INF1820: Introduksjon til språk-og kommunikasjonsteknologi

Sjette forelesning

Lilja Øvrelid

27 februar, 2017

Sannsynlighet

- Sannsynlighet spiller en svært viktig rolle i språkteknologi
- . . . og også i dette kurset!

Sannsynlighet

- Sannsynlighet spiller en svært viktig rolle i språkteknologi
- . . . og også i dette kurset!
- Språklig input inneholder mye "bråk" (noise), er flertydig og usegmentert

Sannsynlighet

- Sannsynlighet spiller en svært viktig rolle i språkteknologi
- . . . og også i dette kurset!
- Språklig input inneholder mye "bråk" (noise), er flertydig og usegmentert
- Sannsynlighetsteori gir gode modeller for problemløsing og valg under usikre betingelser
- Bruker sannsynlighet for å kvantifisere graden av sikkerhet/usikkerhet vi innehar

Sannsynlighet

- Gir oss mulighet til å modellere språklige sammenhenger:
  - Gitt kontekst Y, hva er sannsynligheten for at vi nettopp hørte ord X (og ikke ord Z)?
  - Gitt at vi har struktur X i input'en, hva er sannsynligheten for at vi også har struktur Y?

Sannsynlighet

- Terningkast-eksempler
  - Hva er sannsynligheten for å kaste en 1?
  - Hva er sannsynligheten for å kaste en 2?
  - Hva er sannsynligheten for å kaste en 3 eller 4?

Sannsynlighet

- Men hva har dette med språklige fenomener å gjøre?
- Talegjenkjenning: hvilket ord ble nettopp ytret?
  - Vi har etablert at taleren snakker engelsk
  - Kan beregne sannsynligheten for at ordet er *the* og f.eks. *telephone*
  - Vi kan være ganske sikre på at det mest sannsynlige ordet er *the* (ca 5%)

Litt terminologi

- **Utfallsrommet ("sample space")**: mengden Ω av mulige utfall, hvert utfall er assosiert med en sannsynlighet, summerer til 1.
  - Eksempel: terningkast
  - $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- **Distribusjon**: mengde (ikke-negative) tall som summerer til 1.
  - Eksempel: terningkast
  - Seks resultater, antar typisk at disse er like sannsynlige: $1/6$ (**uniform** distribusjon)

Litt terminologi

- **Hendelser (A, B, C, . . .)** ("events") er delmengder av utfallsmengden
- Enhver **mengde** utfall har en sannsynlighet: summen av medlemmenes sannsynlighet
  - Sannsynligheten for å slå et partall: 0.5
- En sannsynlighetsfunksjon P er en funksjon fra hendelser til intervallet $[0, 1]$
- $P(A)$ gir sannsynligheten for hendelsen A
  - Med terning: $P(\{2\}) = \frac{1}{6}$, $P(\{2, 4, 6\}) = \frac{1}{2}$

Aksiomer

- Sannsynlighetsteoriens 3 aksiomer:
  - $P(A) \geq 0$ for alle hendelser A
  - $P(\Omega) = 1$
  - $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ (additivitet for disjunkte hendelser)

Modeller

- Dette er grunnlaget for alle sannsynlighetsmodeller:
  - vi lager en modell over en mengde data
  - tildeler en distribusjon til mengden av mulige utfall
- Notasjon: sannsynligheten skal alltid summere til 1:

$$\sum_i p_i = 1.0$$

Felles sannsynlighet

- **Felles** sannsynlighet ("joint probability") for to hendelser A og B er sannsynligheten for at begge hendelser finner sted, $P(A \cap B)$
  - kaster to mynter, første er kron, andre er mynt

Felles sannsynlighet

- **Felles** sannsynlighet ("joint probability") for to hendelser A og B er sannsynligheten for at begge hendelser finner sted, $P(A \cap B)$
  - kaster to mynter, første er kron, andre er mynt
- **Uavhengighet**: sannsynligheten for en påvirker ikke sannsynligheten for den andre. To hendelser er uavhengige hvis

$$P(A \text{ og } B) = P(A)P(B)$$

(Multiplikasjonsregelen)

Sannsynlighet og språk

- Vi begynner å nærme oss...
  - 1000-siders terning (Hva er sannsynligheten for 567?)
  - Velger ut de 1000 mest frekvente ordene fra Brown-korpuset
  - Ved hvert terningkast velger vi ordet med den rangeringen (1=*the*, 2=*of* osv.)
    - 320 990 646 94 756
    - whether designed passed must southern
  - En svært enkel ordgenerator

Sannsynlighet og språk

- Men ikke helt slik vi tenker oss modellering av språklige fenomener
- Hva er sannsynligheten for en setning noen faktisk har ytret?
  - *In the beginning was the word*
  - 6 ord: 1/1000 * 1/1000 * 1/1000 * 1/1000 * 1/1000 * 1/1000

Sannsynlighet og språk

- Men ikke helt slik vi tenker oss modellering av språklige fenomener
- Hva er sannsynligheten for en setning noen faktisk har ytret?
  - *In the beginning was the word*
  - 6 ord: 1/1000 * 1/1000 * 1/1000 * 1/1000 * 1/1000 * 1/1000
- Men tildeler samme sannsynlighet til enhver sekvens av seks ord
- Bra eller dårlig grammatikk for engelsk?
  - – Modellen vil gi sannsynlighet 0 til enhver sekvens med ord som ikke er blant de 1000 mest frekvente
  - \+ Men vil også gi sannsynlighet 0 til en setning som ikke er på engelsk

Sannsynlighet og språk

- Et bedre forslag:
  - tildele hvert ord en sannsynlighet som tilsvarer dets frekvens i et korpus
    - F.eks. *the* forekommer 69903 ganger ut av 1159267 ord, gir en sannsynlighet på ca. 0.0603

Sannsynlighet og språk

- Et bedre forslag:
  - tildele hvert ord en sannsynlighet som tilsvarer dets frekvens i et korpus
    - F.eks. *the* forekommer 69903 ganger ut av 1159267 ord, gir en sannsynlighet på ca. 0.0603
- Utfallsrom (Ω) = mengden av engelske ord (funnet empirisk, dvs i korpuset)
- Tildeler dem en sannsynlighet som tilsvarer frekvens i korpuset
- Dette er en **unigram** ordmodell
- Sannsynlighetene summerer til 1.0

Sannsynlighet og språk

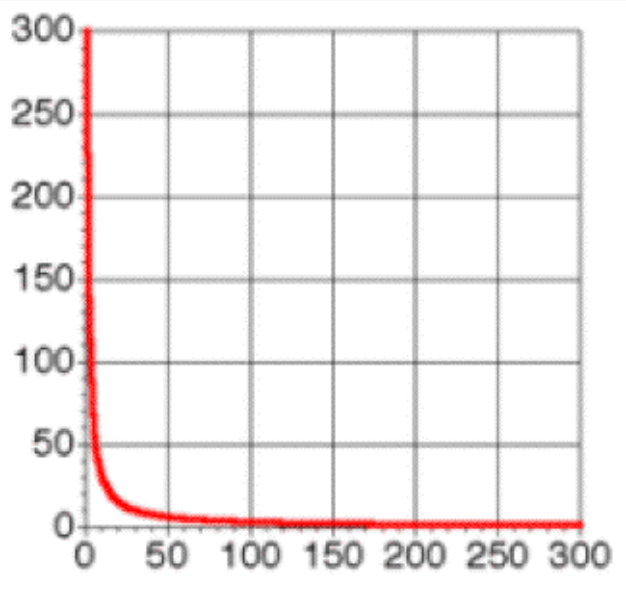
Toppen av unigramdistribusjonen for Brown-korpuset

ord	telling	frekvens
the	69903	0.068271
of	36341	0.035493
and	28772	0.028100
to	26113	0.025503
a	23309	0.022765
in	21304	0.020807
that	10780	0.010528
is	10100	0.009864
was	9814	0.009585
he	9799	0.009570
for	9472	0.009251
it	9082	0.008870
...	...	...

Zipfs lov

Empirisk lov innenfor matematisk statistikk

- Ranger alle ordene etter frekvens
- Det andre ordet vil opptre ca halvparten så ofte som det første ordet, det tredje ordet en tredjedel så ofte som det første, osv.



https://www.youtube.com/watch?v=fCn8zs912OE

Sannsynlighet og språk

- Hva er sannsynligheten for setningen *The woman arrived*?
- Fra unigrammodellen: P(*the*) = 0.068271, P(*woman*) = 0.00023, P(*arrived*) = 0.00006
- Sannsynligheten til vår 3-ords setning (S) blir da P(S) = P(*the*) * P(*woman*) * P(*arrived*)
- Antar at sannsynligheten til et ord er uavhengig av posisjon

Betinget sannsynlighet

- Noen ganger ønsker vi å begrense utfallsrommet
- Vi har mer informasjon som vi vil inkludere i modellen
  - Trekker et kort og får vite at kortet er rødt
  - Gjetter et ord og får vite at ordet er et substantiv
  - Gjetter et ord og får vite hva det foregående ordet er
- Skal gjette noe, men har informasjon som gjør at vi kan gjette bedre
- **Betinget** sannsynlighet ("conditional probability")

Betinget sannsynlighet

- **Betinget** sannsynlighet (“conditional probability”)
- Lar oss håndtere **avhengige** hendelser

Betinget sannsynlighet

- **Betinget** sannsynlighet ("conditional probability")
- Lar oss håndtere **avhengige** hendelser

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$$

Betinget sannsynlighet

- **Kjederegelen** generaliserer multiplikasjonsregelen til flere hendelser:

$$P(A \cap B \cap C \cap D \cap E \cap \ldots) = P(A)P(B|A)P(C|A \cap B)P(D|A \cap B \cap C)\ldots$$

Språkmodeller

Språkmodeller

- Språkmodeller (n-grammodeller): sannsynlighetsmodeller som angir sannsynligheten for neste ord gitt de $n-1$ foregående ordene
- Kan også brukes til regne ut sannsynligheten for en hel setning

Språkmodeller

- Brukes innenfor en rekke språkteknologiske områder:
  - talegjenkjenning
    - *det vil jeg gjerne* er mer sannsynlig enn *det vil jeg hjerne*
  - stavekontroll
    - *Their are problems wit this sentence*
  - maskinoversettelse
    - mer sannsynlige setninger er antagelig bedre oversettelser
- Sentral kobling til nye metoder for ML: "deep learning"

Språkmodeller

- Et *n*-gram er en sekvens av *n* ord (tokens)
  - 2-gram (bigram; $n = 2$) er en sekvens av to ord, feks *Johaug blir, blir utestengt, utestengt i, i ett, ett år*
  - 3-gram (trigram; $n = 3$) er en sekvens av tre ord, feks *Johaug blir utestengt, blir utestengt i, utestengt i ett, i ett år*
- En språkmodell (*n*-grammodell) er en modell som forutsier det siste ordet i et *n*-gram gitt de foregående ordene

Notasjon

- Sum og produkt
  - $\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$
  - $\prod_{i=1}^{n} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_n$
- Eksempler
  - $\sum_{i=1}^{7} 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$
  - $\prod_{i=1}^{7} 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 7 = 5040$

Språkmodeller

- Vi ønsker å finne sannsynligheten for et ord w gitt en historie h: $P(w|h)$, for eksempel:
  P(*år* | *Johaug blir utestengt i ett*)
- Hvordan kan vi beregne denne sannsynligheten?

Språkmodeller

- Vi ønsker å finne sannsynligheten for et ord w gitt en historie h: $P(w|h)$, for eksempel:
  P(*år* | *Johaug blir utestengt i ett*)
- Hvordan kan vi beregne denne sannsynligheten?
- En mulighet er frekvens i et korpus (som i den tidligere unigram-modellen)

$$\frac{C(Johaug, blir, utestengt, i, ett, ar)}{C(Johaug, blir, utestengt, i, ett)}$$

- Hvorfor er denne metoden problematisk?

Kjederegelen

- Finne en smartere metode for å beregne sannsynligheten for w gitt h, eller en sekvens av ord ($P(w_1, w_2, w_3, \ldots)$)
- Kan benytte oss av kjederegelen:

$$P(X_1 \ldots X_n) = P(X_1)P(X_2|X_1)P(X_3|X_1^2) \ldots P(X_n|X_1^{n-1})$$

$$= \prod_{k=1}^{n} P(X_k|X_1^{k-1})$$

- For sekvenser av ord:

$$\prod_{k=1}^{n} P(w_k|w_1^{k-1})$$

n-grammodellen

- Ideen bak n-grammodellen: i stedet for å beregne sannsynligheten for et ord gitt alle de foregående ordene, ser vi kun på noen få av de foregående ordene (avhengig av n):
  - Bigrammodellen: $P(w_n|w_{n-1})$
  - P(*år*| *ett*)
- **Markov-antagelsen**: vi kan forutsi sannsynligheten til en framtidig hendelse ved å se på en begrenset historie

Markovantagelsen

- Vi kan generalisere bigrammodellen til n-grammodellen, som ser på $n-1$ av de foregående ordene
- Med en bigrammodell blir sannsynligheten for en streng $w_1, \ldots, w_k$ da produktet av de individuelle ordenes sannsynlighet, slik:

$$P(w_1 \ldots w_k) = \prod_{i=1}^{k} P(w_i | w_{i-1})$$

- Med en trigrammodell:

$$P(w_1 \ldots w_k) = \prod_{i=1}^{k} P(w_i | w_{i-2} w_{i-1})$$

Markovantagelsen

- Vi kan beregne disse sannsynlighetene som tidligere: tellinger fra et korpus (normalisert slik at ligger mellom 1 og 0)

$$P(w_n|w_{n-1}) = \frac{C(w_{n-1}w_n)}{\sum_w C(w_{n-1}w)} = \frac{C(w_{n-1}w_n)}{C(w_{n-1})}$$

$$P(\text{år}|\text{ett}) = \frac{C(\text{ett}, \text{år})}{C(\text{ett})}$$

- Sannsynlighetene gis ved relativ frekvens i et korpus
- Dette kalles **Maximum Likelihood Estimation**

Trening

- Hva vi teller som et ord avhenger av applikasjon
- Tokenisering
- Normalisering av bokstavering, forkortelser, numeriske uttrykk, tegnsetting, etc.
- Lemmatisering. Baseformer vs fullformer

Trening

Et eksempel (J&M)

- Minikorpus:

  <s> I am Sam </s>

  <s> Sam I am </s>

  <s> I do not like green eggs and ham </s>

- Hvilke bigrammer har vi i korpuset?
- Beregner bigramsannsynlighetene:

$$P(w_n|w_{n-1}) = \frac{C(w_{n-1}w_n)}{C(w_{n-1})}$$

Trening

Et eksempel (J&M)

- Minikorpus:

  <s> I am Sam </s>

  <s> Sam I am </s>

  <s> I do not like green eggs and ham </s>

- Bigramsannsynligheter:

  P(I|<s>) = 2/3 = .67

  P(Sam|<s>) = 1/3 = .33

  P(am|I) = 2/3 = .67

  P(</s>|Sam) = 1/2 = 0.5

  P(Sam|am) = 1/2 = 0.5

  P(do|I) = 1/3 = 0.33

Testing

- Med disse sannsynlighetene kan vi beregne sannsynligheten for en setning

$$P(w_1 \dots w_k) = \prod_{i=1}^{k} P(w_i | w_{i-1})$$

Eksempel:

```
P(<s> I am Sam </s>)
        = P(I|<s>)P(am|I)P(Sam|am)P(</s>|Sam)
        = .67 x .67 x .5 x .5
        = 0.112225
```

Trening og testing

- Sannsynlighetene i en språkmodell kommer fra korpuset den ble **trenet** på
- Vi bruker treningssettet til å beregne modellen og testsettet til å evaluere modellen
- Appliseres deretter på nytt datasett: **test**data
- Evaluering:
  - **Intrinsisk** evaluering: modell trenes på treningssettet og testes på testsettet
  - viktig at disse ikke overlapper!
  - **Ekstrinsisk** evaluering: applikasjonsbasert, end-to-end
  - måler effekten av bruk i en applikasjon ved resultatene for applikasjonen (feks maskinoversettelsessystemet eller talegjenkjenneren som LM er del av)

Trening

- Dersom vi tester på treningsdataene får vi urealistisk inntrykk av resultater for en virkelig applikasjon
- Vil gi et drastisk fall ved applikasjon på usette datasett
- "Overfitting": modellene inneholder mye korpusspesifikk informasjon
  - treningskorpus og testkorpus hentet fra samme sjanger
  - balansert korpus

Trening

Problemer

- "Data sparseness"
  - uavhengig av korpusets størrelse, vil det alltid være fraser som mangler
  - språkets kreativitet
- Ukjente ord
- Ord med frekvens 0 gir oss problemer. Hvorfor?

Smoothing

- Mulige løsninger
  - Utjevning ("smoothing"): passe på at alle *n*-grammer får frekvens større enn 0
  - Metoder for å inkludere ukjente ord i modellen

Smoothing

- Ta noe av sannsynlighetsmassen fra frekvente hendelser og gi til usette hendelser
- Enkleste metoden: Add-one (Laplace) smoothing

$$P(w_n|w_{n-1}) = \frac{C(w_{n-1}w_n) + 1}{C(w_{n-1}) + V}$$

  der V er antall ordtyper
- Andre metoder:
  - Back-off
  - Klasse-baserte modeller