Kollektivtilbudet i Oslo

I det siste bystyremøtet ble det sluttet flere vedtak vedrørende kollektivtilbudet i Oslo. La kollektivtilbudet være representert som en sammenhengende, urettet og vektet graf $G = (V, E)$, der $u \in V$ er en holdeplass, en kant $\{u, v\} \in E$ er en *strekning* og vektfunksjonen w angir reisetid (i minutter) for en strekning.

(a) Grafen er *sammenhengende* og *urettet*. Forklar kort hva hver av egenskapene vil si for en som reiser kollektivt i Oslo.

(b) Bystyret har vedtatt at det skal bygges nye holdeplasser langs alle *strekninger* som overstiger k minutter. Under bygningsarbeidet vil det ikke være mulig å reise langs noen av disse strekningene. Skriv en algoritme som tar grafen som representerer det nåværende kollektivtilbudet, samt en grense k, og sjekker om det vil være mulig å reise mellom alle par av holdeplasser under bygningsarbeidet.

(c) Det viser seg at algoritmen fra deloppgave (b) svarer **`false`** for k-en bystyret hadde i tankene. Gi en algoritme som bystyret kan bruke til å finne den minste verdien for k som algoritmen fra deloppgave (b) svarer **`true`** for.

(d) Det siste året har det vært to hendelser der det har vært full stopp ved en holdeplass. Det ledet til at reisende ikke kunne nå destinasjonen sin. Bystyret har vedtatt en garanti: dersom det blir full stopp ved en holdeplass, skal det fremdeles være mulig for reisende å nå sin destinasjon via en alternativ rute. Garantien gjelder for alle

holdeplasser.

Forklar hvordan vi kan bruke en algoritme kjent fra pensum til å sjekke om kollektivtilbudet leverer denne garantien.

(e) Møtet til bystyret varte for lenge, så de bestilte pizza, og etter det fløt det over med nye kreative idéer. Den siste i denne rekken er følgende: for å avlaste de mest trafikkerte rutene, vil de gi *negative billettpriser* på de minst trafikkerte strekningene.

Før de setter i gang med prosjektet må de forsikre seg om at det ikke er mulig å opptjene seg vilkårlig høye summer i negative billettpriser ved å reise rundt og rundt.

Billettprisen for en strekning er gitt av en vektfunksjon c. En strekning kan være svært trafikkert i én retning, men lite trafikkert i den andre, derfor kan $c(u, v)$ være ulik $c(v, u)$ for en strekning $\{u, v\} \in E$.

Forklar hvordan vi kan bruke en algoritme kjent fra pensum til å sjekke om det finnes måter å opptjene vilkårlig høye summer i negative billettpriser.