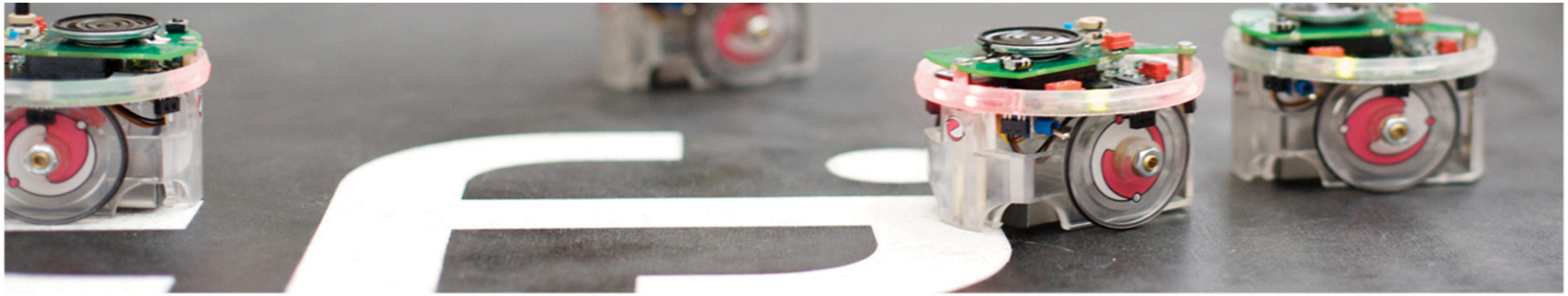


UiO : **Institutt for informatikk**

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

INF2270

Digital representasjon

Hovedpunkter

- Tallsystemer – Octale, Heksadesimale og binære
- 2´er komplement
- Binær subtraksjon
- Boolsk algebra
- Sannhetsverditabell
- Regneregler og forenkling av uttrykk
- Eksempler
- Representasjon av de 7 viktigste portene

Tallsystemer

- Et desimalt tall er representert ved symbolene 0, 1, 2, ... 9
- Kodingen er posisjons bestemt
- Eksempel:

$$(7392)_{dec} = 7 \bullet 10^3 + 3 \bullet 10^2 + 9 \bullet 10^1 + 2 \bullet 10^0$$

Oktale tall

Et oktalt tall er representert ved symbolene

0, 1, 2, ... 7

- Kodingen er posisjonsbetinget med grunntall 8

- Eksempel:

$$(252)_{okt} = 2 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0$$

Heksadesimale tall

Et heksadesimalt tall er representert ved symbolene
0, 1, 2, ... 8, 9, A, B, C, D, E, F

- Kodingen er posisjonsbetinget med grunntall 16

- Eksempel:

$$(2B9)_{heks} = 2\bullet 16^2 + 11\bullet 16^1 + 9\bullet 16^0$$

Binære tall

Et binært tall er representert ved symbolene

0 og 1

- Kodingen er posisjons bestemt

- Eksempel

$$(101)_{bin} = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

Oktale, heksadesimale og binær telling

Heksadesimal	Desimal	Oktal	Binær	
0 0	0 0	0 0	0 0 0 0 0	
0 1	0 1	0 1	0 0 0 0 1	
0 2	0 2	0 2	0 0 0 1 0	
0 3	0 3	0 3	0 0 0 1 1	
0 4	0 4	0 4	0 0 1 0 0	
0 5	0 5	0 5	0 0 1 0 1	
0 6	0 6	0 6	0 0 1 1 0	
0 7	0 7	0 7	0 0 1 1 1	
0 8	0 8	1 0	0 1 0 0 0	
0 9	0 9	1 1	0 1 0 0 1	
0 A	1 0	1 2	0 1 0 1 0	
0 B	1 1	1 3	0 1 0 1 1	
0 C	1 2	1 4	0 1 1 0 0	Tallet $(12)_{des}$
0 D	1 3	1 5	0 1 1 0 1	
0 E	1 4	1 6	0 1 1 1 0	
0 F	1 5	1 7	0 1 1 1 1	
1 0	1 6	2 0	1 0 0 0 0	
1 1	1 7	2 1	1 0 0 0 1	
1 2	1 8	2 2	1 0 0 1 0	
1 3	1 9	2 3	1 0 0 1 1	
1 4	2 0	2 4	1 0 1 0 0	

Konvertering fra grunntall “r” til desimal

- Generelt:

$$(\ldots a_2 a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \ldots)_r = \ldots + a_2 \bullet r^2 + a_1 \bullet r^1 + a_0 \bullet r^0 + a_{-1} \bullet r^{-1} + a_{-2} \bullet r^{-2} + \ldots$$

- Eksempel:

$$(1A5,1C)_{16} = 1 \bullet 16^2 + 10 \bullet 16^1 + 5 \bullet 16^0 + 1 \bullet 16^{-1} + 12 \bullet 16^{-2} = (421{,}109375)_{des}$$

Konvertering fra desimal til binær

Prosedyre:

1) Del det desimale tallet på 2
2) Rest etter divisjon, multiplisert med 2 blir LSB
3) Del det nye desimale tallet på 2
4) Rest etter divisjon, multiplisert med 2 blir neste bit
5) Osv……

Konverteringseksempel

Konverter tallet $(41)_{des}$ til binær

41/2	=	20 + 1/2	$a_0 = 1$	LSB
20/2	=	10 + 0/2	$a_1 = 0$	
10/2	=	5 + 0/2	$a_2 = 0$	
5/2	=	2 + 1/2	$a_3 = 1$	
2/2	=	1 + 0/2	$a_4 = 0$	
1/2	=	0 + 1/2	$a_5 = 1$	

Dermed: $(41)_{des} = (101001)_{bin}$

Konvertering fra desimal til grunntall “r”

Gjenta prosedyren fra forrige lysark. Bytt ut grunntallet 2 med r.

Resten multiplisert med r blir det aktuelle sifferet.

Binær addisjon

Prosedyren for binær addisjon er identisk med prosedyren for desimal addisjon

Eksempel

Adder 5 og 13:

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & 1 & & 1 & \\ & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ + & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline = & 1 & 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & 0 & 5 \\ + & 1 & 3 \\ \hline = & 1 & 8 \end{array}$$

Negative binære tall

Mest vanlig representasjon: 2'er komplement

Lar mest signifikante bit være 1 for negative tall

Dette må være "avtalt" på forhånd

Eksempel:

4 bit kan representere tallene –8 til +7

7	0 1 1 1
6	0 1 1 0
5	0 1 0 1
4	0 1 0 0
3	0 0 1 1
2	0 0 1 0
1	0 0 0 1
0	0 0 0 0
-1	1 1 1 1
-2	1 1 1 0
-3	1 1 0 1
-4	1 1 0 0
-5	1 0 1 1
-6	1 0 1 0
-7	1 0 0 1
-8	1 0 0 0

2'er komplement

Setter minus foran et binært tall ved å invertere alle bittene og plusse på 1

Eksempel:

Finner -5:

invertert 5:		1 0 1 0
	+	0 0 0 1
-5:	=	1 0 1 1

7	0 1 1 1
6	0 1 1 0
5	0 1 0 1
4	0 1 0 0
3	0 0 1 1
2	0 0 1 0
1	0 0 0 1
0	0 0 0 0
-1	1 1 1 1
-2	1 1 1 0
-3	1 1 0 1
-4	1 1 0 0
-5	1 0 1 1
-6	1 0 1 0
-7	1 0 0 1
-8	1 0 0 0

Binær subtraksjon

Fremgangsmåte for tall representert ved 2'er komplement:

Adder tallene på vanlig måte.

Eksempel:

$$\begin{array}{rrl}
 & & 1\ 1 \\
 & & 0\ 1\ 1\ 0 \\
+ & & 1\ 1\ 1\ 0 \\
\hline
= & (1) & 0\ 1\ 0\ 0
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rr}
 & 6 \\
+ & -2 \\
\hline
= & 4
\end{array}$$

Går ut

Betyr positivt tall

Binær subtraksjon

Eksempel:

	0 0 1 1			3
+	1 0 0 0		+	-8
=	1 0 1 1		=	-5

Betyr negativt tall

Binær logikk - Motivasjon

- Digital hardware-representasjon
  - PC og andre elektroniske systemer:

    "1" representeres ved 5V på en ledning

    "0" representeres ved 0V på samme ledning
  - Harddisk:

    "1" representeres ved tilstedeværelse av magnetisk felt i ett gitt område

    "0" representeres ved fravær av magnetisk felt i samme område.

Logikk

- Binær logikk:
  - “1” eller “0”
  - “True” or “False”
  - “yes” or “No”

- Vi trenger regler for å kunne regne/analysere logikken.

Binær logikk – boolsk algebra

Definerte basis operasjoner:

AND	“ $\bullet$ ”	” $\wedge$ ”	
OR	“ $+$ ”	” $\vee$ ”	
NOT	“ $'$ ”	” $\neg$ ”	” $\overline{\ }$ ”

Sannhetstabell

AND

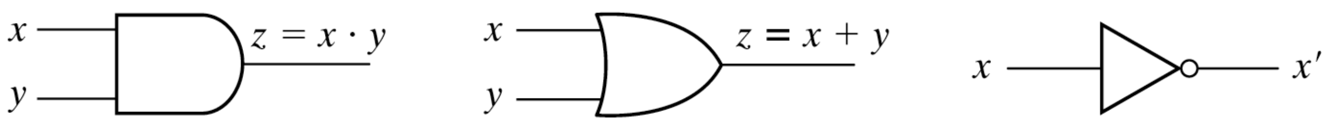
X	Y	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR

X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

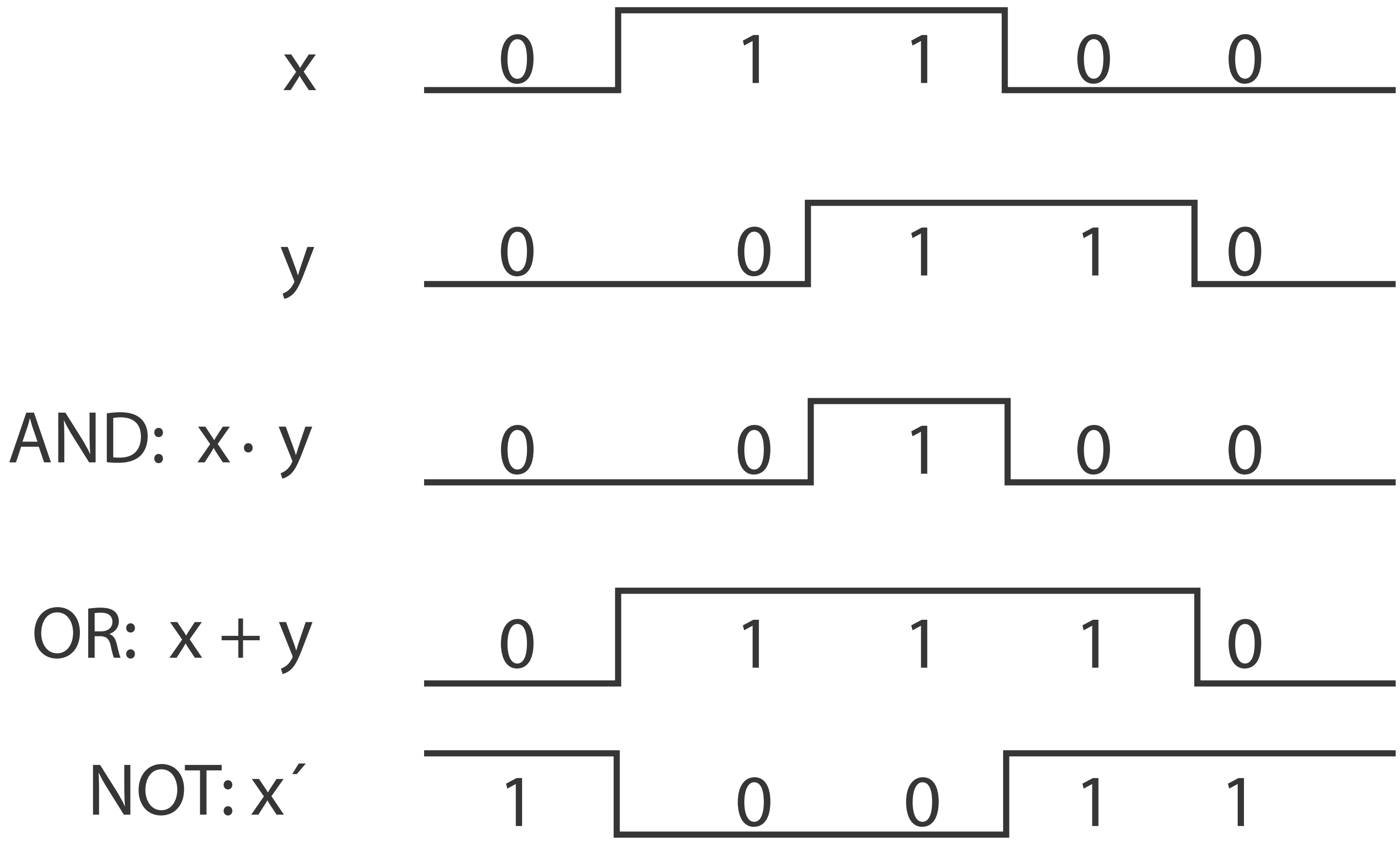
NOT

X	Y
0	1
1	0



(a) Two-input AND gate (b) Two-input OR gate (c) NOT gate or inverter

Input-output signaler for portene



Andre Porter

Vi kan uttrykke de andre portene v.h.a. AND, OR og NOT:

a NAND b = (ab)´ = a´+ b´

a NOR b = (a + b)´ = a´b´

a XOR b = a´b + ab´

a XNOR b = a´b´+ ab