Uke 6 | Vektede grafer

Sander Oppen

sanderop@uio.no

September 28, 2026

Dijkstra

Algorithm: Dijkstras algoritme for korteste stier

Input: En vektet graf $G = (V, E)$ med vektfunksjon w og en startnode s
Output: Et map `dist` som angir korteste vei fra s til alle noder i G

```
1  Procedure Dijkstra(G, s)
2      dist ← empty map with ∞ as default
3      queue ← singleton priority queue containing s with priority 0
4      dist[s] ← 0
5
6      while queue is not empty do
7          u ← RemoveMin(queue) where cost is its priority
8          for (u, v) ∈ E do
9              c ← cost + w(u, v)
10             if c < dist[v] then
11                 dist[v] ← c
12                 Insert(queue, v) with priority c
13             end
14         end
15     end
16     return dist
```

Dijkstra: Tidskompleksitet

- Pop fra heap er $\mathcal{O}(\log |V|)$
- Besøke hver node:
  - $\mathcal{O}(|V| \log(|V|))$
- Sjekke hver kant:
  - $\mathcal{O}(|E| \log(|V|))$
- Totalt:
  - $\mathcal{O}(|V| \log(|V|) + |E| \log(|V|)) = \mathcal{O}((|V| + |E|) \log(|V|))$
- Sammenhengende graf $\rightarrow |E| \geq |V| - 1$, så kan forenkle til
  - $\mathcal{O}(|E| \log(|V|))$

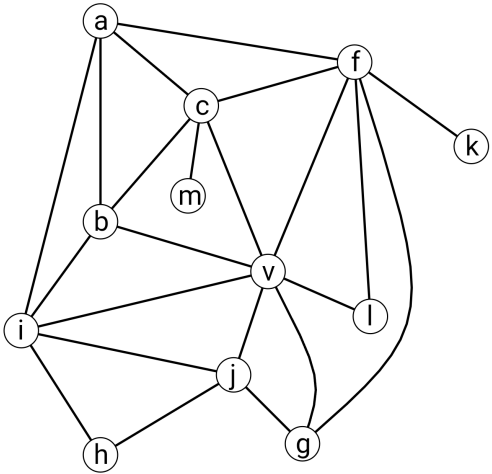
Bellman-Ford

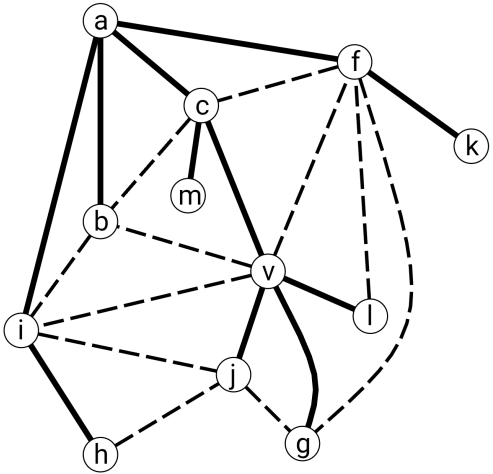
ALGORITHM: BELLMAN-FORDS ALGORITME FOR KORTESTE STIER

Input: En vektet graf $G = (V, E)$ med vektfunksjon w og en startnode s
Output: Et map `dist` som angir korteste vei fra s til alle noder i G

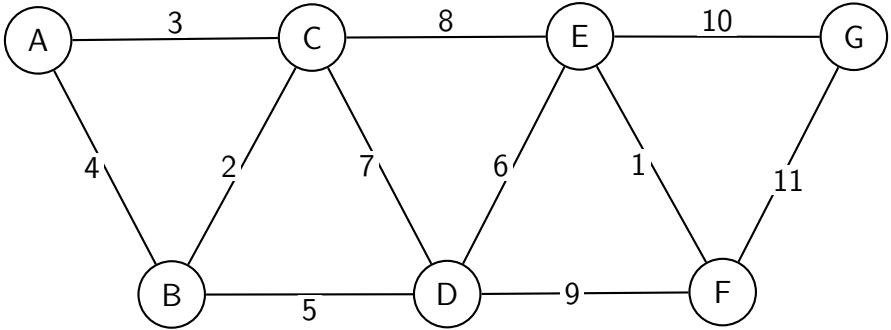
```
1  Procedure BellmanFord(G, s)
2      dist ← empty map with ∞ as default
3      dist[s] = 0
4
5      repeat |V| − 1 times
6          for (u, v) ∈ E do
7              c ← dist[u] + w(u, v)
8              if c < dist[v] then
9                  dist[v] ← c
10
11     for (u, v) ∈ E do
12         c ← dist[u] + w(u, v)
13         if c < dist[v] then
14             error G contains a negative cycle
15     return dist
```

Spenntrær





Spenntrær



Lab

Noen forslag til hva dere kan jobbe med:

- Oblig
- Ukesoppgaver
- Gamle eksamensoppgaver
- Kattis
  - Single source shortest path, non-negative weights
  - Single source shortest path, negative weights
  - A Feast For Cats