UNIVERSITETET
I OSLO

INF2220: Forelesning 3

Map og hashing

- Abstrakte datatyper (kapittel 3.1)
- Map (kapittel 4.8)
- Hashing (kapittel 5)

Map og hashing

Ett minutt for deg selv:

- Hva vet du om maps/dictionarys og hashing fra tidligere?

ABSTRAKTE DATATYPER

Abstrakte datatyper

En ADT består av:

- Et sett med objekter.
- Spesifikasjon av operasjoner på disse.

Eksempler:

- ADT: binært søketre
  Operasjoner: innsetting, søking, fjerning, …
- ADT: mengde
  Operasjoner: union, snitt, finn, …
- ADT: map
  Operasjoner: containsKey, get, put, …

Hvorfor bruke ADTer?

ADTer skiller det som er viktig (funksjonaliteten) fra detaljene (den konkrete implementasjonen). Dermed kan vi:

- Gjenbruke ADTen i andre programmer.
- Enklere overbevise oss om at programmet er riktig.
- Forandre innmaten (kodingen) av ADTen uten å forandre resten av programmet fordi grensesnittet er det samme.
- Lage modulære programmer.

I Java er det naturlig å spesifisere en ADT som et interface.

MAP

Map – ADT

- Samling (nøkkel,verdi)-par.
- Nøklene må være unike.
- Viktigste operasjoner:
  - containsKey(key): returnerer true hvis key finnes som nøkkel
  - get(key): returnerer verdien assosiert med key
  - put(key,value): legger til et nytt nøkkel/verdi-par
  - keySet(): returnerer alle nøklene (som et sett)
  - values(): returnerer alle verdiene

- SortedMap: Nøklene er organisert i sortert orden.

Maps

To minutter sammen:

- Hvordan stemmer det du nå har hørt med det du trodde fra før?
- Hva lurer dere på nå?

HASHING

Hashing – innledende eksempel

Anta at en bilforhandler har 50 ulike modeller han ønsker å lagre data om.

Hvis hver modell har et entydig nummer mellom 0 og 49 kan vi enkelt lagre dataene i en array som er 50 lang.

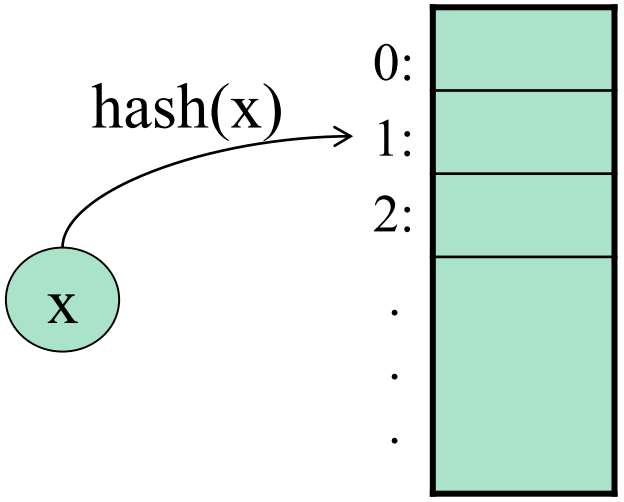
Hva hvis numrene ligger mellom 0 og 49 999?

- Array som er 50 000 lang:
  - Sløsing med plass!
- Array som er 50 lang:
  - Søking tar lineær tid…

Hashtabeller

Ideen i hashing er å

- lagre elementene i en array (hashtabell).
- la verdien til elementet x (eller en del av x, da kalt nøkkelen til x), bestemme plasseringen (indeksen) til x i hashtabellen.



Egenskaper til en god hash-funksjon:

- Rask å beregne.
- Kan gi alle mulige verdier fra 0 til tableSize - 1.
- Gir en god fordeling utover tabellindeksene.

Idealsituasjonen

Perfekt situasjon:

- n elementer
- tabell med n plasser
- hash-funksjon slik at
  - den er lett (rask) å beregne
  - forskjellige nøkkelverdier gir forskjellige indekser

Eksempel:

Hvis modellene er nummerert

0, 1 000, 2 000, …, 48 000, 49 000

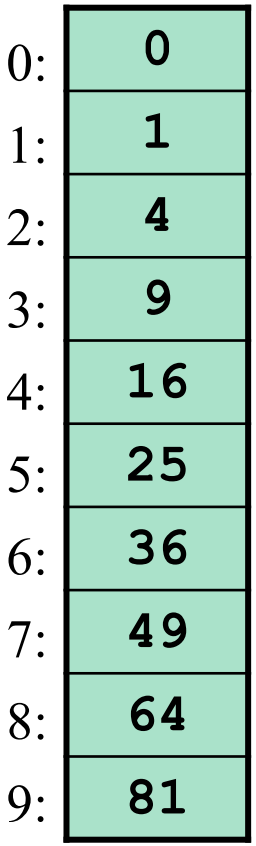
kan data om modell i lagres på indeks i/1 000 i en tabell som er 50 stor.

Problem: Hva hvis modell 4 000 får nytt nummer 3 999?

Eksempel: ideell situasjon

Input: 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81

Hash-funksjon: hash(x,tableSize) = √x

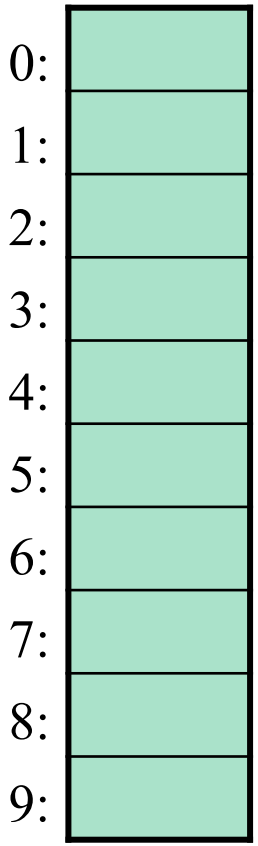


Hva hvis hash-funksjonen hadde vært

hash(x,tableSize) =

x mod tableSize

istedenfor?



Hashtabell – ADT

En hashtabell tilbyr

- innsetting
- sletting
- søking

med konstant gjennomsnittstid.

Men: operasjoner som finnMinste og skrivSortert har ingen garantier.

Når bruker vi hashtabeller?

Brukes gjerne når vi først og fremst ønsker et raskt svar på om et gitt element finnes i datastrukturen eller ikke.

Eksempler:

- Kompilatorer: Er variabel y deklarert?
- Stavekontroller: Finnes ord x i ordlisten?
- Spill: Har jeg allerede vurdert denne stillingen via en annen trekkrekkefølge?
- XML parsering: Nøkler blir attributtnavn, verdi blir innhold.

Nesten alle scriptspråk has hash som del av språket. (Perl, Python, Ruby, PHP, …)

Hashing: problemstillinger

- Hvordan velge hash-funksjon?
  - Ofte er nøklene strenger.
- Hvordan håndtere kollisjoner?
- Hvor stor bør hash-tabellen være?

Hash-funksjoner

Eksempel:

- Heltall som nøkler
- Begrenset antall tabellindekser
- La hash-funksjonen være

  hash(x,tableSize) = x mod tableSize
- Dette gir jevn fordeling for tilfeldige tall.

Pass på at ikke nøklene har spesielle egenskaper: Hvis tableSize = 10 og alle nøklene slutter på 0 vil alle elementene havne på samme indeks!

Huskeregel: La alltid tabellstørrelsen være et primtall.

Strenger som nøkler: funksjon 1

Vanlig strategi: ta utgangspunkt i ascii/unicode-verdiene til hver bokstav og ”gjør noe lurt”.

Funksjon 1: Summer verdiene til hver bokstav.

```
int hash1(String key, int tableSize) {
    int hashVal = 0;

    for (int i = 0; i < key.length(); i++) {
        hashVal += key.charAt(i);
    }

    return (hashVal % tableSize);
}
```

Fordel: Enkel å implementere og beregne.

Ulempe: Dårlig fordeling hvis tabellstørrelsen er stor.

Strenger som nøkler: funksjon 2

Funksjon 2: Bruk bare de tre første bokstavene og vekt disse.

```
int hash2(String key, int tableSize) {
    int hashVal = key.charAt(0) +
                  27 * key.charAt(1) +
                  729* key.charAt(2);

    return (hashVal % tableSize);
}
```

Fordel: Grei fordeling for tilfeldige strenger.

Ulempe: Vanlig språk er ikke tilfeldig!

Strenger som nøkler: funksjon 3

Funksjon 3: $\sum_{i=0}^{keySize-1} key[keySize-i-1] * 37^i$

```
int hash3(String key, int tableSize) {
    int hashVal = 0;

    for (int i = 0; i < key.length(); i++) {
        hashVal = 37*hashVal + key.charAt(i);
    }

    return Math.abs(hashVal % tableSize);
}
```

Fordel: Enkel og relativt rask å beregne. Stort sett bra nok fordeling.

Ulempe: Beregningen tar lang tid for lange nøkler.

Hash-funksjoner: Oppsummering

- Må (i hvert fall teoretisk) kunne gi alle mulige verdier fra 0 til tableSize - 1.
- Må gi en god fordeling utover tabellindeksene.
- Tenk på hva slags data som skal brukes til nøkler.
  - Fødselsår kan gi god fordeling i persondatabaser, men ikke for en skoleklasse!

Generelt: Bør være mange ganger tableSize før man gjør mod-operasjonen.

hashCode i Java

Alle Java-klasser er subklasser av java.lang.Object, som inneholder metoden

```
int hashCode()
```

som typisk returnerer minneadresse konvertert til int.

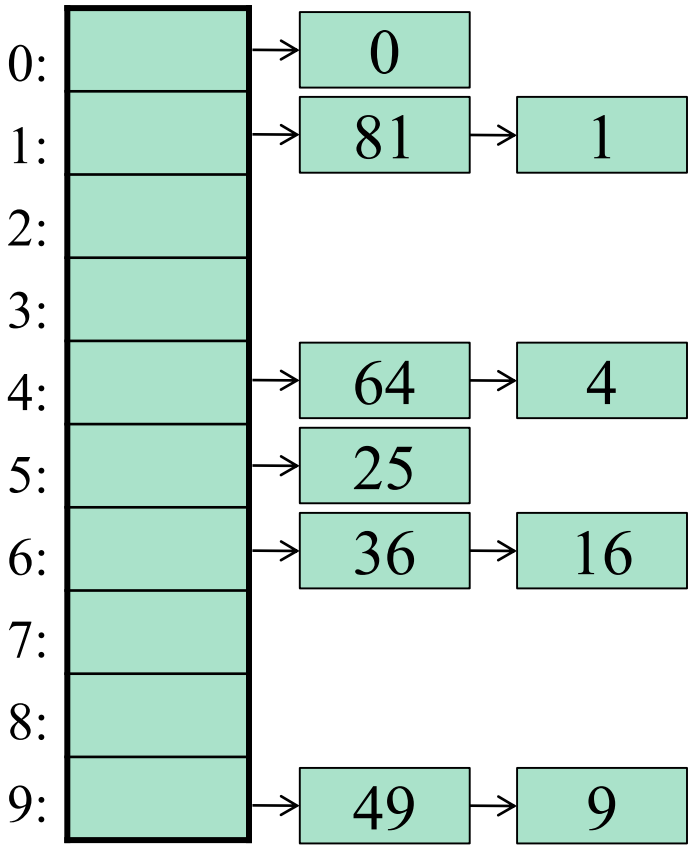
Men: Objekter vi regner som like (via equals) må ha samme hashverdi.

Kollisjonshåndtering

Hva gjør vi når to elementer hashes til den samme indeksen?

- Åpen hashing: Elementer med samme hashverdi samles i en liste (eller annen passende struktur).
- Lukket hashing: Dersom en indeks er opptatt, prøver vi en annen indeks inntil vi finner en som er ledig.

Åpen hashing (Separate chaining)



Forventer at hash-funksjonen er god, slik at alle listene blir korte.

Load-faktoren λ er antall elementer i hash-tabellen i forhold til tabellstørrelsen.
For åpen hashing ønsker vi $\lambda \approx 1.0$

Lukket hashing – åpen adressering

Prøver alternative indekser $h_0(x)$, $h_1(x)$, $h_2(x)$,… inntil vi finner en som er ledig.

h_i er gitt ved

$$h_i(x) = (\text{hash}(x) + f(i)) \bmod \text{tableSize}$$

slik at $f(0) = 0$.

Merk at vi trenger en større tabell enn for åpen hashing – generelt ønsker vi her $\lambda < 0.5$

Skal se på tre mulige strategier (valg av f):

- Lineær prøving
- Kvadratisk prøving
- Dobbel hashing

Lineær prøving

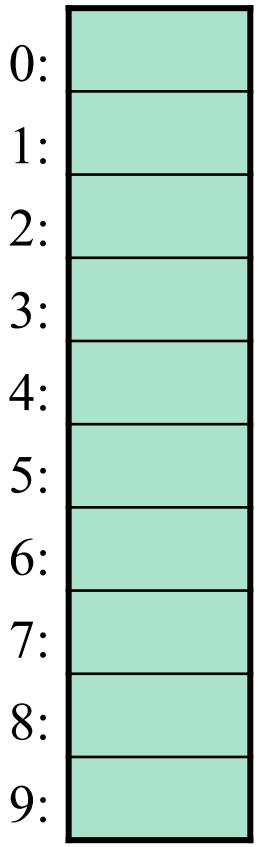
Velger f til å være en lineær funksjon av i, typisk f(i) = i

Eksempel:

Input: 89, 18, 49, 58, 69

Hash-funksjon:

hash(x,tableSize) = x mod tableSize



Kvadratisk prøving

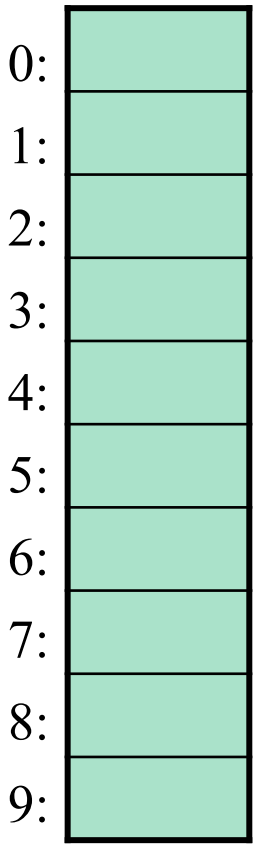
Velger f til å være en kvadratisk funksjon av i,
typisk $f(i) = i^2$

Eksempel:

Input: 89, 18, 49, 58, 69

Hash-funksjon:

hash(x,tableSize) = x mod tableSize



Dobbel hashing

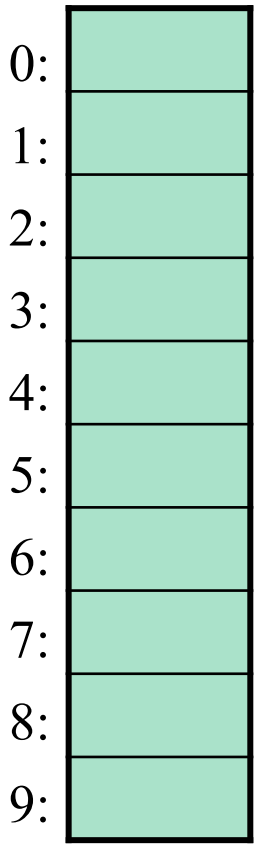
Bruker en ny hash-funksjon for å løse kollisjonene, typisk $f(i) = i * hash_2(x)$, med $hash_2(x) = R – (x \bmod R)$ hvor R er et primtall mindre enn tableSize.

Eksempel:

Input: 89, 18, 49, 58, 69

Andre hash-funksjon:

$hash_2(x) = 7 – (x \bmod 7)$



Rehashing

Hvis tabellen blir for full, begynner operasjonene å ta veldig lang tid.

Mulig løsning:

- Lag en ny hashtabell som er omtrent dobbelt så stor (men fortsatt primtall!).
- Gå gjennom hver element i den opprinnelige tabelln, beregn den nye hash-verdien og sett inn på rett plass i den nye hashtabellen.

Dette er en dyr operasjon, O(n), men opptrer relativt sjelden (må ha hatt n/2 innsettinger siden forrige rehashing).

Utvidbar hashing

Brukes spesielt når internminnet blir for lite, og det vesentligste blir antall diskoperasjoner.

Anta at vi

- Skal lagre N elementer, der N varierer over tid.
- Kan lagre maksimalt M elementer i en diskblokk.

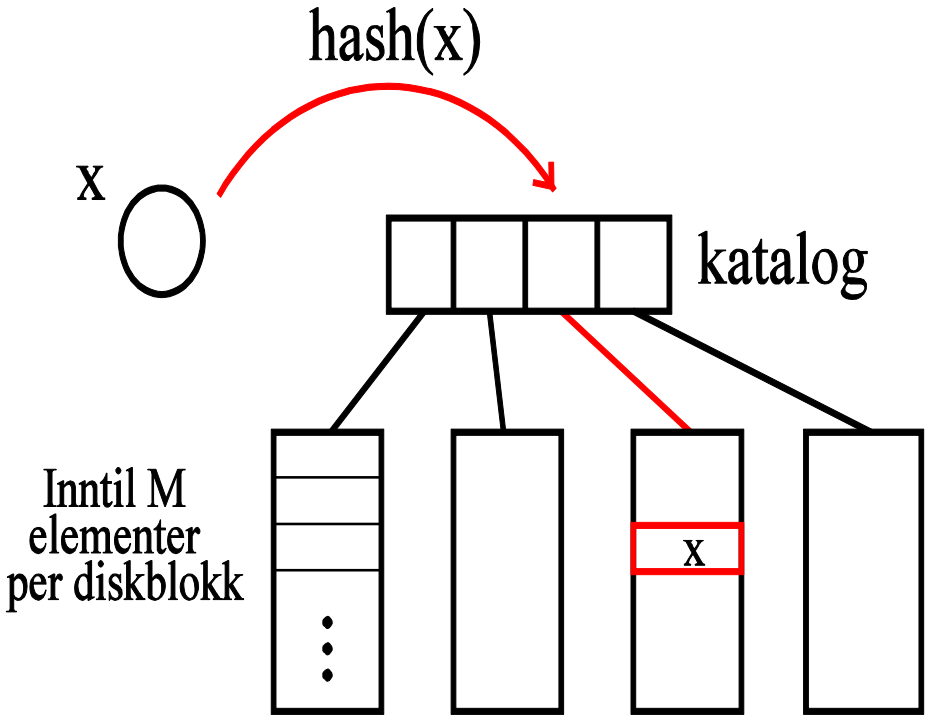
Problemet med vanlig hashing er at

- Kollisjoner kan føre til at find(x) må undersøke mange diskblokker selv om hashfunksjonen distribuerer elementene godt.
- Rehashing blir veldig kostbart.

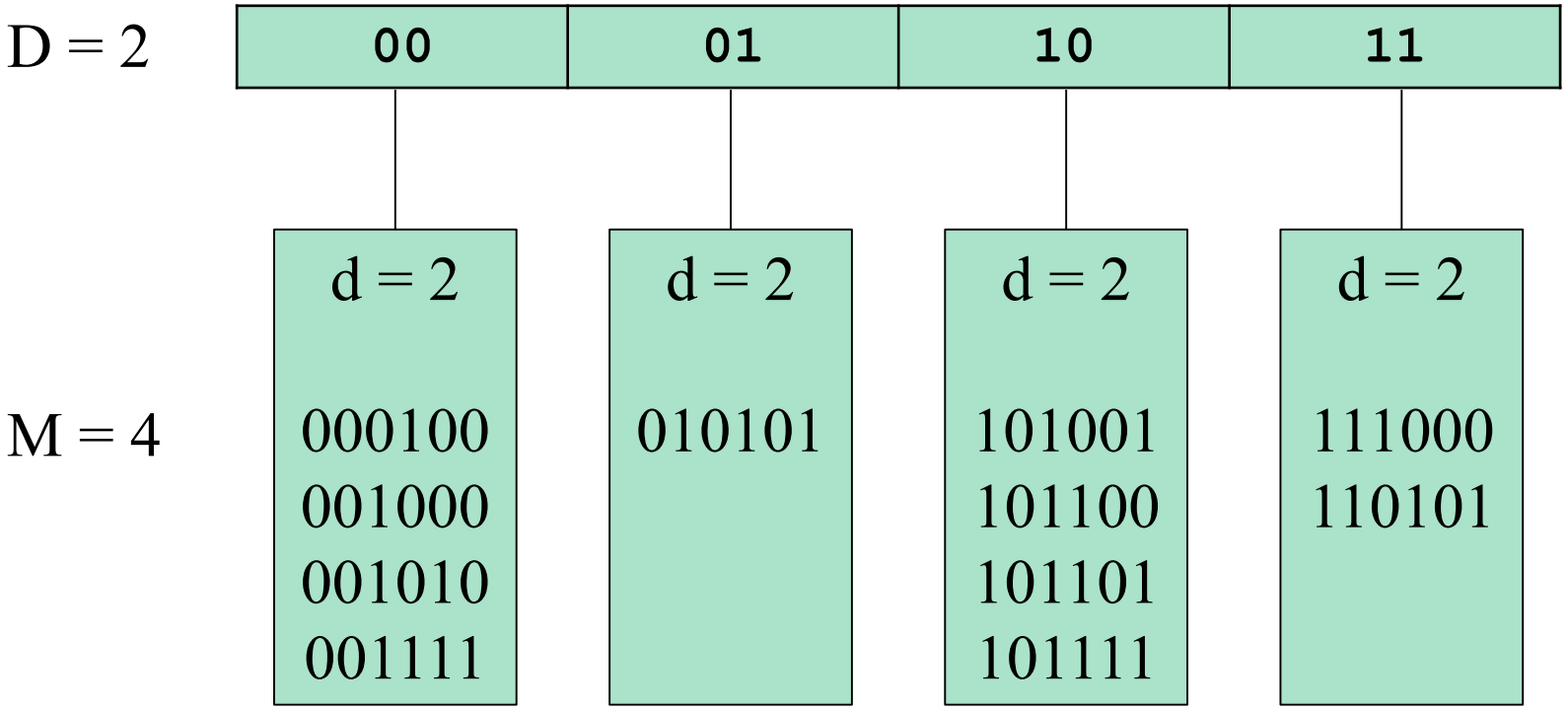
Løsning

Lar hash-funksjonen – via en katalog – angi hvilken diskblokk et element x befinner seg i (hvis det finnes).

Dermed trenger find(x) bare to diskaksesser (og bare en aksess dersom katalogen kan lagres i internminnet).



Utvidbar hashing: eksempel



Forenklet tegning, hvor vi for hvert element bare lagrer hashverdien til elementet (som 6-sifret binærtall).

Utvidbar hashing

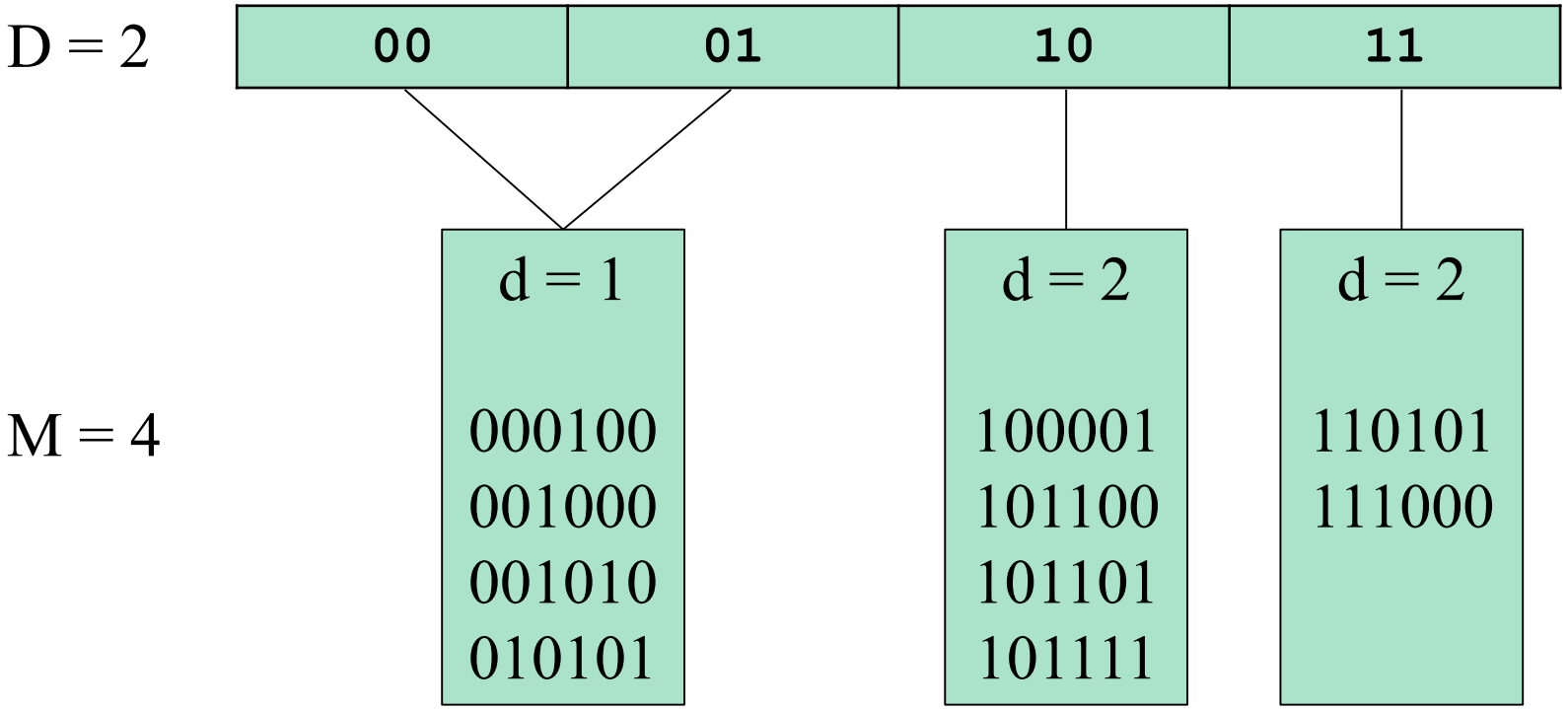
- Katalogen har 2^D indekser.
- Hver diskblokk har plass til M elementer.
- For hver diskblokk L lagrer vi et tall $d_L \leq D$.
  Invariant: *Det garanteres at alle elementene i L har minst de d første bitene felles.*
  - Dersom $d_L = D$ vil nøyaktig en indeks i katalogen peke på diskblokk L.
  - Dersom $d_L < D$ vil to eller flere indekser i katalogen peke på L.

- Over tid forventer vi at ca 69% av hver diskblokk er fylt opp.

Innsettingsalgoritme

1. Beregn hash(x) og finn riktig diskblokk L ved å slå opp i katalogen på de D første sifrene i hashverdien.
2. Hvis det er færre enn M elementer i L, sett x inn i L.
3. Hvis L derimot er full, sammenlign d_L med D:
   a) Dersom $d_L < D$ splitter vi L i to blokker L_1 og L_2:
      i. Sett $d_{L_1} = d_{L_2} = d_L + 1$.
      ii. Gå gjennom elementene i L og plasser dem i L_1 eller L_2 avhengig av verdien på de $d_L + 1$ første sifrene.
      iii. Prøv igjen å sette inn x (gå til punkt 2).
   b) Dersom $d_L = D$:
      i. Doble katalogstørrelsen ved å øke D med 1.
      ii. Fortsett som ovenfor (splitt L i to blokker osv.)

Innsetting: eksempel



Java's HashMap

Klassen java.util.HashMap:

- Implementerer en hashtabell som mapper nøkler til verdier.
- Implementerer grensesnittet Map (men ikke SortedMap).
- Bruker åpen hashing.
- Default tabellstørrelse 16.
- Default load faktor $\lambda < 0.75$
  - rehashing hvis denne overskrides.

Neste forelesning: 14. september

PRIORITETSKØ OG HEAP
HUFFMAN