

Ikke beregnbart

Beverfunksjonen

- ▶ Beverfunksjonen er ikke beregnbar

Ikke beregnbart

Beverfunksjonen

- ▶ Beverfunksjonen er ikke beregnbar
- ▶ Enhver beregnbar funksjon vokser saktere enn beverfunksjonen

Ikke beregnbart

Beverfunksjonen

- ▶ Beverfunksjonen er ikke beregnbar
- ▶ Enhver beregnbar funksjon vokser saktere enn beverfunksjonen
- ▶ Kan ikke avgjøre om turing maskiner stopper eller ikke

Ikke beregnet

Beverfunksjonen

- ▶ Beverfunksjonen er ikke beregnet
- ▶ Enhver beregnet funksjon vokser saktere enn beverfunksjonen
- ▶ Kan ikke avgjøre om turing maskiner stopper eller ikke
- ▶ Ellers vil vi kunne beregne beverfunksjonen

Ikke beregnbart

Beverfunksjonen

- ▶ Beverfunksjonen er ikke beregnbar
- ▶ Enhver beregnbar funksjon vokser saktere enn beverfunksjonen
- ▶ Kan ikke avgjøre om turing maskiner stopper eller ikke
- ▶ Ellers vil vi kunne beregne beverfunksjonen
- ▶ Nedenfor skal vi gi et generelt argument for dette

Ikke beregnbart

Beverfunksjonen

- ▶ Beverfunksjonen er ikke beregnbar
- ▶ Enhver beregnbar funksjon vokser saktere enn beverfunksjonen
- ▶ Kan ikke avgjøre om turing maskiner stopper eller ikke
- ▶ Ellers vil vi kunne beregne beverfunksjonen
- ▶ Nedenfor skal vi gi et generelt argument for dette
- ▶ Må skille mellom ekstensjonale og intensjonale egenskaper

Ikke beregnbart

Beverfunksjonen

- ▶ Beverfunksjonen er ikke beregnbar
- ▶ Enhver beregnbar funksjon vokser saktere enn beverfunksjonen
- ▶ Kan ikke avgjøre om turing maskiner stopper eller ikke
- ▶ Ellers vil vi kunne beregne beverfunksjonen
- ▶ Nedenfor skal vi gi et generelt argument for dette
- ▶ Må skille mellom ekstensjonale og intensjonale egenskaper



Ikke beregnbart

Beverfunksjonen

- ▶ Beverfunksjonen er ikke beregnbar
- ▶ Enhver beregnbar funksjon vokser saktere enn beverfunksjonen
- ▶ Kan ikke avgjøre om turing maskiner stopper eller ikke
- ▶ Ellers vil vi kunne beregne beverfunksjonen
- ▶ Nedenfor skal vi gi et generelt argument for dette
- ▶ Må skille mellom ekstensjonale og intensjonale egenskaper



- ▶ Beregninger har et fast antall tilstander

Ikke beregnbart

Beverfunksjonen

- ▶ Beverfunksjonen er ikke beregnbar
- ▶ Enhver beregnbar funksjon vokser saktere enn beverfunksjonen
- ▶ Kan ikke avgjøre om turing maskiner stopper eller ikke
- ▶ Ellers vil vi kunne beregne beverfunksjonen
- ▶ Nedenfor skal vi gi et generelt argument for dette
- ▶ Må skille mellom ekstensjonale og intensjonale egenskaper



- ▶ Beregninger har et fast antall tilstander
- ▶ Ingen begrensninger i tid eller rom

Ikke beregnbart

Stoppeproblemet

- ▶ Anta at det fins maskin HALTING som løser stoppeproblemet

Ikke beregnbart

Stoppeproblemet

- ▶ Anta at det fins maskin HALTING som løser stoppeproblemet
- ▶ Inn: PROGRAM + DATA

Ikke beregnbart

Stoppeproblemet

- ▶ Anta at det fins maskin HALTING som løser stoppeproblemet
- ▶ Inn: PROGRAM + DATA
- ▶ Ut: JA / NEI — alltid et svar på input

Ikke beregnbart

Stoppeproblemet

- ▶ Anta at det fins maskin HALTING som løser stoppeproblemet
- ▶ Inn: PROGRAM + DATA
- ▶ Ut: JA / NEI — alltid et svar på input



endres til

Ikke beregnbart

Stoppeproblemet

- ▶ Anta at det fins maskin HALTING som løser stoppeproblemet
- ▶ Inn: PROGRAM + DATA
- ▶ Ut: JA / NEI — alltid et svar på input



endres til

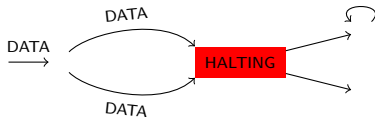
Ikke beregnbart

Stoppeproblemet

- ▶ Anta at det fins maskin HALTING som løser stoppeproblemet
- ▶ Inn: PROGRAM + DATA
- ▶ Ut: JA / NEI — alltid et svar på input



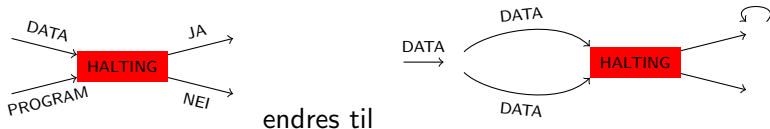
endres til



Ikke beregnbart

Stoppeproblemet

- ▶ Anta at det fins maskin HALTING som løser stoppeproblemet
- ▶ Inn: PROGRAM + DATA
- ▶ Ut: JA / NEI — alltid et svar på input

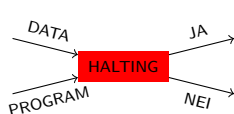


- ▶ Kaller den nye maskinen \mathcal{T}

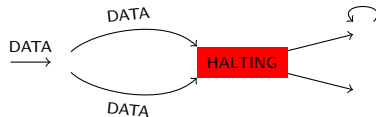
Ikke beregnbart

Stoppeproblemet

- ▶ Anta at det fins maskin HALTING som løser stoppeproblemet
- ▶ Inn: PROGRAM + DATA
- ▶ Ut: JA / NEI — alltid et svar på input



endres til

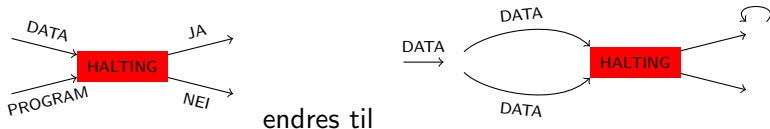


- ▶ Kaller den nye maskinen \mathcal{T}
- ▶ \mathcal{T} anvendt på \mathcal{T} stopper

Ikke beregnbart

Stoppeproblemet

- ▶ Anta at det fins maskin HALTING som løser stoppeproblemet
- ▶ Inn: PROGRAM + DATA
- ▶ Ut: JA / NEI — alltid et svar på input

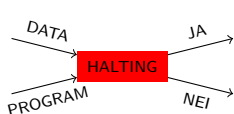


- ▶ Kaller den nye maskinen \mathcal{T}
- ▶ \mathcal{T} anvendt på \mathcal{T} stopper
- ▶ \Leftrightarrow HALTING stopper i øverste utgang

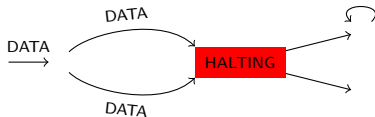
Ikke beregnbart

Stoppeproblemet

- ▶ Anta at det fins maskin HALTING som løser stoppeproblemet
- ▶ Inn: PROGRAM + DATA
- ▶ Ut: JA / NEI — alltid et svar på input



endres til

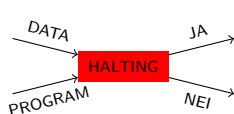


- ▶ Kaller den nye maskinen \mathcal{T}
- ▶ \mathcal{T} anvendt på \mathcal{T} stopper
- ▶ \Leftrightarrow HALTING stopper i øverste utgang
- ▶ $\Leftrightarrow \mathcal{T}$ anvendt på \mathcal{T} stopper ikke

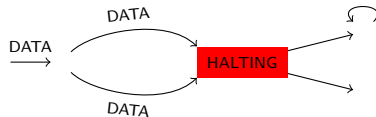
Ikke beregnbart

Stoppeproblemet

- ▶ Anta at det fins maskin HALTING som løser stoppeproblemet
- ▶ Inn: PROGRAM + DATA
- ▶ Ut: JA / NEI — alltid et svar på input



endres til



- ▶ Kaller den nye maskinen \mathcal{T}
- ▶ \mathcal{T} anvendt på \mathcal{T} stopper
- ▶ \Leftrightarrow HALTING stopper i øverste utgang
- ▶ $\Leftrightarrow \mathcal{T}$ anvendt på \mathcal{T} stopper ikke
- ▶ HALTING finnes ikke

Ikke beregnbart

Totale og partielle maskiner

Partiell ikke krav at den stopper

Ikke beregnbart

Totale og partielle maskiner

Partiell ikke krav at den stopper

Total maskin som alltid stopper

Ikke beregnbart

Totale og partielle maskiner

Partiell ikke krav at den stopper

Total maskin som alltid stopper

- ▶ Beregnbart/avgjørbart — maskinen er total og svarer JA/NEI

Ikke beregnbart

Totale og partielle maskiner

Partiell ikke krav at den stopper

Total maskin som alltid stopper

- ▶ Beregnbart/avgjørbart — maskinen er total og svarer JA/NEI
- ▶ Enkelt — partiell maskin som svarer JA om PROGRAM stopper

Ikke beregnbart

Totale og partielle maskiner

Partiell ikke krav at den stopper

Total maskin som alltid stopper

- ▶ Beregnbart/avgjørbart — maskinen er total og svarer JA/NEI
- ▶ Enkelt — partiell maskin som svarer JA om PROGRAM stopper
- ▶ Umulig — total maskin som svarer JA om program stopper

Ikke beregnbart

Totale og partielle maskiner

Partiell ikke krav at den stopper

Total maskin som alltid stopper

- ▶ Beregnbart/avgjørbart — maskinen er total og svarer JA/NEI
- ▶ Enkelt — partiell maskin som svarer JA om PROGRAM stopper
- ▶ Umulig — total maskin som svarer JA om program stopper
- ▶ Umulig — partiell maskin som svarer NEI om program stopper ikke

Ikke beregnbart

Motsigelses bevis

- ▶ Start: Vi vet at det ikke fins maskin som avgjør STOPPEPROBLEMET

Ikke beregnbart

Motsigelses bevis

- ▶ Start: Vi vet at det ikke fins maskin som avgjør STOPPEPROBLEMET
- ▶ Start: Anta at det fins maskin \mathcal{M} som avgjør problem \mathcal{P}

Ikke beregnbart

Motsigelses bevis

- ▶ Start: Vi vet at det ikke fins maskin som avgjør STOPPEPROBLEMET
- ▶ Start: Anta at det fins maskin \mathcal{M} som avgjør problem \mathcal{P}
- ▶ Ved å bruke kirurgi lager vi ny maskin \mathcal{N} fra \mathcal{M}

Ikke beregnbart

Motsigelses bevis

- ▶ Start: Vi vet at det ikke fins maskin som avgjør STOPPEPROBLEMET
- ▶ Start: Anta at det fins maskin \mathcal{M} som avgjør problem \mathcal{P}
- ▶ Ved å bruke kirurgi lager vi ny maskin \mathcal{N} fra \mathcal{M}
- ▶ Det viser seg at \mathcal{N} løser stoppeproblemet

Ikke beregnbart

Motsigelses bevis

- ▶ Start: Vi vet at det ikke fins maskin som avgjør STOPPEPROBLEMET
- ▶ Start: Anta at det fins maskin \mathcal{M} som avgjør problem \mathcal{P}
- ▶ Ved å bruke kirurgi lager vi ny maskin \mathcal{N} fra \mathcal{M}
- ▶ Det viser seg at \mathcal{N} løser stoppeproblemet
- ▶ Dette er umulig

Ikke beregnbart

Motsigelses bevis

- ▶ Start: Vi vet at det ikke fins maskin som avgjør STOPPEPROBLEMET
- ▶ Start: Anta at det fins maskin \mathcal{M} som avgjør problem \mathcal{P}
- ▶ Ved å bruke kirurgi lager vi ny maskin \mathcal{N} fra \mathcal{M}
- ▶ Det viser seg at \mathcal{N} løser stoppeproblemet
- ▶ Dette er umulig
- ▶ Det kan ikke finnes noen slik maskin \mathcal{M}

Ikke beregnbart

Motsigelses bevis

- ▶ Start: Vi vet at det ikke fins maskin som avgjør STOPPEPROBLEMET
- ▶ Start: Anta at det fins maskin \mathcal{M} som avgjør problem \mathcal{P}
- ▶ Ved å bruke kirurgi lager vi ny maskin \mathcal{N} fra \mathcal{M}
- ▶ Det viser seg at \mathcal{N} løser stoppeproblemet
- ▶ Dette er umulig
- ▶ Det kan ikke finnes noen slik maskin \mathcal{M}

Dette er en ganske avansert tenkemåte — motsigelses bevis. Prøv å tenke etter hvordan en kan argumentere med og konstruere maskiner som ikke finnes.

Ikke beregnbart

Predikat om maskiner

Ikke-triviell: Av og til sant, av og til galt

Ikke beregnbart

Predikat om maskiner

Ikke-triviell: Av og til sant, av og til galt

Ekstensjonalt: Om input/output av maskin

Ikke beregnbart

Predikat om maskiner

Ikke-triviell: Av og til sant, av og til galt

Ekstensjonalt: Om input/output av maskin

Intensjonalt: Om koden til en maskin

Ikke beregnbart

Predikat om maskiner

Ikke-triviell: Av og til sant, av og til galt

Ekstensjonalt: Om input/output av maskin

Intensjonalt: Om koden til en maskin

Avgjørbart: Kan avgjøres av total maskin

Ikke beregnbart

Predikat om maskiner

Ikke-triviell: Av og til sant, av og til galt

Ekstensjonalt: Om input/output av maskin

Intensjonalt: Om koden til en maskin

Avgjørbart: Kan avgjøres av total maskin



Ikke beregnbart

Predikat om maskiner

Ikke-triviell: Av og til sant, av og til galt

Ekstensjonalt: Om input/output av maskin

Intensjonalt: Om koden til en maskin

Avgjørbart: Kan avgjøres av total maskin



- ▶ Ekstensjonal egenskap : Egenskap ved input / output

Ikke beregnbart

Predikat om maskiner


Ikke-triviell: Av og til sant, av og til galt

Ekstensjonalt: Om input/output av maskin

Intensjonalt: Om koden til en maskin

Avgjørbart: Kan avgjøres av total maskin



- ▶ Ekstensjonal egenskap : Egenskap ved input / output
- ▶ Intensjonal egenskap : Egenskap ved transisjonene  utfører

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 1

Theorem

Fins ikke noe ikke-trivielt avgjørbart ekstensjonalt predikat

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 1

Theorem

Fins ikke noe ikke-trivielt avgjørbart ekstensjonalt predikat

- ▶ Anta at \mathcal{P} er et slikt predikat

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 1

Theorem

Fins ikke noe ikke-trivielt avgjørbart ekstensjonalt predikat

- ▶ Anta at \mathcal{P} er et slikt predikat
- ▶ La UNDEF være maskinen som aldri stopper

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 1

Theorem

Fins ikke noe ikke-trivielt avgjørbart ekstensjonalt predikat

- ▶ Anta at \mathcal{P} er et slikt predikat
- ▶ La UNDEF være maskinen som aldri stopper
- ▶ Enten tilfredsstiller UNDEF \mathcal{P} eller ikke.

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 1

Theorem

Fins ikke noe ikke-trivielt avgjørbart ekstensjonalt predikat

- ▶ Anta at \mathcal{P} er et slikt predikat
- ▶ La UNDEF være maskinen som aldri stopper
- ▶ Enten tilfredsstiller UNDEF \mathcal{P} eller ikke.
- ▶ Anta først at UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og la Q tilfredsstillere $\neg\mathcal{P}$

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 1

Theorem

Fins ikke noe ikke-trivielt avgjørbart ekstensjonalt predikat

- ▶ Anta at \mathcal{P} er et slikt predikat
- ▶ La UNDEF være maskinen som aldri stopper
- ▶ Enten tilfredsstiller UNDEF \mathcal{P} eller ikke.
- ▶ Anta først at UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og la Q tilfredsstillere $\neg\mathcal{P}$
- ▶ Da kan vi løse STOPPEPROBLEMET ved å bruke \mathcal{P}

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 1

Theorem

Fins ikke noe ikke-trivielt avgjørbart ekstensjonalt predikat

- ▶ Anta at \mathcal{P} er et slikt predikat
- ▶ La UNDEF være maskinen som aldri stopper
- ▶ Enten tilfredsstiller UNDEF \mathcal{P} eller ikke.
- ▶ Anta først at UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og la Q tilfredsstillere $\neg\mathcal{P}$
- ▶ Da kan vi løse STOPPEPROBLEMET ved å bruke \mathcal{P}
- ▶ Samme argument om UNDEF tilfredsstillere $\neg\mathcal{P}$

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 1

Theorem

Fins ikke noe ikke-trivielt avgjørbart ekstensjonalt predikat

- ▶ Anta at \mathcal{P} er et slikt predikat
- ▶ La UNDEF være maskinen som aldri stopper
- ▶ Enten tilfredsstiller UNDEF \mathcal{P} eller ikke.
- ▶ Anta først at UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og la Q tilfredsstillere $\neg\mathcal{P}$
- ▶ Da kan vi løse STOPPEPROBLEMET ved å bruke \mathcal{P}
- ▶ Samme argument om UNDEF tilfredsstillere $\neg\mathcal{P}$
- ▶ Motsigelse — \mathcal{P} er ikke avgjørbart

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 2

Gitt — UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og Q tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$. La R være et vilkårlig program. Lag nytt program S ved

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 2

Gitt — UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og Q tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$. La R være et vilkårlig program. Lag nytt program S ved

1. Lagre input til Q og input til R

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 2

Gitt — UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og Q tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$. La R være et vilkårlig program. Lag nytt program S ved

1. Lagre input til Q og input til R
2. Start R på dets input

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 2

Gitt — UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og Q tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$. La R være et vilkårlig program. Lag nytt program S ved

1. Lagre input til Q og input til R
2. Start R på dets input
3. Om R stopper, så fortsett med Q på dets lagrete input

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 2

Gitt — UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og Q tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$. La R være et vilkårlig program. Lag nytt program S ved

1. Lagre input til Q og input til R
2. Start R på dets input
3. Om R stopper, så fortsett med Q på dets lagrete input
4. Om R ikke stopper, så bare fortsett

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 2

Gitt — UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og Q tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$. La R være et vilkårlig program. Lag nytt program S ved

1. Lagre input til Q og input til R
 2. Start R på dets input
 3. Om R stopper, så fortsett med Q på dets lagrete input
 4. Om R ikke stopper, så bare fortsett
- Om R stopper, så er S ekstensjonalt lik Q

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 2

Gitt — UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og Q tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$. La R være et vilkårlig program. Lag nytt program S ved

1. Lagre input til Q og input til R
 2. Start R på dets input
 3. Om R stopper, så fortsett med Q på dets lagrete input
 4. Om R ikke stopper, så bare fortsett
- ▶ Om R stopper, så er S ekstensjonalt lik Q
 - ▶ Om R ikke stopper, så er S ekstensjonalt lik UNDEF

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 2

Gitt — UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og Q tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$. La R være et vilkårlig program. Lag nytt program S ved

1. Lagre input til Q og input til R
 2. Start R på dets input
 3. Om R stopper, så fortsett med Q på dets lagrete input
 4. Om R ikke stopper, så bare fortsett
- ▶ Om R stopper, så er S ekstensjonalt lik Q
 - ▶ Om R ikke stopper, så er S ekstensjonalt lik UNDEF
 - ▶ Ved å bruke \mathcal{P} på S kan vi avgjøre om R stopper eller ikke

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 2

Gitt — UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og Q tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$. La R være et vilkårlig program. Lag nytt program S ved

1. Lagre input til Q og input til R
 2. Start R på dets input
 3. Om R stopper, så fortsett med Q på dets lagrete input
 4. Om R ikke stopper, så bare fortsett
- ▶ Om R stopper, så er S ekstensjonalt lik Q
 - ▶ Om R ikke stopper, så er S ekstensjonalt lik UNDEF
 - ▶ Ved å bruke \mathcal{P} på S kan vi avgjøre om R stopper eller ikke
 - ▶ Motsigelse — vi kan ikke avgjøre \mathcal{P}

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 2

Gitt — UNDEF tilfredsstiller \mathcal{P} og Q tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$. La R være et vilkårlig program. Lag nytt program S ved

1. Lagre input til Q og input til R
 2. Start R på dets input
 3. Om R stopper, så fortsett med Q på dets lagrete input
 4. Om R ikke stopper, så bare fortsett
- ▶ Om R stopper, så er S ekstensjonalt lik Q
 - ▶ Om R ikke stopper, så er S ekstensjonalt lik UNDEF
 - ▶ Ved å bruke \mathcal{P} på S kan vi avgjøre om R stopper eller ikke
 - ▶ Motsigelse — vi kan ikke avgjøre \mathcal{P}

Tilsvarende om UNDEF tilfredsstiller $\neg\mathcal{P}$. I begge tilfeller får vi at \mathcal{P} er ikke avgjørbart.

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 3

- ▶ Kan ikke forutsi input/output fra kode

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 3

- ▶ Kan ikke forutsi input/output fra kode
- ▶ Kaos — enkle program kan ha uventede konsekvenser

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 3

- ▶ Kan ikke forutsi input/output fra kode
- ▶ Kaos — enkle program kan ha uventede konsekvenser
- ▶ STOPP er ekstensjonal egenskap

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 3

- ▶ Kan ikke forutsi input/output fra kode
- ▶ Kaos — enkle program kan ha uventede konsekvenser
- ▶ STOPP er ekstensjonal egenskap
- ▶ STOPP er ikke triviell — fins en maskin som stopper og en annen maskin som ikke stopper

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 3

- ▶ Kan ikke forutsi input/output fra kode
- ▶ Kaos — enkle program kan ha uventede konsekvenser
- ▶ STOPP er ekstensjonal egenskap
- ▶ STOPP er ikke triviell — fins en maskin som stopper og en annen maskin som ikke stopper
- ▶ STOPP kan ikke avgjøres

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 3

- ▶ Kan ikke forutsi input/output fra kode
- ▶ Kaos — enkle program kan ha uventede konsekvenser
- ▶ STOPP er ekstensjonal egenskap
- ▶ STOPP er ikke triviell — fins en maskin som stopper og en annen maskin som ikke stopper
- ▶ STOPP kan ikke avgjøres
- ▶ Fins bare partiell maskin for STOPP — uinteressant maskin

Ikke beregnbart

Gapet mellom ekstensjonalt og intensjonalt — 3

- ▶ Kan ikke forutsi input/output fra kode
- ▶ Kaos — enkle program kan ha uventede konsekvenser
- ▶ STOPP er ekstensjonal egenskap
- ▶ STOPP er ikke triviell — fins en maskin som stopper og en annen maskin som ikke stopper
- ▶ STOPP kan ikke avgjøres
- ▶ Fins bare partiell maskin for STOPP — uinteressant maskin
- ▶ Tilsvarende argumenter for andre ekstensjonale egenskaper