p = high$ i hvert kall

Algorithm: Quicksort

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2   if low ≥ high then
3     return A
4   p ← Partition(A, low, high)
5   Quicksort(A, low, p - 1)
6   Quicksort(A, p + 1, high)
7   return A
```

Quicksort – Kjøretidsanalyse

- `Partition` er i $\mathcal{O}(high - low)$
  - lineær tid med hensyn til den delen av arrayet vi ser på
- Vi gjør rekursive kall der $high - low$ stadig blir mindre
- I *verste tilfelle* er $p = low$ eller $p = high$ i hvert kall
  - Dette skjer hvis vi velger første element som pivot på et array som allerede er sortert

Algorithm: Quicksort

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2     if low ≥ high then
3         return A
4     p ← Partition(A, low, high)
5     Quicksort(A, low, p - 1)
6     Quicksort(A, p + 1, high)
7     return A
```

Quicksort – Kjøretidsanalyse

- `Partition` er i $\mathcal{O}(high - low)$
  - lineær tid med hensyn til den delen av arrayet vi ser på
- Vi gjør rekursive kall der $high - low$ stadig blir mindre
- I *verste tilfelle* er $p = low$ eller $p = high$ i hvert kall
  - Dette skjer hvis vi velger første element som pivot på et array som allerede er sortert
- Verste tilfelle er $\mathcal{O}(n^2)$ fordi vi får $\mathcal{O}(n)$ rekursive kall

Algorithm: Quicksort

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2     if low ≥ high then
3         return A
4     p ← Partition(A, low, high)
5     Quicksort(A, low, p - 1)
6     Quicksort(A, p + 1, high)
7     return A
```

Quicksort – Kjøretidsanalyse

- `Partition` er i $\mathcal{O}(high - low)$
  - lineær tid med hensyn til den delen av arrayet vi ser på
- Vi gjør rekursive kall der $high - low$ stadig blir mindre
- I *verste tilfelle* er $p = low$ eller $p = high$ i hvert kall
  - Dette skjer hvis vi velger første element som pivot på et array som allerede er sortert
- Verste tilfelle er $\mathcal{O}(n^2)$ fordi vi får $\mathcal{O}(n)$ rekursive kall
  - og hvert rekursive kall har lineær tid

Algorithm: Quicksort

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2   if low ≥ high then
3     return A
4   p ← Partition(A, low, high)
5   Quicksort(A, low, p - 1)
6   Quicksort(A, p + 1, high)
7   return A
```

Quicksort – Kjøretidsanalyse

- `Partition` er i $\mathcal{O}(high - low)$
  - lineær tid med hensyn til den delen av arrayet vi ser på
- Vi gjør rekursive kall der $high - low$ stadig blir mindre
- I *verste tilfelle* er $p = low$ eller $p = high$ i hvert kall
  - Dette skjer hvis vi velger første element som pivot på et array som allerede er sortert
- Verste tilfelle er $\mathcal{O}(n^2)$ fordi vi får $\mathcal{O}(n)$ rekursive kall
  - og hvert rekursive kall har lineær tid
- I beste tilfelle er pivot-elementet den «midterste» verdien i arrayet

Algorithm: Quicksort

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2     if low ≥ high then
3         return A
4     p ← Partition(A, low, high)
5     Quicksort(A, low, p - 1)
6     Quicksort(A, p + 1, high)
7     return A
```

Quicksort – Kjøretidsanalyse

- `Partition` er i $\mathcal{O}(high - low)$
  - lineær tid med hensyn til den delen av arrayet vi ser på
- Vi gjør rekursive kall der $high - low$ stadig blir mindre
- I *verste tilfelle* er $p = low$ eller $p = high$ i hvert kall
  - Dette skjer hvis vi velger første element som pivot på et array som allerede er sortert
- Verste tilfelle er $\mathcal{O}(n^2)$ fordi vi får $\mathcal{O}(n)$ rekursive kall
  - og hvert rekursive kall har lineær tid
- I beste tilfelle er pivot-elementet den «midterste» verdien i arrayet
  - da halverer vi arbeidet for hvert rekursive kall, som gir $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$

Algorithm: Quicksort

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2     if low ≥ high then
3         return A
4     p ← Partition(A, low, high)
5     Quicksort(A, low, p - 1)
6     Quicksort(A, p + 1, high)
7     return A
```

Quicksort – Kjøretidsanalyse

- `Partition` er i $\mathcal{O}(high - low)$
  - lineær tid med hensyn til den delen av arrayet vi ser på
- Vi gjør rekursive kall der $high - low$ stadig blir mindre
- I *verste tilfelle* er $p = low$ eller $p = high$ i hvert kall
  - Dette skjer hvis vi velger første element som pivot på et array som allerede er sortert
- Verste tilfelle er $\mathcal{O}(n^2)$ fordi vi får $\mathcal{O}(n)$ rekursive kall
  - og hvert rekursive kall har lineær tid
- I beste tilfelle er pivot-elementet den «midterste» verdien i arrayet
  - da halverer vi arbeidet for hvert rekursive kall, som gir $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$
- Quicksort har $\mathcal{O}(n^2)$ i verste tilfellet

Algorithm: Quicksort

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2     if low ≥ high then
3         return A
4     p ← Partition(A, low, high)
5     Quicksort(A, low, p - 1)
6     Quicksort(A, p + 1, high)
7     return A
```

Quicksort – Kjøretidsanalyse

- `Partition` er i $\mathcal{O}(high - low)$
  - lineær tid med hensyn til den delen av arrayet vi ser på
- Vi gjør rekursive kall der $high - low$ stadig blir mindre
- I *verste tilfelle* er $p = low$ eller $p = high$ i hvert kall
  - Dette skjer hvis vi velger første element som pivot på et array som allerede er sortert
- Verste tilfelle er $\mathcal{O}(n^2)$ fordi vi får $\mathcal{O}(n)$ rekursive kall
  - og hvert rekursive kall har lineær tid
- I beste tilfelle er pivot-elementet den «midterste» verdien i arrayet
  - da halverer vi arbeidet for hvert rekursive kall, som gir $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$
- Quicksort har $\mathcal{O}(n^2)$ i verste tilfellet
  - Men dette skjer sjeldent og er *som regel* svært effektiv

Algorithm: Quicksort

```
1 Procedure Quicksort(A, low, high)
2   if low ≥ high then
3     return A
4   p ← Partition(A, low, high)
5   Quicksort(A, low, p - 1)
6   Quicksort(A, p + 1, high)
7   return A
```

Bucket sort

Bucket sort – Introduksjon

- Alle sorteringsalgoritmene vi har sett til nå er basert på sammenligning

Bucket sort – Introduksjon

- Alle sorteringsalgoritmene vi har sett til nå er basert på sammenligning
  - slike sorteringsalgoritmer kan ikke bli bedre en $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$!

Bucket sort – Introduksjon

- Alle sorteringsalgoritmene vi har sett til nå er basert på sammenligning
  - slike sorteringsalgoritmer kan ikke bli bedre en $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$!
- Hvis vi vet mer om verdiene som skal sorteres, kan vi få til noe bedre

Bucket sort – Introduksjon

- Alle sorteringsalgoritmene vi har sett til nå er basert på sammenligning
  - slike sorteringsalgoritmer kan ikke bli bedre en $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$!
- Hvis vi vet mer om verdiene som skal sorteres, kan vi få til noe bedre
- Bucket sort går ut på å lage N bøtter

Bucket sort – Introduksjon

- Alle sorteringsalgoritmene vi har sett til nå er basert på sammenligning
  - slike sorteringsalgoritmer kan ikke bli bedre en $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$!
- Hvis vi vet mer om verdiene som skal sorteres, kan vi få til noe bedre
- Bucket sort går ut på å lage N bøtter
  - hvor hver bøtte svarer til en kategori eller sort, der kategoriene er ordnet

Bucket sort – Introduksjon

- Alle sorteringsalgoritmene vi har sett til nå er basert på sammenligning
  - slike sorteringsalgoritmer kan ikke bli bedre en $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$!
- Hvis vi vet mer om verdiene som skal sorteres, kan vi få til noe bedre
- Bucket sort går ut på å lage N bøtter
  - hvor hver bøtte svarer til en kategori eller sort, der kategoriene er ordnet
- Elementene vi skal sortere har en kategori, som vi kaller nøkkelen

Bucket sort – Introduksjon

- Alle sorteringsalgoritmene vi har sett til nå er basert på sammenligning
  - slike sorteringsalgoritmer kan ikke bli bedre en $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$!
- Hvis vi vet mer om verdiene som skal sorteres, kan vi få til noe bedre
- Bucket sort går ut på å lage N bøtter
  - hvor hver bøtte svarer til en kategori eller sort, der kategoriene er ordnet
- Elementene vi skal sortere har en kategori, som vi kaller nøkkelen
- I bucket sort plasserer vi hvert element i riktig bøtte basert på nøkkelen

Bucket sort – Introduksjon

- Alle sorteringsalgoritmene vi har sett til nå er basert på sammenligning
  - slike sorteringsalgoritmer kan ikke bli bedre en $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$!
- Hvis vi vet mer om verdiene som skal sorteres, kan vi få til noe bedre
- Bucket sort går ut på å lage N bøtter
  - hvor hver bøtte svarer til en kategori eller sort, der kategoriene er ordnet
- Elementene vi skal sortere har en kategori, som vi kaller nøkkelen
- I bucket sort plasserer vi hvert element i riktig bøtte basert på nøkkelen
- Så løper vi gjennom hver bøtte og plasserer elementene tilbake i arrayet

Bucket sort – Introduksjon

- Alle sorteringsalgoritmene vi har sett til nå er basert på sammenligning
  - slike sorteringsalgoritmer kan ikke bli bedre en $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$!
- Hvis vi vet mer om verdiene som skal sorteres, kan vi få til noe bedre
- Bucket sort går ut på å lage N bøtter
  - hvor hver bøtte svarer til en kategori eller sort, der kategoriene er ordnet
- Elementene vi skal sortere har en kategori, som vi kaller nøkkelen
- I bucket sort plasserer vi hvert element i riktig bøtte basert på nøkkelen
- Så løper vi gjennom hver bøtte og plasserer elementene tilbake i arrayet
- Merk at man noen ganger ønsker å sortere bøttene hver for seg

Bucket sort – Introduksjon

- Alle sorteringsalgoritmene vi har sett til nå er basert på sammenligning
  - slike sorteringsalgoritmer kan ikke bli bedre en $\mathcal{O}(n \cdot \log(n))$!
- Hvis vi vet mer om verdiene som skal sorteres, kan vi få til noe bedre
- Bucket sort går ut på å lage N bøtter
  - hvor hver bøtte svarer til en kategori eller sort, der kategoriene er ordnet
- Elementene vi skal sortere har en kategori, som vi kaller nøkkelen
- I bucket sort plasserer vi hvert element i riktig bøtte basert på nøkkelen
- Så løper vi gjennom hver bøtte og plasserer elementene tilbake i arrayet
- Merk at man noen ganger ønsker å sortere bøttene hver for seg
  - De lærde virker til å strides på dette punktet

Bucket sort – Kortstokk

- Vi kan definere en ordning på kort, slik at

$$A < 2 < 3 < \cdots < 10 < J < Q < K$$

Bucket sort – Kortstokk

- Vi kan definere en ordning på kort, slik at

$$A < 2 < 3 < \cdots < 10 < J < Q < K$$

- Videre har vi at

$$\clubsuit < \diamondsuit < \spadesuit < \heartsuit$$

Bucket sort – Kortstokk

- Vi kan definere en ordning på kort, slik at

$$A < 2 < 3 < \cdots < 10 < J < Q < K$$

- Videre har vi at

$$\clubsuit < \diamondsuit < \spadesuit < \heartsuit$$

- Vi ønsker å sortere kort vi får på hånden, slik at

Bucket sort – Kortstokk

- Vi kan definere en ordning på kort, slik at

$$A < 2 < 3 < \cdots < 10 < J < Q < K$$

- Videre har vi at

$$\clubsuit < \diamondsuit < \spadesuit < \heartsuit$$

- Vi ønsker å sortere kort vi får på hånden, slik at
  - alle med samme sort kommer sammen

Bucket sort – Kortstokk

- Vi kan definere en ordning på kort, slik at

$$A < 2 < 3 < \cdots < 10 < J < Q < K$$

- Videre har vi at

$$\clubsuit < \diamondsuit < \spadesuit < \heartsuit$$

- Vi ønsker å sortere kort vi får på hånden, slik at
  - alle med samme sort kommer sammen
  - hver sort er innbyrdes sortert

Bucket sort – Kortstokk

- Vi kan definere en ordning på kort, slik at

$$A < 2 < 3 < \cdots < 10 < J < Q < K$$

- Videre har vi at

$$\clubsuit < \diamondsuit < \spadesuit < \heartsuit$$

- Vi ønsker å sortere kort vi får på hånden, slik at
  - alle med samme sort kommer sammen
  - hver sort er innbyrdes sortert
- Det kan vi oppnå ved å gjøre to bucket sort

Bucket sort – Kortstokk

- Vi kan definere en ordning på kort, slik at

$$A < 2 < 3 < \cdots < 10 < J < Q < K$$

- Videre har vi at

$$\clubsuit < \diamondsuit < \spadesuit < \heartsuit$$

- Vi ønsker å sortere kort vi får på hånden, slik at
  - alle med samme sort kommer sammen
  - hver sort er innbyrdes sortert
- Det kan vi oppnå ved å gjøre to bucket sort
  - sorter først på verdi

Bucket sort – Kortstokk

- Vi kan definere en ordning på kort, slik at

$$A < 2 < 3 < \cdots < 10 < J < Q < K$$

- Videre har vi at

$$\clubsuit < \diamondsuit < \spadesuit < \heartsuit$$

- Vi ønsker å sortere kort vi får på hånden, slik at
  - alle med samme sort kommer sammen
  - hver sort er innbyrdes sortert
- Det kan vi oppnå ved å gjøre to bucket sort
  - sorter først på verdi
  - så sorter på sort

Bucket sort – Kortstokk (eksempel)

$A\heartsuit$ $2\heartsuit$ $A\clubsuit$ $J\clubsuit$ $9\spadesuit$ $6\diamondsuit$ $7\diamondsuit$ $7\clubsuit$ $K\heartsuit$ $8\heartsuit$

Bucket sort – Kortstokk (eksempel)



Bucket sort – Kortstokk (eksempel)



Bucket sort – Kortstokk (eksempel)

A♡ 2♡ A♣ J♣ 9♠ 6♢ 7♢ 7♣ K♡ 8♡



A♡ A♣ 2♡ 6♢ 7♢ 7♣ 8♡ 9♠ J♣ K♡

Bucket sort – Kortstokk (eksempel)

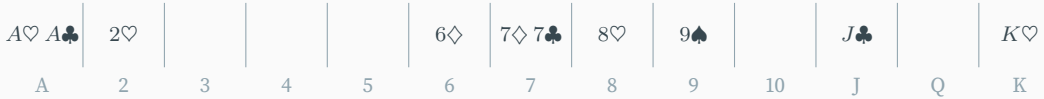


Bucket sort – Kortstokk (eksempel)



Bucket sort – Kortstokk (eksempel)

$A\heartsuit$ $2\heartsuit$ $A\clubsuit$ $J\clubsuit$ $9\spadesuit$ $6\diamondsuit$ $7\diamondsuit$ $7\clubsuit$ $K\heartsuit$ $8\heartsuit$



$A\heartsuit$ $A\clubsuit$ $2\heartsuit$ $6\diamondsuit$ $7\diamondsuit$ $7\clubsuit$ $8\heartsuit$ $9\spadesuit$ $J\clubsuit$ $K\heartsuit$



$A\clubsuit$ $7\clubsuit$ $J\clubsuit$ $6\diamondsuit$ $7\diamondsuit$ $9\spadesuit$ $A\heartsuit$ $2\heartsuit$ $8\heartsuit$ $K\heartsuit$

Bucket sort – Implementasjon

ALGORITHM: BUCKET SORT

Input: Et array A med n elementer
Output: Et array med de samme n elementene *sortert etter nøkler*

```
1 Procedure BucketSort(A)
```

Bucket sort – Implementasjon

ALGORITHM: BUCKET SORT

Input: Et array A med n elementer
Output: Et array med de samme n elementene *sortert etter nøkler*

```
1 Procedure BucketSort(A)
2     La B være et array med N tomme lister
```

Bucket sort – Implementasjon

ALGORITHM: BUCKET SORT

Input: Et array A med n elementer
Output: Et array med de samme n elementene *sortert etter nøkler*

```
1 Procedure BucketSort(A)
2     La B være et array med N tomme lister
3     for i ← 0 to n − 1 do
4         La k være nøkkelen assosiert med A[i]
5         Legg til A[i] på slutten av listen B[k]
```

Bucket sort – Implementasjon

ALGORITHM: BUCKET SORT

Input: Et array A med n elementer
Output: Et array med de samme n elementene *sortert etter nøkler*

```
1 Procedure BucketSort(A)
2     La B være et array med N tomme lister
3     for i ← 0 to n − 1 do
4         La k være nøkkelen assosiert med A[i]
5         Legg til A[i] på slutten av listen B[k]
6     j ← 0
7     for k ← 0 to N − 1 do
```

Bucket sort – Implementasjon

ALGORITHM: BUCKET SORT

Input: Et array A med n elementer
Output: Et array med de samme n elementene *sortert etter nøkler*

```
1  Procedure BucketSort(A)
2      La B være et array med N tomme lister
3      for i ← 0 to n − 1 do
4          La k være nøkkelen assosiert med A[i]
5          Legg til A[i] på slutten av listen B[k]
6      j ← 0
7      for k ← 0 to N − 1 do
8          for hver x i listen B[k] do
9              A[j] ← x
10             j ← j + 1
```

Bucket sort – Implementasjon

ALGORITHM: BUCKET SORT

Input: Et array A med n elementer
Output: Et array med de samme n elementene *sortert etter nøkler*

```
1  Procedure BucketSort(A)
2      La B være et array med N tomme lister
3      for i ← 0 to n − 1 do
4          La k være nøkkelen assosiert med A[i]
5          Legg til A[i] på slutten av listen B[k]
6      j ← 0
7      for k ← 0 to N − 1 do
8          for hver x i listen B[k] do
9              A[j] ← x
10             j ← j + 1
11     return A
```

Bucket sort – Kjøretidsanalyse

- Først må vi gå gjennom alle elementene

Algorithm: Bucket sort

```
1  Procedure BucketSort(A)
2      La B være et array med N tomme lister
3      for i ← 0 to n − 1 do
4          La k være nøkkelen assosiert med A[i]
5          Legg til A[i] på slutten av listen B[k]
6      j ← 0
7      for k ← 0 to N − 1 do
8          for hver x i listen B[k] do
9              A[j] ← x
10             j ← j + 1
11     return A
```

Bucket sort – Kjøretidsanalyse

- Først må vi gå gjennom alle elementene
  - Dette er $\mathcal{O}(n)$

Algorithm: Bucket sort

```
1  Procedure BucketSort(A)
2      La B være et array med N tomme lister
3      for i ← 0 to n − 1 do
4          La k være nøkkelen assosiert med A[i]
5          Legg til A[i] på slutten av listen B[k]
6      j ← 0
7      for k ← 0 to N − 1 do
8          for hver x i listen B[k] do
9              A[j] ← x
10             j ← j + 1
11     return A
```

Bucket sort – Kjøretidsanalyse

- Først må vi gå gjennom alle elementene
  - Dette er $\mathcal{O}(n)$
- Vi går gjennom alle bøttene

Algorithm: Bucket sort

```
1  Procedure BucketSort(A)
2      La B være et array med N tomme lister
3      for i ← 0 to n − 1 do
4          La k være nøkkelen assosiert med A[i]
5          Legg til A[i] på slutten av listen B[k]
6      j ← 0
7      for k ← 0 to N − 1 do
8          for hver x i listen B[k] do
9              A[j] ← x
10             j ← j + 1
11     return A
```

Bucket sort – Kjøretidsanalyse

- Først må vi gå gjennom alle elementene
  - Dette er $\mathcal{O}(n)$
- Vi går gjennom alle bøttene
  - Dette er $\mathcal{O}(N)$

Algorithm: Bucket sort

```
1  Procedure BucketSort(A)
2      La B være et array med N tomme lister
3      for i ← 0 to n − 1 do
4          La k være nøkkelen assosiert med A[i]
5          Legg til A[i] på slutten av listen B[k]
6      j ← 0
7      for k ← 0 to N − 1 do
8          for hver x i listen B[k] do
9              A[j] ← x
10             j ← j + 1
11     return A
```

Bucket sort – Kjøretidsanalyse

- Først må vi gå gjennom alle elementene
  - Dette er $\mathcal{O}(n)$
- Vi går gjennom alle bøttene
  - Dette er $\mathcal{O}(N)$
- For hver bøtte, går vi gjennom elementene i bøtta

Algorithm: Bucket sort

```
1  Procedure BucketSort(A)
2      La B være et array med N tomme lister
3      for i ← 0 to n − 1 do
4          La k være nøkkelen assosiert med A[i]
5          Legg til A[i] på slutten av listen B[k]
6      j ← 0
7      for k ← 0 to N − 1 do
8          for hver x i listen B[k] do
9              A[j] ← x
10             j ← j + 1
11     return A
```

Bucket sort – Kjøretidsanalyse

- Først må vi gå gjennom alle elementene
  - Dette er $\mathcal{O}(n)$
- Vi går gjennom alle bøttene
  - Dette er $\mathcal{O}(N)$
- For hver bøtte, går vi gjennom elementene i bøtta
- Men det er bare n elementer i bøttene!

Algorithm: Bucket sort

```
1  Procedure BucketSort(A)
2      La B være et array med N tomme lister
3      for i ← 0 to n − 1 do
4          La k være nøkkelen assosiert med A[i]
5          Legg til A[i] på slutten av listen B[k]
6      j ← 0
7      for k ← 0 to N − 1 do
8          for hver x i listen B[k] do
9              A[j] ← x
10             j ← j + 1
11     return A
```

Bucket sort – Kjøretidsanalyse

- Først må vi gå gjennom alle elementene
  - Dette er $\mathcal{O}(n)$
- Vi går gjennom alle bøttene
  - Dette er $\mathcal{O}(N)$
- For hver bøtte, går vi gjennom elementene i bøtta
- Men det er bare n elementer i bøttene!
  - Kun n elementer i *alle bøttene tilsammen*

Algorithm: Bucket sort

```
1  Procedure BucketSort(A)
2      La B være et array med N tomme lister
3      for i ← 0 to n − 1 do
4          La k være nøkkelen assosiert med A[i]
5          Legg til A[i] på slutten av listen B[k]
6      j ← 0
7      for k ← 0 to N − 1 do
8          for hver x i listen B[k] do
9              A[j] ← x
10             j ← j + 1
11     return A
```

Bucket sort – Kjøretidsanalyse

- Først må vi gå gjennom alle elementene
  - Dette er $\mathcal{O}(n)$
- Vi går gjennom alle bøttene
  - Dette er $\mathcal{O}(N)$
- For hver bøtte, går vi gjennom elementene i bøtta
- Men det er bare n elementer i bøttene!
  - Kun n elementer i *alle bøttene tilsammen*
- Som gir $\mathcal{O}(N + n)$

Algorithm: Bucket sort

```
1  Procedure BucketSort(A)
2      La B være et array med N tomme lister
3      for i ← 0 to n − 1 do
4          La k være nøkkelen assosiert med A[i]
5          Legg til A[i] på slutten av listen B[k]
6      j ← 0
7      for k ← 0 to N − 1 do
8          for hver x i listen B[k] do
9              A[j] ← x
10             j ← j + 1
11     return A
```

Bucket sort – Kjøretidsanalyse

- Først må vi gå gjennom alle elementene
  - Dette er $\mathcal{O}(n)$
- Vi går gjennom alle bøttene
  - Dette er $\mathcal{O}(N)$
- For hver bøtte, går vi gjennom elementene i bøtta
- Men det er bare n elementer i bøttene!
  - Kun n elementer i *alle bøttene tilsammen*
- Som gir $\mathcal{O}(N + n)$
- Når N er konstant kan det forenkles til $\mathcal{O}(n)$

Algorithm: Bucket sort

```
1  Procedure BucketSort(A)
2      La B være et array med N tomme lister
3      for i ← 0 to n − 1 do
4          La k være nøkkelen assosiert med A[i]
5          Legg til A[i] på slutten av listen B[k]
6      j ← 0
7      for k ← 0 to N − 1 do
8          for hver x i listen B[k] do
9              A[j] ← x
10             j ← j + 1
11     return A
```

Radix sort

Radix sort – Idé

- Radix sort er nært beslektet bucket sort

Radix sort – Idé

- Radix sort er nært beslektet bucket sort
  - (noen vil ikke engang skille mellom disse algoritmene)

Radix sort – Idé

- Radix sort er nært beslektet bucket sort
  - (noen vil ikke engang skille mellom disse algoritmene)
- Eksempelet vi så med å sortere kort, er faktisk en type radix sort

Radix sort – Idé

- Radix sort er nært beslektet bucket sort
  - (noen vil ikke engang skille mellom disse algoritmene)
- Eksempelet vi så med å sortere kort, er faktisk en type radix sort
- En svært god intuisjon for radix sort er at det er

Radix sort – Idé

- Radix sort er nært beslektet bucket sort
  - (noen vil ikke engang skille mellom disse algoritmene)
- Eksempelet vi så med å sortere kort, er faktisk en type radix sort
- En svært god intuisjon for radix sort er at det er
  - *suksessiv anvendelse av bucket sort*

Radix sort – Idé

- Radix sort er nært beslektet bucket sort
  - (noen vil ikke engang skille mellom disse algoritmene)
- Eksempelet vi så med å sortere kort, er faktisk en type radix sort
- En svært god intuisjon for radix sort er at det er
  - *suksessiv anvendelse av bucket sort*
- Radix sort kan brukes for data som kan ordnes *leksikografisk*

Radix sort – Leksikografiske ordninger

- Leksikografiske ordninger er en generalisering av alfabetisk rekkefølge

Radix sort – Leksikografiske ordninger

- Leksikografiske ordninger er en generalisering av alfabetisk rekkefølge
  - Vi kan ordne ord etter bokstavene (som i seg selv er ordnet)

Radix sort – Leksikografiske ordninger

- Leksikografiske ordninger er en generalisering av alfabetisk rekkefølge
  - Vi kan ordne ord etter bokstavene (som i seg selv er ordnet)
    - der første bokstav prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…

Radix sort – Leksikografiske ordninger

- Leksikografiske ordninger er en generalisering av alfabetisk rekkefølge
  - Vi kan ordne ord etter bokstavene (som i seg selv er ordnet)
    - der første bokstav prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
  - Vi kan ordne tall på samme måte

Radix sort – Leksikografiske ordninger

- Leksikografiske ordninger er en generalisering av alfabetisk rekkefølge
  - Vi kan ordne ord etter bokstavene (som i seg selv er ordnet)
    - der første bokstav prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
  - Vi kan ordne tall på samme måte
    - der første siffer prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…

Radix sort – Leksikografiske ordninger

- Leksikografiske ordninger er en generalisering av alfabetisk rekkefølge
  - Vi kan ordne ord etter bokstavene (som i seg selv er ordnet)
    - der første bokstav prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
  - Vi kan ordne tall på samme måte
    - der første siffer prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
- Mer generelt kan vi tenke oss tupler med symboler $(a_1, a_2, \ldots, a_d)$

Radix sort – Leksikografiske ordninger

- Leksikografiske ordninger er en generalisering av alfabetisk rekkefølge
  - Vi kan ordne ord etter bokstavene (som i seg selv er ordnet)
    - der første bokstav prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
  - Vi kan ordne tall på samme måte
    - der første siffer prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
- Mer generelt kan vi tenke oss tupler med symboler $(a_1, a_2, \ldots, a_d)$
- Vi sier at $(a_1, a_2, \ldots, a_d) < (b_1, b_2, \ldots, b_d)$ hvis

Radix sort – Leksikografiske ordninger

- Leksikografiske ordninger er en generalisering av alfabetisk rekkefølge
  - Vi kan ordne ord etter bokstavene (som i seg selv er ordnet)
    - der første bokstav prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
  - Vi kan ordne tall på samme måte
    - der første siffer prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
- Mer generelt kan vi tenke oss tupler med symboler $(a_1, a_2, \ldots, a_d)$
- Vi sier at $(a_1, a_2, \ldots, a_d) < (b_1, b_2, \ldots, b_d)$ hvis
  - $a_1 < b_1$ eller

Radix sort – Leksikografiske ordninger

- Leksikografiske ordninger er en generalisering av alfabetisk rekkefølge
  - Vi kan ordne ord etter bokstavene (som i seg selv er ordnet)
    - der første bokstav prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
  - Vi kan ordne tall på samme måte
    - der første siffer prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
- Mer generelt kan vi tenke oss tupler med symboler $(a_1, a_2, \ldots, a_d)$
- Vi sier at $(a_1, a_2, \ldots, a_d) < (b_1, b_2, \ldots, b_d)$ hvis
  - $a_1 < b_1$ eller
  - $a_1 = b_1$ og $(a_2, \ldots, a_d) < (b_2, \ldots, b_d)$

Radix sort – Leksikografiske ordninger

- Leksikografiske ordninger er en generalisering av alfabetisk rekkefølge
  - Vi kan ordne ord etter bokstavene (som i seg selv er ordnet)
    - der første bokstav prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
  - Vi kan ordne tall på samme måte
    - der første siffer prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
- Mer generelt kan vi tenke oss tupler med symboler $(a_1, a_2, \ldots, a_d)$
- Vi sier at $(a_1, a_2, \ldots, a_d) < (b_1, b_2, \ldots, b_d)$ hvis
  - $a_1 < b_1$ eller
  - $a_1 = b_1$ og $(a_2, \ldots, a_d) < (b_2, \ldots, b_d)$
- Fra korteksempelet har vi for eksempel at $7\clubsuit < J\clubsuit$

Radix sort – Leksikografiske ordninger

- Leksikografiske ordninger er en generalisering av alfabetisk rekkefølge
  - Vi kan ordne ord etter bokstavene (som i seg selv er ordnet)
    - der første bokstav prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
  - Vi kan ordne tall på samme måte
    - der første siffer prioriteres over andre, som prioriteres over tredje, osv…
- Mer generelt kan vi tenke oss tupler med symboler $(a_1, a_2, \ldots, a_d)$
- Vi sier at $(a_1, a_2, \ldots, a_d) < (b_1, b_2, \ldots, b_d)$ hvis
  - $a_1 < b_1$ eller
  - $a_1 = b_1$ og $(a_2, \ldots, a_d) < (b_2, \ldots, b_d)$
- Fra korteksempelet har vi for eksempel at $7\clubsuit < J\clubsuit$
  - fordi $\clubsuit = \clubsuit$, men $7 < J$

Radix sort – Eksempel (heltall)

1 1112 2223 3334 4445 5556 6667 7778 8889 9990 628 1739 2840 3951 4062 5173

Radix sort – Eksempel (heltall)

0001 1112 2223 3334 4445 5556 6667 7778 8889 9990 0628 1739 2840 3951 4062 5173

Radix sort – Eksempel (heltall)

0001 1112 2223 3334 4445 5556 6667 7778 8889 9990 0628 1739 2840 3951 4062 5173

0001 1112 2223 3334 4445 5556 6667 7778 8889 9990 0628 1739 2840 3951 4062 5173

Radix sort – Eksempel (heltall)

0001 1112 2223 3334 4445 5556 6667 7778 8889 9990 0628 1739 2840 3951 4062 5173

0001 1112 2223 3334 4445 5556 6667 7778 8889 9990 0628 1739 2840 3951 4062 5173



Radix sort – Eksempel (heltall)

0001 1112 2223 3334 4445 5556 6667 7778 8889 9990 0628 1739 2840 3951 4062 5173

0001 1112 2223 3334 4445 5556 6667 7778 8889 9990 0628 1739 2840 3951 4062 5173

9990	2840	0001	3951	1112	4062	2223	5173	3334	4445	5556	6667	7778	0628	8889	1739
0		1		2		3		4	5	6	7	8		9	

9990 2840 0001 3951 1112 4062 2223 5173 3334 4445 5556 6667 7778 0628 8889 1739

Radix sort – Eksempel (heltall)

0001 1112 2223 3334 4445 5556 6667 7778 8889 9990 0628 1739 2840 3951 4062 5173

0001 1112 2223 3334 4445 5556 6667 7778 8889 9990 0628 1739 2840 3951 4062 5173

9990	2840	0001	3951	1112	4062	2223	5173	3334	4445	5556	6667	7778	0628	8889	1739
0		1		2		3		4	5	6	7	8		9	

9990 2840 0001 3951 1112 4062 2223 5173 3334 4445 5556 6667 7778 0628 8889 1739

0001	1112	2223	0628	3334	1739	2840	4445	3951	5556	4062	6667	5173	7778	8889	9990
0	1	2		3		4		5		6		7		8	9

Radix sort – Eksempel (heltall)

0001 1112 2223 3334 4445 5556 6667 7778 8889 9990 0628 1739 2840 3951 4062 5173

0001 1112 2223 3334 4445 5556 6667 7778 8889 9990 0628 1739 2840 3951 4062 5173

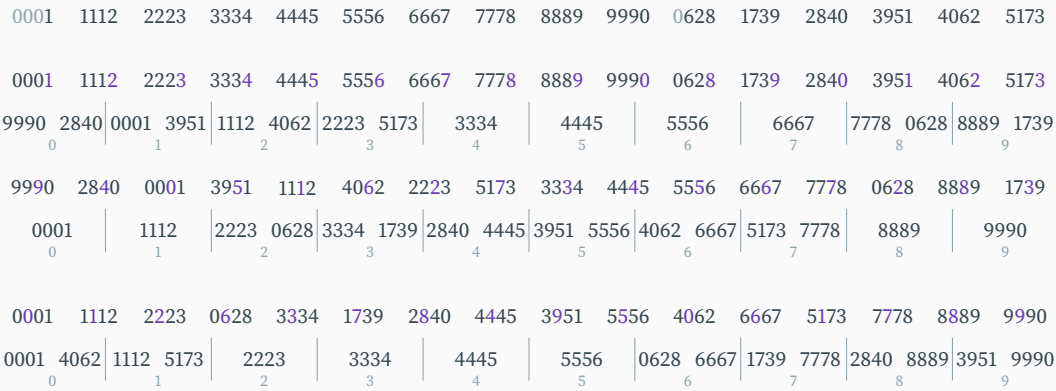
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9990 2840	0001 3951	1112 4062	2223 5173	3334	4445	5556	6667	7778 0628	8889 1739

9990 2840 0001 3951 1112 4062 2223 5173 3334 4445 5556 6667 7778 0628 8889 1739

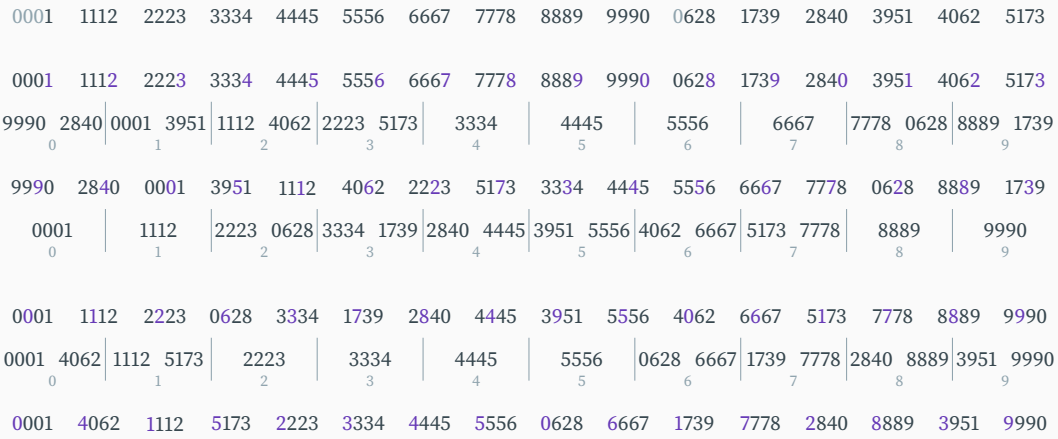
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0001	1112	2223 0628	3334 1739	2840 4445	3951 5556	4062 6667	5173 7778	8889	9990

0001 1112 2223 0628 3334 1739 2840 4445 3951 5556 4062 6667 5173 7778 8889 9990

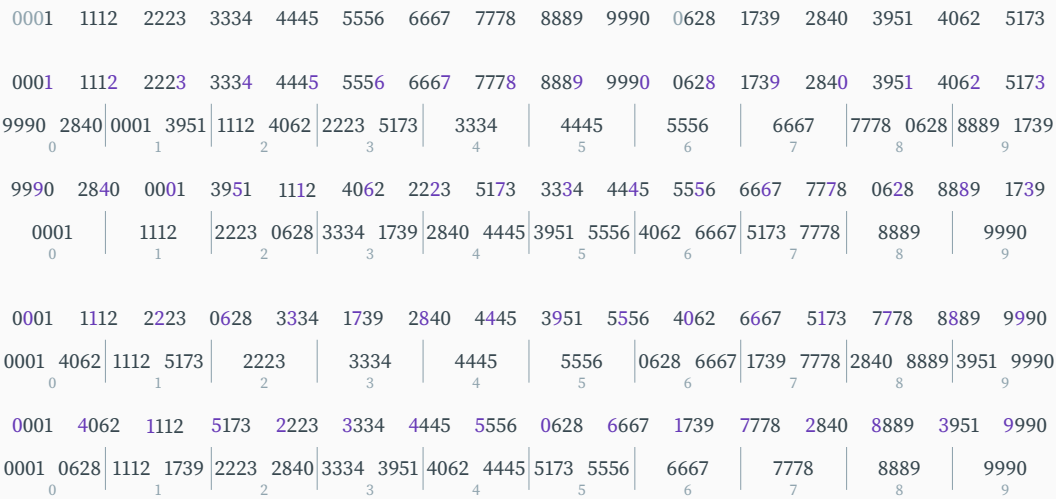
Radix sort – Eksempel (heltall)



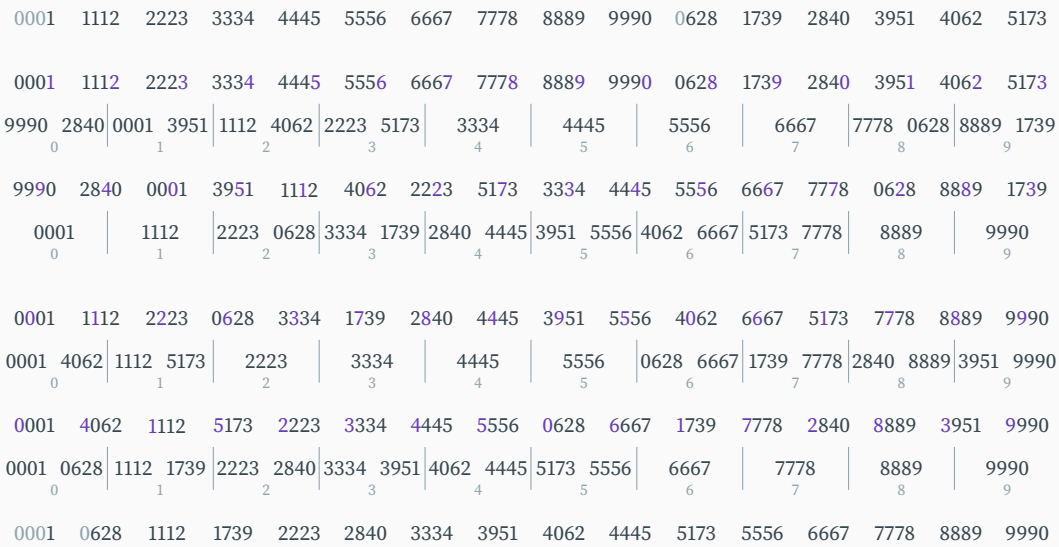
Radix sort – Eksempel (heltall)



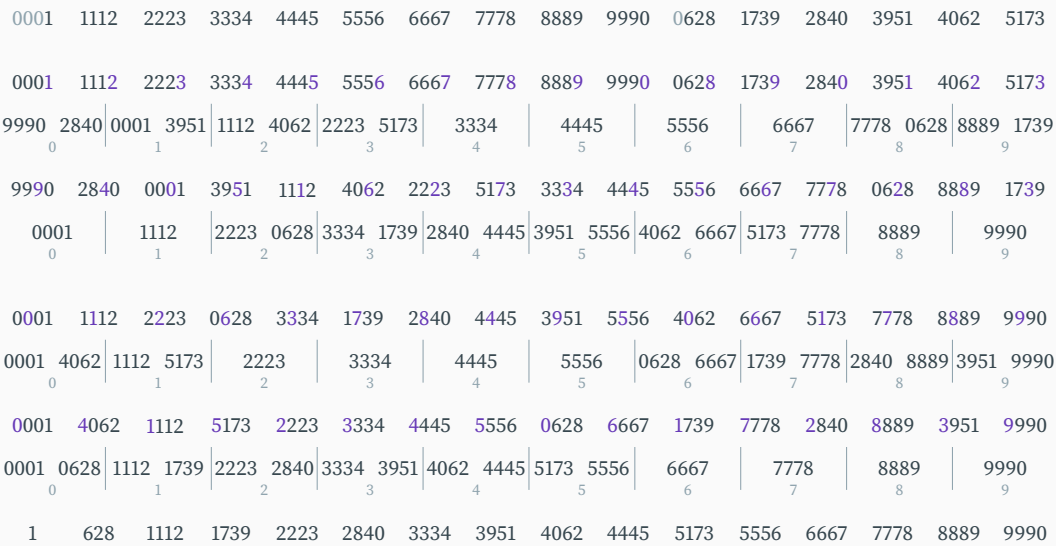
Radix sort – Eksempel (heltall)



Radix sort – Eksempel (heltall)



Radix sort – Eksempel (heltall)



Radix sort – Implementasjon for positive heltall

ALGORITHM: RADIX SORT FOR POSITIVE HELTALL

Input: Et array A med n positive heltall
Output: Et *sortert* array med de samme n positive heltallene

```
1 Procedure RadixSort(A)
```

Radix sort – Implementasjon for positive heltall

ALGORITHM: RADIX SORT FOR POSITIVE HELTALL

Input: Et array A med n positive heltall
Output: Et *sortert* array med de samme n positive heltallene

```
1 Procedure RadixSort(A)
2     d ← antall siffer i det største tallet
```

Radix sort – Implementasjon for positive heltall

ALGORITHM: RADIX SORT FOR POSITIVE HELTALL

Input: Et array A med n positive heltall
Output: Et *sortert* array med de samme n positive heltallene

```
1 Procedure RadixSort(A)
2     d ← antall siffer i det største tallet
3     for i ← d − 1 down to 0 do
4         A ← BucketSort(A) etter det ite sifferet
```

Radix sort – Implementasjon for positive heltall

ALGORITHM: RADIX SORT FOR POSITIVE HELTALL

Input: Et array A med n positive heltall
Output: Et *sortert* array med de samme n positive heltallene

```
1 Procedure RadixSort(A)
2     d ← antall siffer i det største tallet
3     for i ← d − 1 down to 0 do
4         A ← BucketSort(A) etter det ite sifferet
5     return A
```

Radix sort – Kjøretidsanalyse

- Vi vet allerede at `BucketSort` er i $\mathcal{O}(N + n)$

Algorithm: Radix sort

```
1 Procedure RadixSort(A)
2     d ← antall siffer i det største tallet
3     for i ← d − 1 down to 0 do
4         A ← BucketSort(A) etter det ite sifferet
5     return A
```

Radix sort – Kjøretidsanalyse

- Vi vet allerede at `BucketSort` er i $\mathcal{O}(N + n)$
- Radix sort må gjøre d antall bucket sort

Algorithm: Radix sort

```
1 Procedure RadixSort(A)
2     d ← antall siffer i det største tallet
3     for i ← d − 1 down to 0 do
4         A ← BucketSort(A) etter det ite sifferet
5     return A
```

Radix sort – Kjøretidsanalyse

- Vi vet allerede at `BucketSort` er i $\mathcal{O}(N + n)$
- Radix sort må gjøre d antall bucket sort
  - Som regel gitt på forhånd

Algorithm: Radix sort

```
1 Procedure RadixSort(A)
2     d ← antall siffer i det største tallet
3     for i ← d − 1 down to 0 do
4         A ← BucketSort(A) etter det ite sifferet
5     return A
```

Radix sort – Kjøretidsanalyse

- Vi vet allerede at `BucketSort` er i $\mathcal{O}(N + n)$
- Radix sort må gjøre d antall bucket sort
  - Som regel gitt på forhånd
  - Ellers tillegg må man beregne d som er i $\mathcal{O}(n)$

Algorithm: Radix sort

```
1 Procedure RadixSort(A)
2     d ← antall siffer i det største tallet
3     for i ← d − 1 down to 0 do
4         A ← BucketSort(A) etter det ite sifferet
5     return A
```

Radix sort – Kjøretidsanalyse

- Vi vet allerede at `BucketSort` er i $\mathcal{O}(N + n)$
- Radix sort må gjøre d antall bucket sort
  - Som regel gitt på forhånd
  - Ellers tillegg må man beregne d som er i $\mathcal{O}(n)$
- Generelt er radix sort i $\mathcal{O}(d \cdot (N + n))$

Algorithm: Radix sort

```
1 Procedure RadixSort(A)
2     d ← antall siffer i det største tallet
3     for i ← d − 1 down to 0 do
4         A ← BucketSort(A) etter det ite sifferet
5     return A
```

Radix sort – Kjøretidsanalyse

- Vi vet allerede at `BucketSort` er i $\mathcal{O}(N + n)$
- Radix sort må gjøre d antall bucket sort
  - Som regel gitt på forhånd
  - Ellers tillegg må man beregne d som er i $\mathcal{O}(n)$
- Generelt er radix sort i $\mathcal{O}(d \cdot (N + n))$
- For heltall kan vi sette $N = 10$

Algorithm: Radix sort

```
1 Procedure RadixSort(A)
2     d ← antall siffer i det største tallet
3     for i ← d − 1 down to 0 do
4         A ← BucketSort(A) etter det ite sifferet
5     return A
```

Radix sort – Kjøretidsanalyse

- Vi vet allerede at `BucketSort` er i $\mathcal{O}(N + n)$
- Radix sort må gjøre d antall bucket sort
  - Som regel gitt på forhånd
  - Ellers tillegg må man beregne d som er i $\mathcal{O}(n)$
- Generelt er radix sort i $\mathcal{O}(d \cdot (N + n))$
- For heltall kan vi sette $N = 10$
  - (dersom vi bruker titallsystemet)

Algorithm: Radix sort

```
1 Procedure RadixSort(A)
2     d ← antall siffer i det største tallet
3     for i ← d − 1 down to 0 do
4         A ← BucketSort(A) etter det ite sifferet
5     return A
```

Radix sort – Kjøretidsanalyse

- Vi vet allerede at `BucketSort` er i $\mathcal{O}(N + n)$
- Radix sort må gjøre d antall bucket sort
  - Som regel gitt på forhånd
  - Ellers tillegg må man beregne d som er i $\mathcal{O}(n)$
- Generelt er radix sort i $\mathcal{O}(d \cdot (N + n))$
- For heltall kan vi sette $N = 10$
  - (dersom vi bruker titallsystemet)
- Da får vi $\mathcal{O}(d(10 + n)) = \mathcal{O}(d \cdot n)$

Algorithm: Radix sort

```
1 Procedure RadixSort(A)
2     d ← antall siffer i det største tallet
3     for i ← d − 1 down to 0 do
4         A ← BucketSort(A) etter det ite sifferet
5     return A
```

Radix sort – Kjøretidsanalyse

- Vi vet allerede at `BucketSort` er i $\mathcal{O}(N + n)$
- Radix sort må gjøre d antall bucket sort
  - Som regel gitt på forhånd
  - Ellers tillegg må man beregne d som er i $\mathcal{O}(n)$
- Generelt er radix sort i $\mathcal{O}(d \cdot (N + n))$
- For heltall kan vi sette $N = 10$
  - (dersom vi bruker titallsystemet)
- Da får vi $\mathcal{O}(d(10 + n)) = \mathcal{O}(d \cdot n)$
- Hvis vi vet at tallene ikke blir større enn 10^9

Algorithm: Radix sort

```
1 Procedure RadixSort(A)
2     d ← antall siffer i det største tallet
3     for i ← d − 1 down to 0 do
4         A ← BucketSort(A) etter det ite sifferet
5     return A
```

Radix sort – Kjøretidsanalyse

- Vi vet allerede at `BucketSort` er i $\mathcal{O}(N + n)$
- Radix sort må gjøre d antall bucket sort
  - Som regel gitt på forhånd
  - Ellers tillegg må man beregne d som er i $\mathcal{O}(n)$
- Generelt er radix sort i $\mathcal{O}(d \cdot (N + n))$
- For heltall kan vi sette $N = 10$
  - (dersom vi bruker titallsystemet)
- Da får vi $\mathcal{O}(d(10 + n)) = \mathcal{O}(d \cdot n)$
- Hvis vi vet at tallene ikke blir større enn 10^9
- Så får vi $\mathcal{O}(9 \cdot n) = \mathcal{O}(n)$

Algorithm: Radix sort

```
1 Procedure RadixSort(A)
2     d ← antall siffer i det største tallet
3     for i ← d − 1 down to 0 do
4         A ← BucketSort(A) etter det ite sifferet
5     return A
```