

UiO : **Institutt for informatikk**

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

INF2270

Boolsk Algebra og kombinatorisk logikk



Hovedpunkter

- Boolsk Algebra og DeMorgans Teorem
- Forkortning av uttrykk ved regneregler
- Utlesing av sannhetsverdi-tabell; Max og Min-termer
- Forkortning av uttrykk med Karnaugh diagram
- Portimplementasjon
- Kretsanalyse
- Adder og subtraktor design
- Generell Black-box design/tankesett
- Enkoder og Dekoder
- Multiplexer og DeMultiplexer

Boolsk Algebra

- Variable kan ha to verdier: “0” og “1”
- Tre basis regneoperasjoner: AND, OR, NOT

AND

X	Y	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR

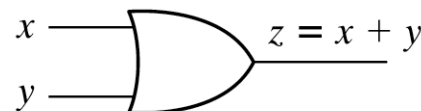
X	Y	Z
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

NOT

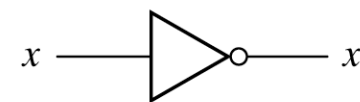
X	Y
0	1
1	0



(a) Two-input AND gate



(b) Two-input OR gate



(c) NOT gate or inverter

Boolsk Algebra

- Boolske funksjoner kan spesifiseres enten:

1. Funksjonsuttrykk

$$F(a,b) = a'b + ab'$$

$$F(a,b,c) = abc + a'bc'$$

$$F(a,b,c) = a + b'c$$

2. Sannhetsverdi-tabell

X	Y	F = a'b + ab'
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Sannhetstabell

En boolsk funksjon kan visualiseres i en sannhetstabell

Eksempel:

$$F = x + y'z$$

En gitt funksjon har kun en sannhetstabell

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Men, en gitt sannhetstabell har uendelig mange funksjonsuttrykk

Sannhetsverdi-tabell – 3 variable

X	Y	Z	F
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

DeMorgans teorem

$$(x \cdot y)' = x' + y'$$

$$(x + y)' = x' \cdot y'$$

På invertert form:

$$x \cdot y = (x' + y')'$$

$$x + y = (x' \cdot y')'$$

Huntington postulater

(P0)	Mengden $\{0,1\}$ er lukket under “+” og “•”		lukket
(P1)	$x + x = x$	$x \cdot x = x$	
(P2)	$x + 0 = x$	$x \cdot 1 = x$	ident.el.
(P2b)	$x + 1 = 1$	$x \cdot 0 = 0$	
(P5)	$x + x' = 1$	$x \cdot x' = 0$	komplem.
(P6)	$0 \neq 1$		minst 2 el.
(P3)	$x + y = y + x$	$x \cdot y = y \cdot x$	kommutativ
(P4)	$x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$	$x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$	distributiv
(P5)	$(x')' = x$		

Dualitet for postulatene:

Kan bytte “•” med + hvis man bytter “0” med “1”

Precedens:

Først utføres “0”, så “'”, så “•” og til slutt “+”

Regneregler - oversikt

$$x + 0 = x$$

$$x + x' = 1$$

$$x + y = y + x$$

$$x + (y + z) = (x + y) + z$$

$$x(y + z) = xy + xz$$

$$x + x = x$$

$$x + 1 = 1$$

$$x + xy = x$$

$$(x + y)' = x'y'$$

$$x \cdot 1 = x$$

$$xx' = 0$$

$$xy = yx$$

$$x(yz) = (xy)z$$

$$x + (yz) = (x + y)(x + z)$$

$$x \cdot x = x$$

$$x \cdot 0 = 0$$

$$x(x + y) = x$$

$$(xy)' = x' + y'$$

Forenkling av uttrykk

$$F = x'y'z + x'yz + xy'$$

Prosedyre:

$$F = x'z(y' + y) + xy'$$

$$F = x'z \cdot 1 + xy'$$

$$F = x'z + xy'$$

Forenklingseksempler

Eksempel:

$$F = x(x'+y)$$

$$F = xx'+xy$$

$$F = 0+xy$$

$$F = xy$$

Eksempel:

$$F = x+x'y$$

$$F = (x+x')(x+y)$$

$$F = 1(x+y)$$

$$F = x+y$$

Eksempel:

$$F = (x+y)(x+y')$$

$$F = x + (yy')$$

$$F = x + 0$$

$$F = x$$

Forenklingseksempler II

Eksempel:

$$F = xy + x'z + yz$$

$$F = xy + x'z + yz(x + x')$$

$$F = xy + x'z + xyz + x'yz$$

$$F = xy(1 + z) + x'z(1 + y)$$

$$F = xy + x'z$$

Eksempel:

$$F = (x + y)(x' + z)(y + z)$$

$$F = (x + y)(x' + z) \quad \text{Dualitet}$$

Komplement av funksjon

Inverterer begge sider og bruker DeMorgan

Eksempel:

$$F = x'yz' + x'y'z$$

$$F' = (x'yz' + x'y'z)'$$

$$F' = (x'yz')'(x'y'z)'$$

$$F' = (x+y'+z)(x+y+z')$$

Eksempel:

$$F = x(y'z' + yz)$$

$$F' = (x(y'z' + yz))'$$

$$F' = x' + (y'z' + yz)'$$

$$F' = x' + (y'z')'(yz)'$$

$$F' = x' + (y+z)(y'+z')$$

Minterm

I en funksjon kan en binær variabel x opptre som x eller x'

En funksjon kan være gitt på “**sum av produkt**” form

Eksempel:

$$F = xy + xy' + x$$

Hvert “produktledd” som inneholder **alle** variablene kalles en **minterm**.

For to variable finnes det 4 forskjellige mintermer:

$$xy + xy' + x'y + x'y'$$

For 3 variable finnes det 2^3 forskjellige mintermer

Maksterm

En funksjon kan være gitt på “produkt av sum” form

Eksempel:

$$F = (x+y)(x+y')y$$

Hvert “summeledd” som inneholder alle variablene kalles en **maksterm**

For to variable finnes det 4 forskjellige makstermer:

$$(x+y) (x+y') (x'+y) (x'+y')$$

For n variable finnes det 2^n forskjellige makstermer

Sannhetstabell / mintermer

Hvis man genererer en funksjon ut i fra sannhetstabellen får man en sum av mintermer

Eksempel:

$$F = x'y'z + xy'z' + xyz'$$

En sannhetstabell kan sees på som en liste av mintermer

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Notasjon

Mintermer har notasjon m_x

Maxtermer har notasjon M_x

Funksjoner som bare består av sum/produkt av min/maxtermer (kanonisk form) har følgelig notasjon:

$$F(x,y,z) = S(m_3, m_6) = S(3, 6) = x'yz + xyz'$$

$$F(x,y,z) = \Pi(M_3, M_6) = \Pi(3, 6) = (x+y'+z')(x'+y'+z)$$

Karnaughdiagram

Grafisk metode for forenkling av Booleske uttrykk

- Uttrykket må være representert ved **sum** av **mintermer** (m_x). Disse leses vi direkte ut av sannhetstabellen
- Metoden egner seg for funksjoner med **2-4(5) variable**

Eksempel, 2 variable:

$$F = m_1 + m_3 = a'b + ab$$

Eksempel, 4 variable:

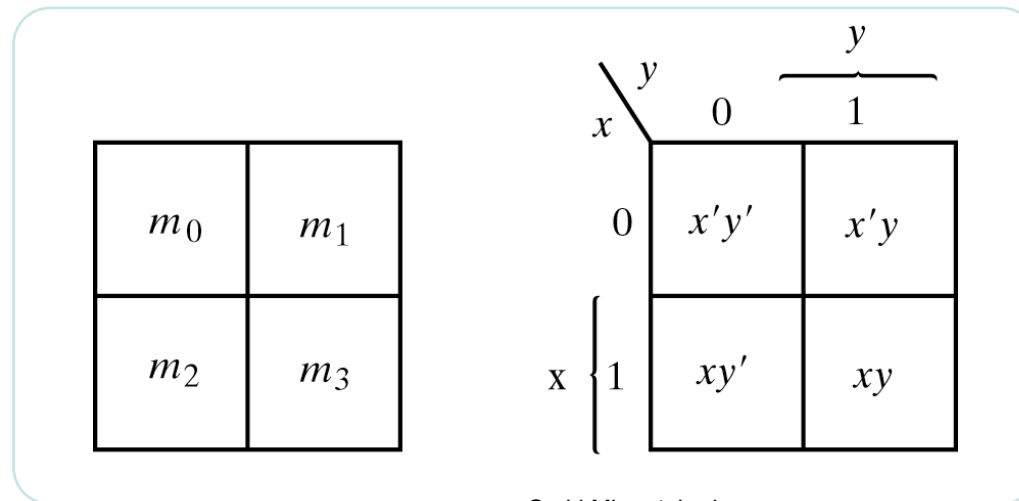
$$F = m_0 + m_1 + m_{15} = A'B'C'D' + A'B'C'D + ABCD$$

Prosedyre, 2 variable

Setter inn mintermene i diagram

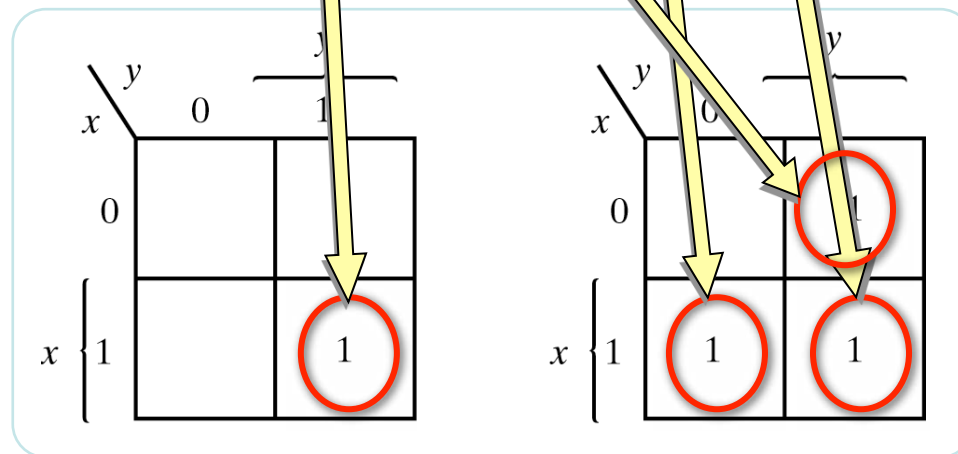
- Eksempel: generell funksjon - 2 variable

$$F = m_0 + m_1 + m_2 + m_3$$



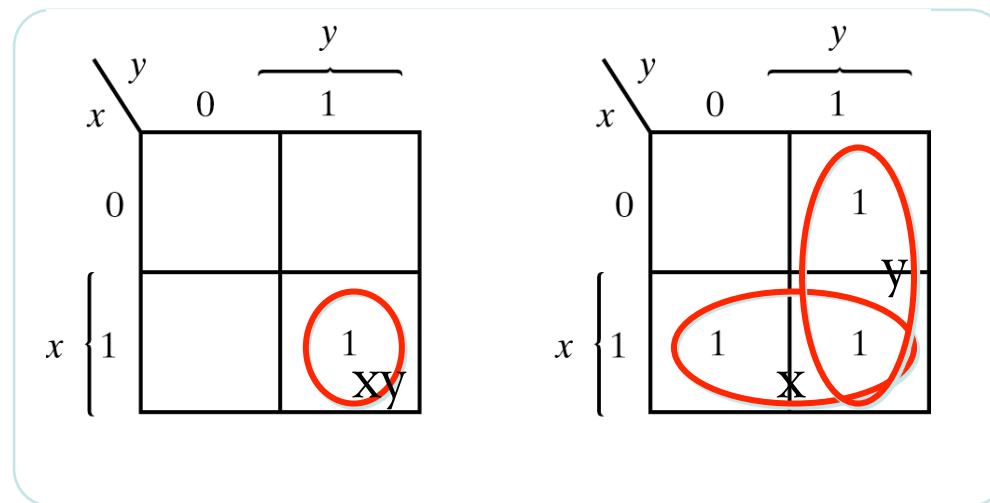
Prosedyre, 2 variable

$$F_1 = xy \text{ og } F_2 = x'y + xy' + xy$$



Prosedyre, utlesning

- Grupperer naboruter som inneholder "1" slik at vi får sammenhengende rektangler, Velg så store grupper som mulig. Antall element må være en potens av 2
- Representerer gruppene ved de variablene i gruppen som ikke varierer

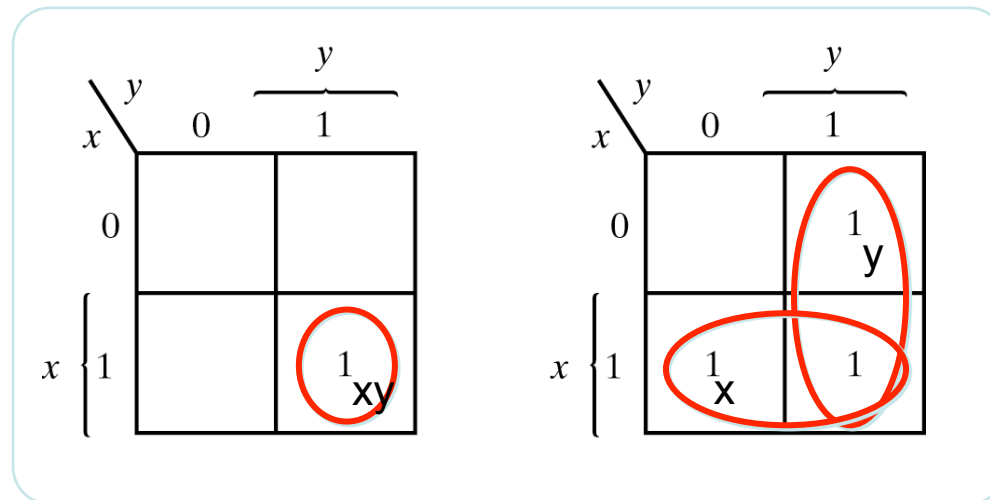


Prosedyre, utlesning

Funksjonene som diagrammene beskriver er nå gitt av summen av uttrykkene som representerer hver gruppe

$$F_1 = xy$$

$$F_2 = x + y$$



Karnaugh - 3 variable

Plassering av mintermer for 3-variable funksjoner:

- Mintermene plasseres slik at **kun 1 variabel** varierer i mellom hver vannrette/loddrette naborute

m_0	m_1	m_3	m_2
m_4	m_5	m_7	m_6

		yz			
		00	01	y 11 10	
x	0	$x'y'z'$	$x'y'z$	$x'yz$	$x'yz'$
	1	$xy'z'$	$xy'z$	xyz	xyz'
		z			

Karnaugh - 4 variable

Plassering av mintermer for 4-variable funksjoner

- Mintermene plasseres slik at **kun 1 variabel** varierer i mellom hver vannrette/loddrette naborute

m_0	m_1	m_3	m_2
m_4	m_5	m_7	m_6
m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

		yz		y	
		00	01	11	10
wx	00	$w'x'y'z'$	$w'x'y'z$	$w'x'yz$	$w'x'yz'$
	01	$w'xy'z'$	$w'xy'z$	$w'xyz$	$w'xyz'$
	11	$wxy'z'$	$wxy'z$	$wxyz$	$wxyz'$
	10	$wx'y'z'$	$wx'y'z$	$wx'yz$	$wx'yz'$
		z			

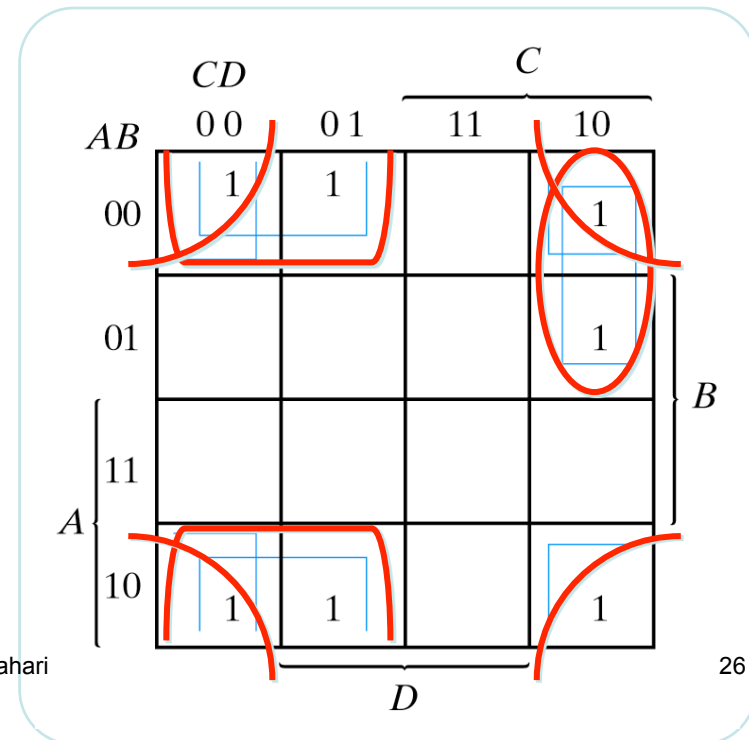
Omid Mirmotahari

Grupperingsregler for diagram med 2-4 variable

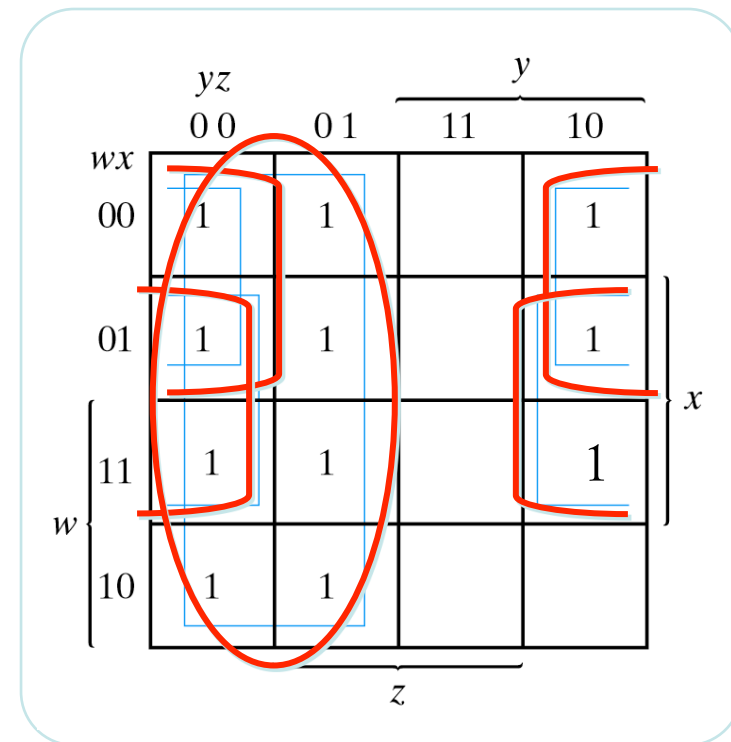
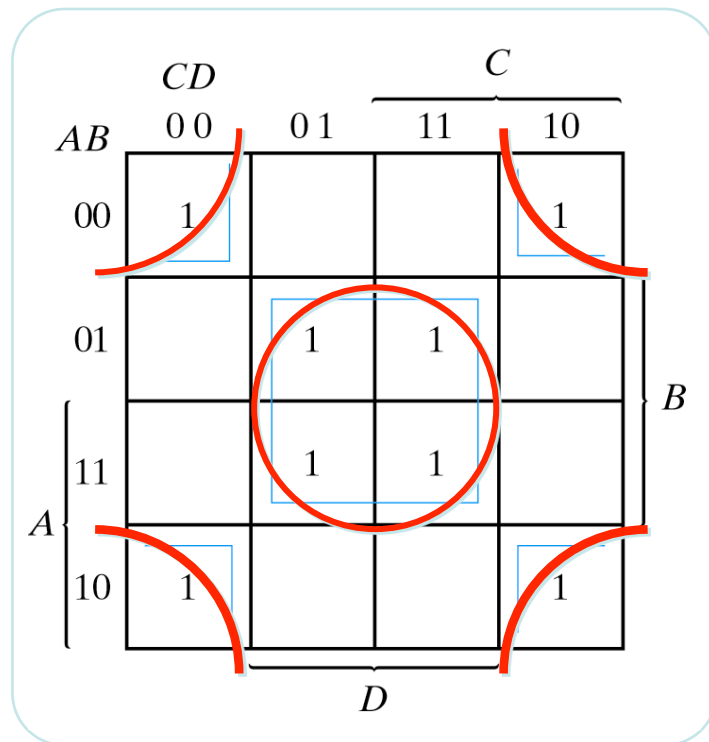
Grupperer naboruter som inneholder "1" slik at vi får sammenhengende rektangler

Ytterkantene av diagrammet kan også være naboruter

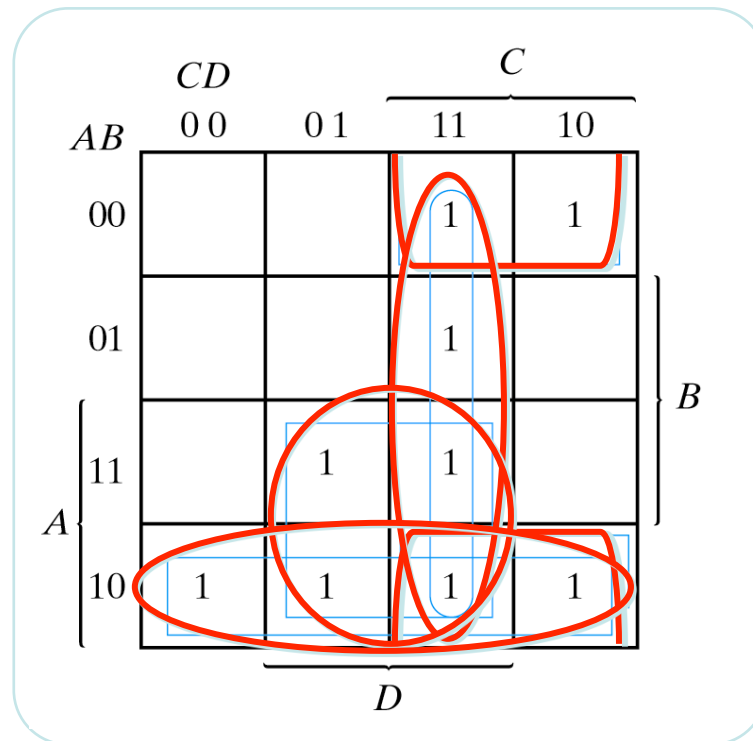
Eksempel



Grupperingsregler for diagram med 2-4 variable



Grupperingsregler for diagram med 2-4 variable



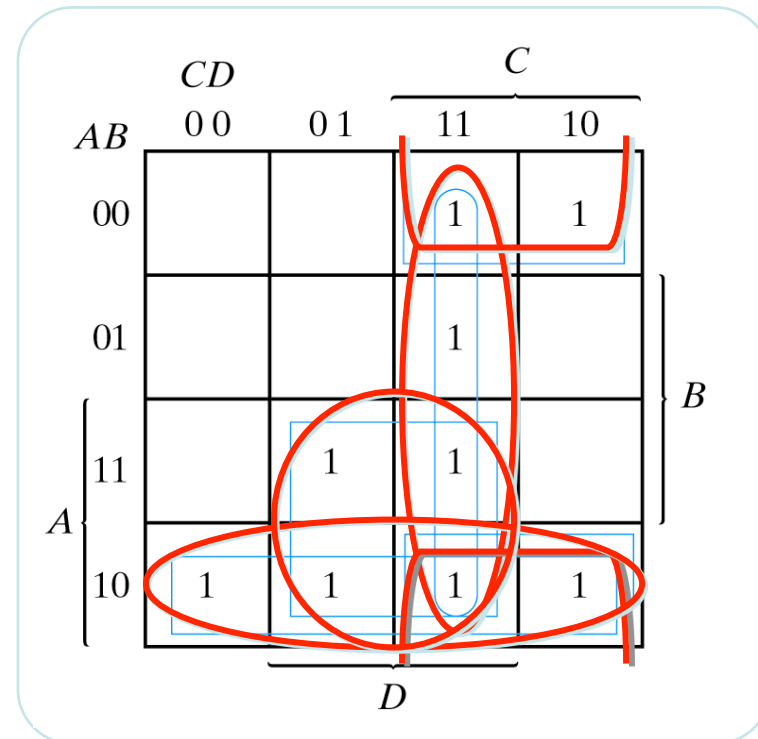
Utlekningsregler for diagram med 2-4 variable

Representerer hver gruppe ved de variablene i gruppen som ikke varierer.

Diagrammets funksjon blir summen av hvert gruppeledd:

Eksempel

$$F = AD + CD + B'C + AB'$$

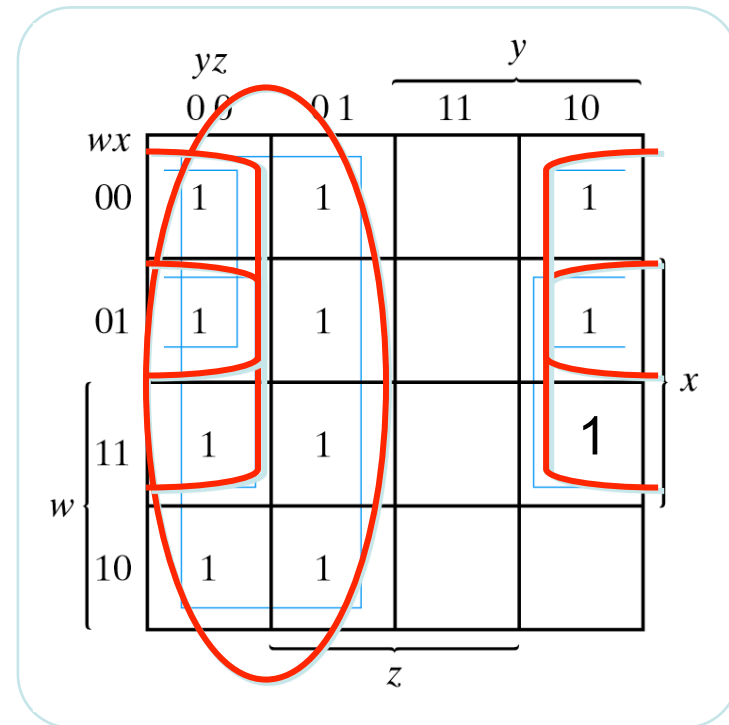


Utle sningsregler for diagram med 2-4 variable

Eksempel:

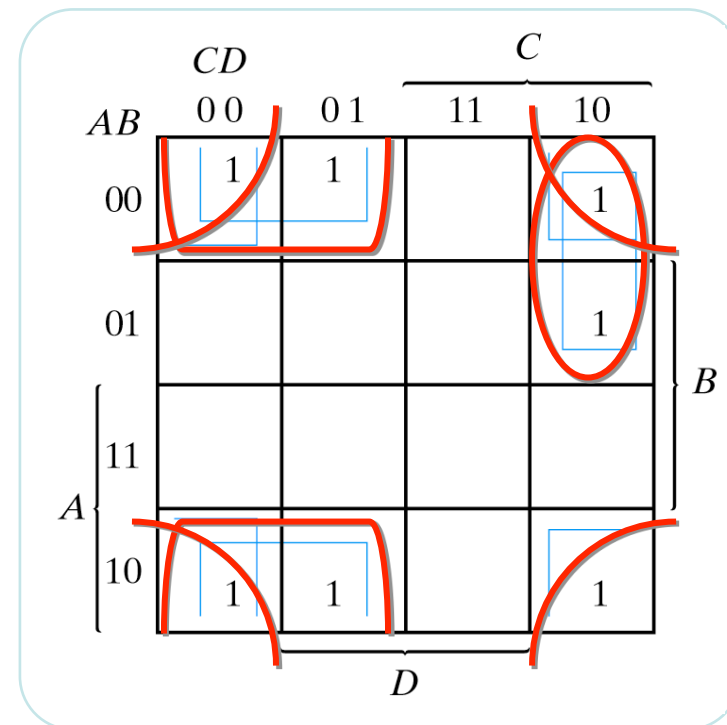
$$F = y' + w'z' + xz'$$

Merker oss at jo større ruter
desto enklere uttrykk



Utle sningsregler for diagram med 2-4 variable

$$F = B'D' + C'B' + A'CD'$$



Utlesning av "0"ere

Ved å lese ut de tomme rutene ("0"erne) fra diagrammet får man F'

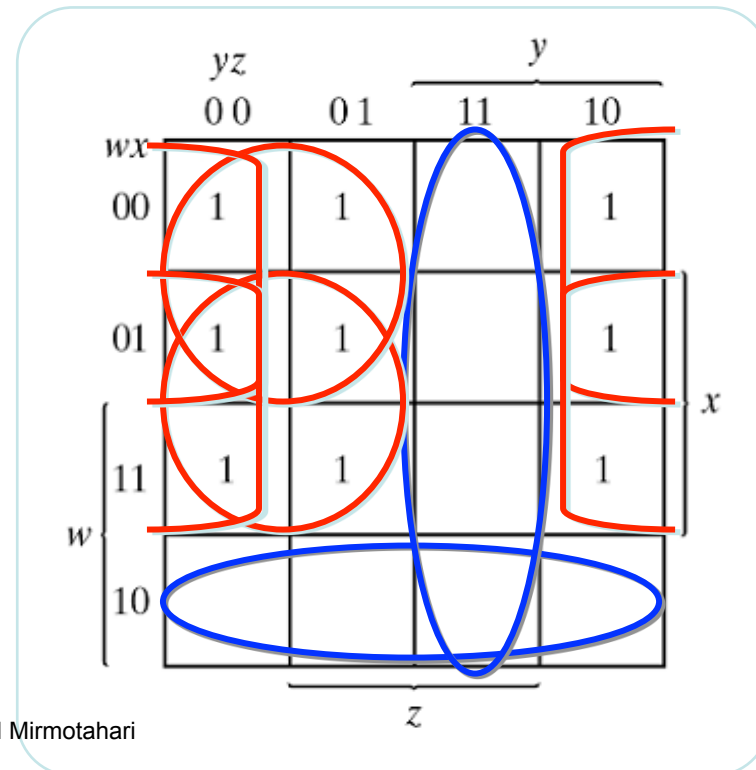
Dette kan noen ganger gi en enklere funksjon, eksempel:

$$F' = yz + wx'$$

$$F = (yz + wx')$$

Hadde vi lest ut "1"ere ville vi fått

$$F = xy' + w'y' + w'z' + xz'$$



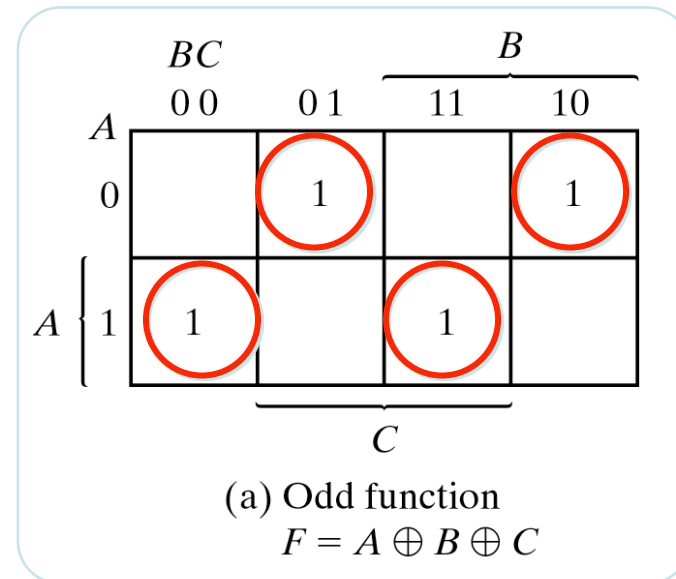
Spesialteknikker

XOR

XOR funksjonen dekker maksimalt "uheldige" "1"er plasseringer i diagrammet

Har man XOR porter til rådighet bruker man disse

I dette eksemplet kan
1 stk. 3-inputs XOR realisere F



XOR

XOR representerer den odde funksjonen, dvs de kombinasjoner av inngangen hvor det er odde antall 1'ere

Man kan også bruke Karnaugh diagram til å forenkle enkelte XOR funksjoner.

XNOR er den inverterte funksjonen av XOR

XNOR

	cd			
	1		1	
ab		1		1
	1		1	
		1		1

XOR

	cd			
		1		1
ab	1		1	
		1		1
	1		1	

	cd			
	1		1	
ab	1		1	
		1		1
		1		1

	cd			
			1	1
ab	1	1		
			1	1
	1	1		

	cd			
	1	1		
ab	1	1		
			1	1
			1	1

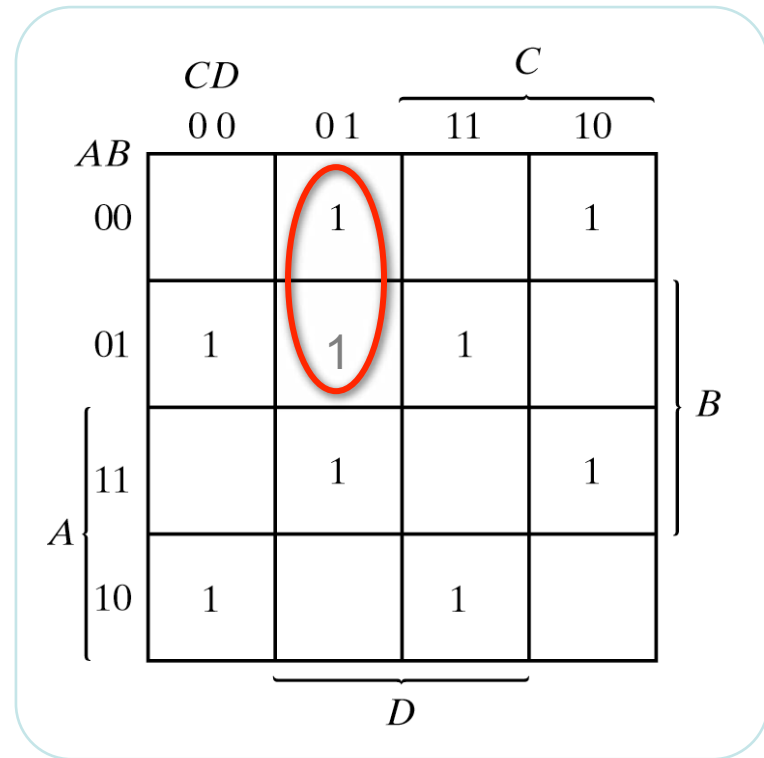
	cd			
			1	1
ab			1	1
	1	1		
	1	1		

XOR

XOR funksjonen kan kombineres med andre ledd

Eksempel:

$$F = A \oplus B \oplus C \oplus D + \underline{A'C'D}$$



Designeksempel

Vi ønsker å designe en krets som kan sammenligne to tall A og B . Hvert tall er representert ved **to bit**.

Kretsen skal finne $A > B$ samt $A = B$

Vi har dermed $2 \cdot 2 = 4$
innganger, og 2 utganger

Setter navn på utgangene:
 F_1 for $A > B$ og F_2 for $A = B$



Designeksempel

Vi trenger en oversikt over alle mulige inngangs/utgangs kombinasjoner, derfor:

- Setter opp en sannhetstabell for hver utgang (slår sammen til en dobbel tabell)
- Leser ut mintermer

$$F_1 = A_1' A_0 B_1' B_0' + A_1 A_0' B_1' B_0' + A_1 A_0' B_1' B_0 + A_1 A_0 B_1' B_0' + A_1 A_0 B_1' B_0 + A_1 A_0 B_1 B_0'$$

$$F_2 = A_1' A_0' B_1' B_0' + A_1' A_0 B_1' B_0 + A_1 A_0' B_1 B_0' + A_1 A_0 B_1 B_0$$

Innganger Utganger

A ₁	A ₀	B ₁	B ₀	F ₁	F ₂
0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	1

Forenkler uttrykket for å spare porter

Setter inn i Karnaughdiagram

$$F_1 = A_1 \bar{A}_0 \bar{B}_1 \bar{B}_0 + A_1 A_0 \bar{B}_1 \bar{B}_0 + A_1 A_0 \bar{B}_1 B_0 + A_1 A_0 B_1 \bar{B}_0 + A_1 A_0 B_1 B_0 + A_1 A_0 \bar{B}_1 B_0$$

$$F_2 = A_1 \bar{A}_0 \bar{B}_1 \bar{B}_0 + A_1 \bar{A}_0 B_1 \bar{B}_0 + A_1 A_0 \bar{B}_1 \bar{B}_0 + A_1 A_0 B_1 B_0$$

F_1

		$B_1 B_0$			
		00	01	11	10
$A_1 A_0$	00				
	01	1			
	11	1	1		1
	10	1	1		

F_2

		$B_1 B_0$			
		00	01	11	10
$A_1 A_0$	00	1			
	01		1		
	11			1	
	10				1

Leser ut av diagrammene

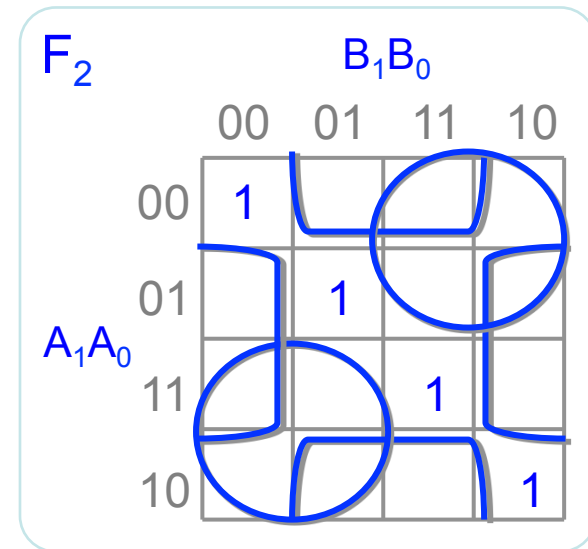
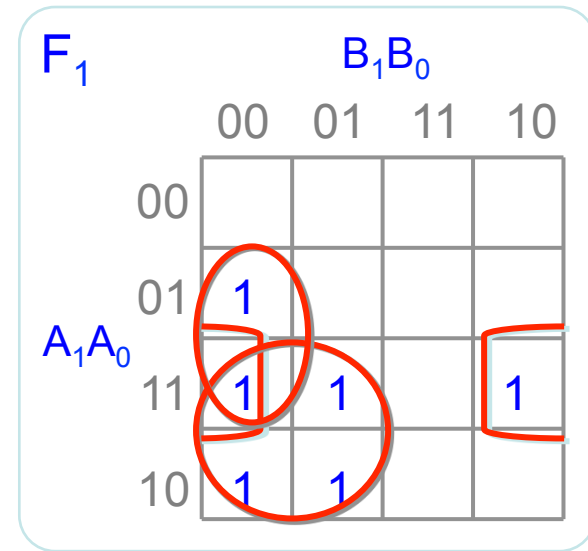
$$F_1 = A_1B_1' + A_0B_1'B_0' + A_1A_0B_0'$$

F_2 : Ingen forenkling mulig ved utlesning av "1"ere, leser derfor ut "0"ere

$$F_2' = A_1B_1' + A_0B_0' + A_0'B_0 + A_1'B_1$$

Inverterer begge sider

$$F_2 = (A_1B_1' + A_0B_0' + A_0'B_0 + A_1'B_1)'$$

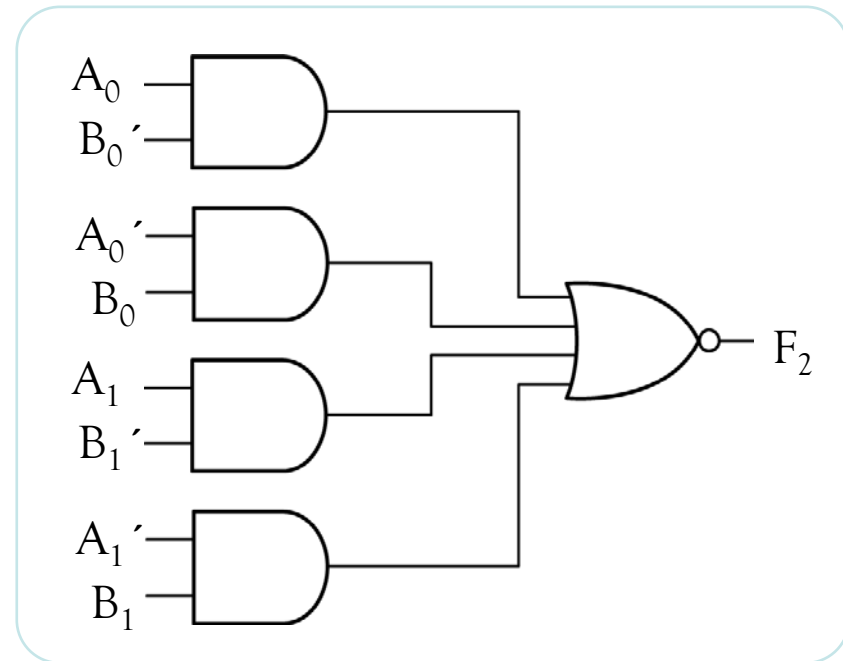
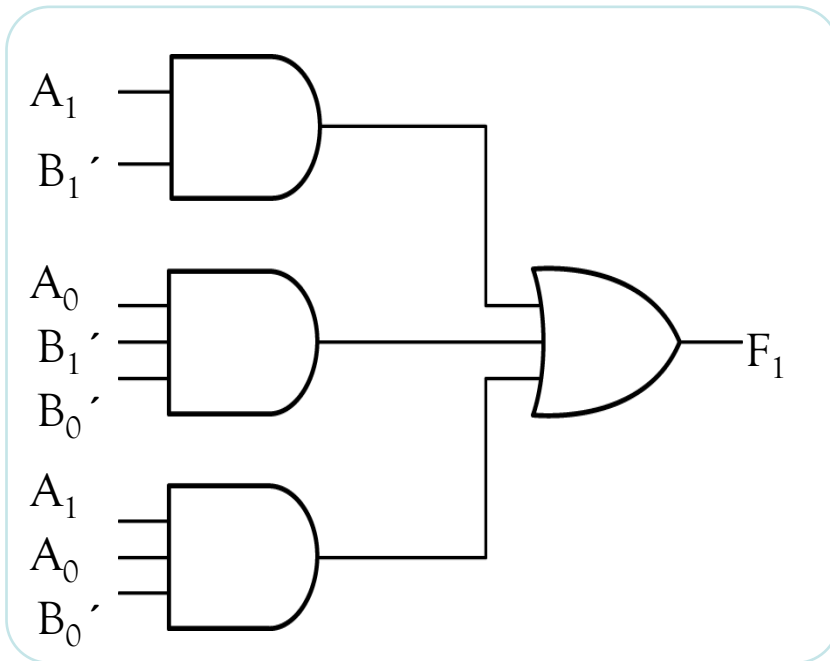


Implementerer uttrykkene

$$F_1 = A_1 B_1' + A_0 B_1' B_0' + A_1 A_0 B_0'$$

$$F_2 = (A_0 B_0' + A_0' B_0 + A_1 B_1' + A_1' B_1)'$$

(Hva med XOR?)



Black box tankesett!

- Styring av heis

Designeksempel 1

- Styring av heis
- Inngangssignaler fra sensor
 - K = Knapp trykket inn: 0/1
 - V = Overvekt: 0/1
 - D = Dør lukket: 0/1



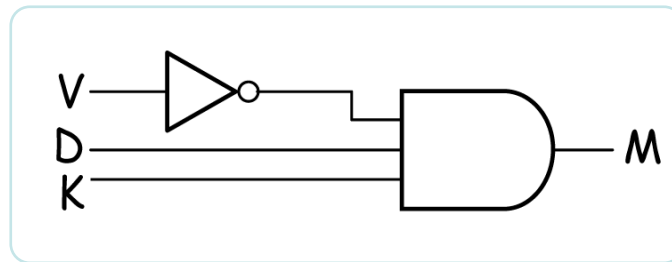
- Utgangssignal til aktuator:
 - M = Motor på: 0/1

Sannhetstabell for designet

$$M = KV'D$$

<u>K</u>	<u>V</u>	<u>D</u>	<u>M</u>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Implementasjon på portnivå



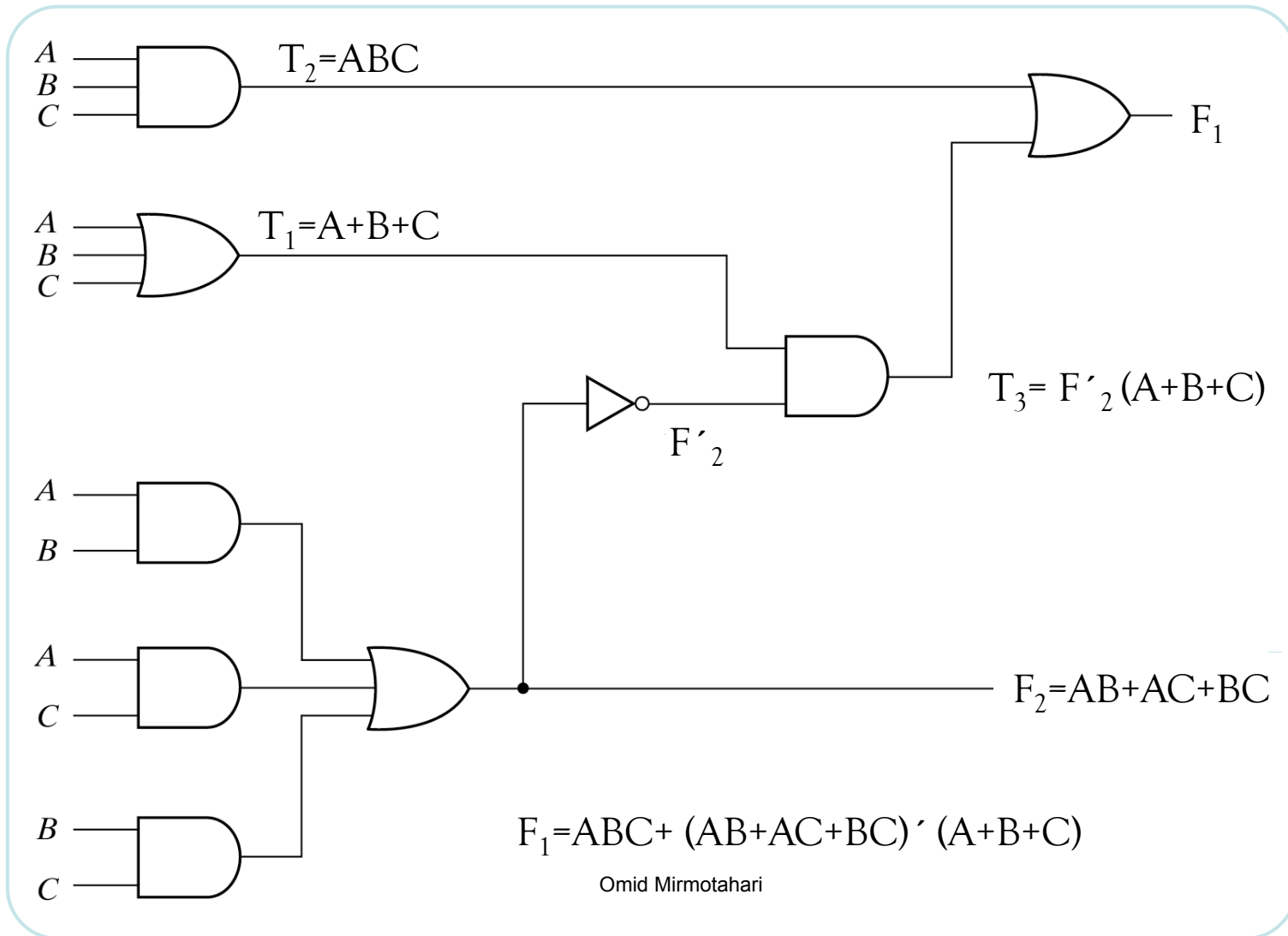
Port-implementasjon

Kretsanalyse

Generell analyseprosedyre for digitale kretser

- 1) Sett funksjonsnavn på ledningene
- 2) Finn funksjonene
- 3) Kombiner funksjonsuttrykkene

Eksempel



Adder og subtraktor design

Binær adder

En av de mest brukte digitale kretser

Vanlige anvendelser:

Mikroprosessor ALU / Xbox / mikserbord / digitalt kommunikasjonsutstyr / AD-DA omformere osv...

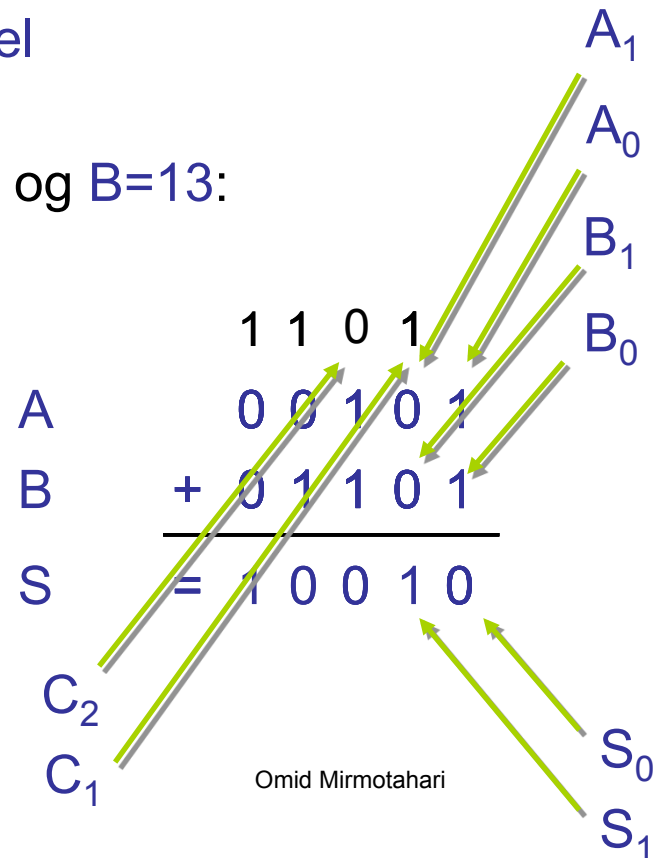
- Basis for addisjon / subtraksjon / multiplikasjon / divisjon og mange andre matematiske operasjoner
- All form for filtrering / signalbehandling

Binær adder

Ønsker å designe en generell binær adder

Funksjonelt eksempel

Adder to tall $A=5$ og $B=13$:

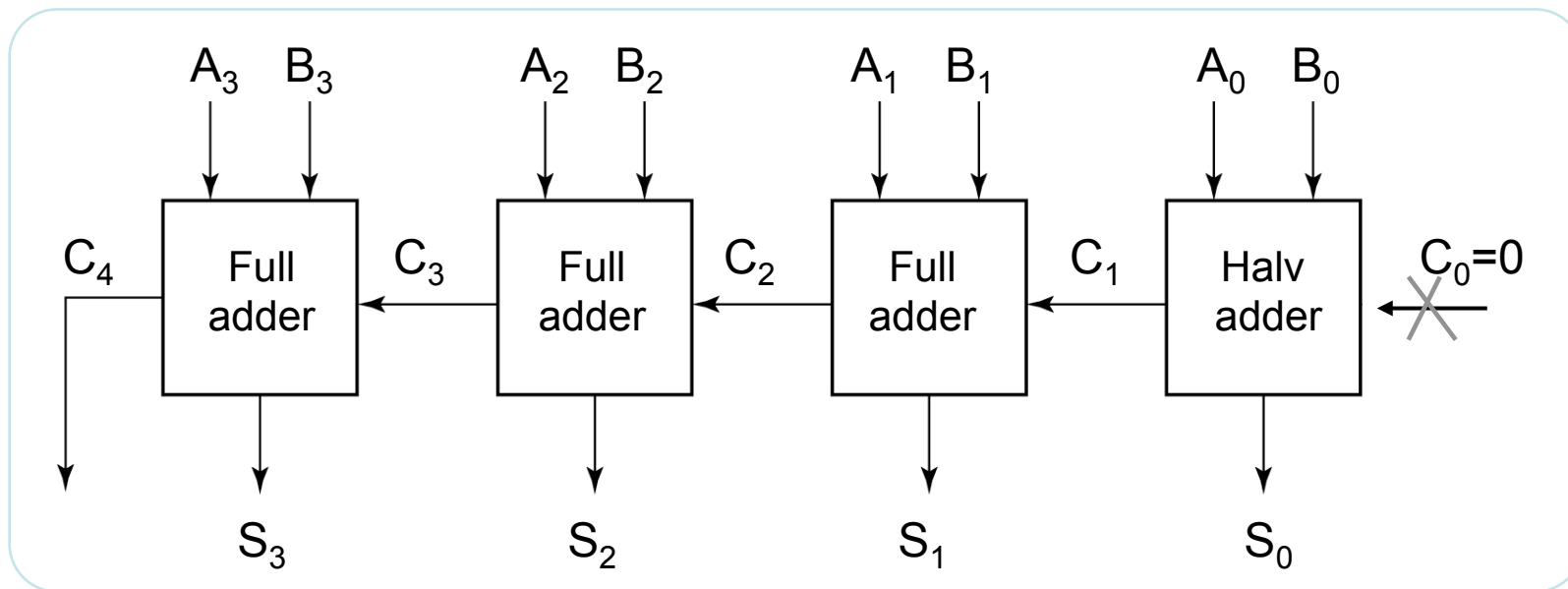


Et adder system

Systemelementer:

Halvadder: Tar ikke mente inn

Fulladder: Tar mente inn



Halvadder (ingen mente inn)

Adderer sammen de to minst signifikante bittene A_0 og B_0 .

Elementet har 2 innganger og 2 utganger

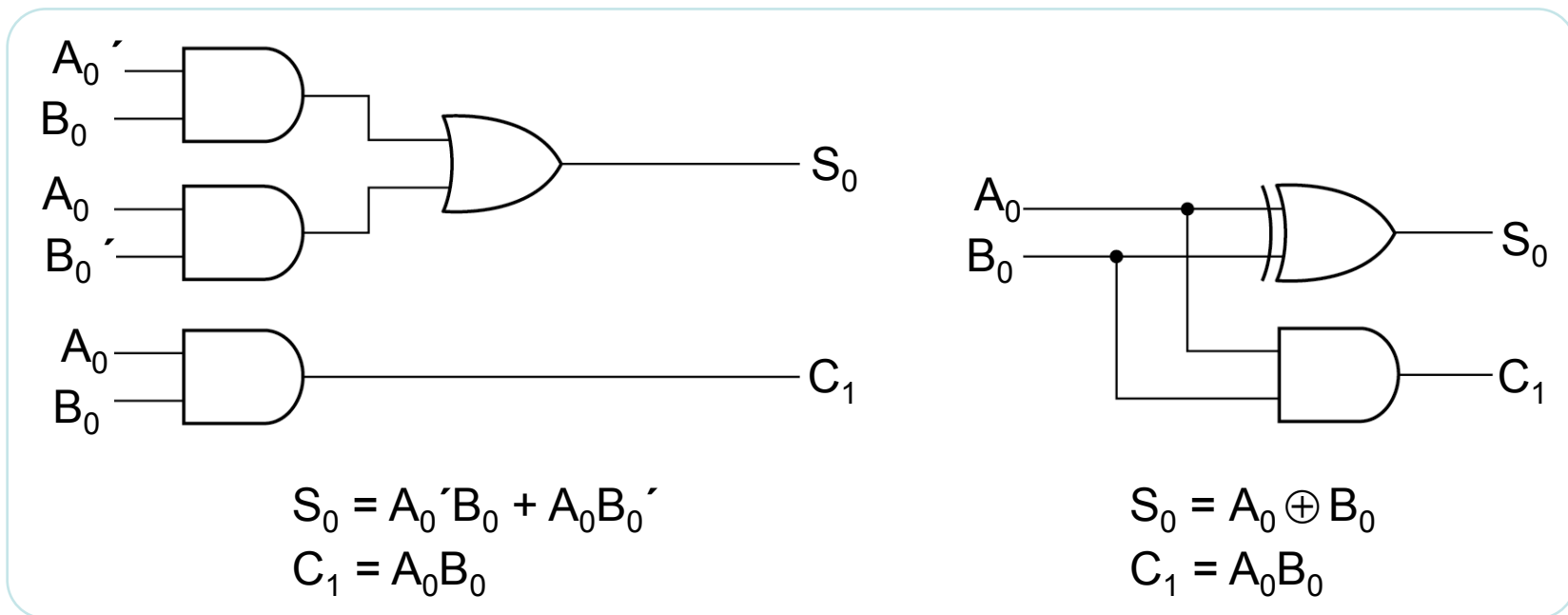
$$S_0 = A_0 \oplus B_0 = A_0 \oplus B_0$$

$$C_1 = A_0 B_0$$

Sannhetstabell

A_0	B_0	S_0	C_1
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Halvadder implementasjon



Fulladder (mente inn)

Adderer sammen bit A_n , B_n med evt. **mente** inn

Elementet har **3** innganger og **2** utganger

$$S_n = A_n \oplus B_n \oplus C_n \text{ (oddefunksjon)}$$

$$C_{n+1} = A_n \cdot B_n \cdot C_n + A_n \cdot B_n \cdot C_n + A_n \cdot B_n \cdot C_n + A_n \cdot B_n \cdot C_n$$

Sannhetstabell

A_n	B_n	C_n	S_n	C_{n+1}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Forenkling

Forenkler C_{n+1} ved
Karnaughdiagram

		$B_n C_n$			
		00	01	11	10
A_n	0			1	
	1		1	1	1

$$C_{n+1} = A_n' B_n C_n + A_n B_n' C_n + A_n B_n C_n' + A_n B_n C_n$$

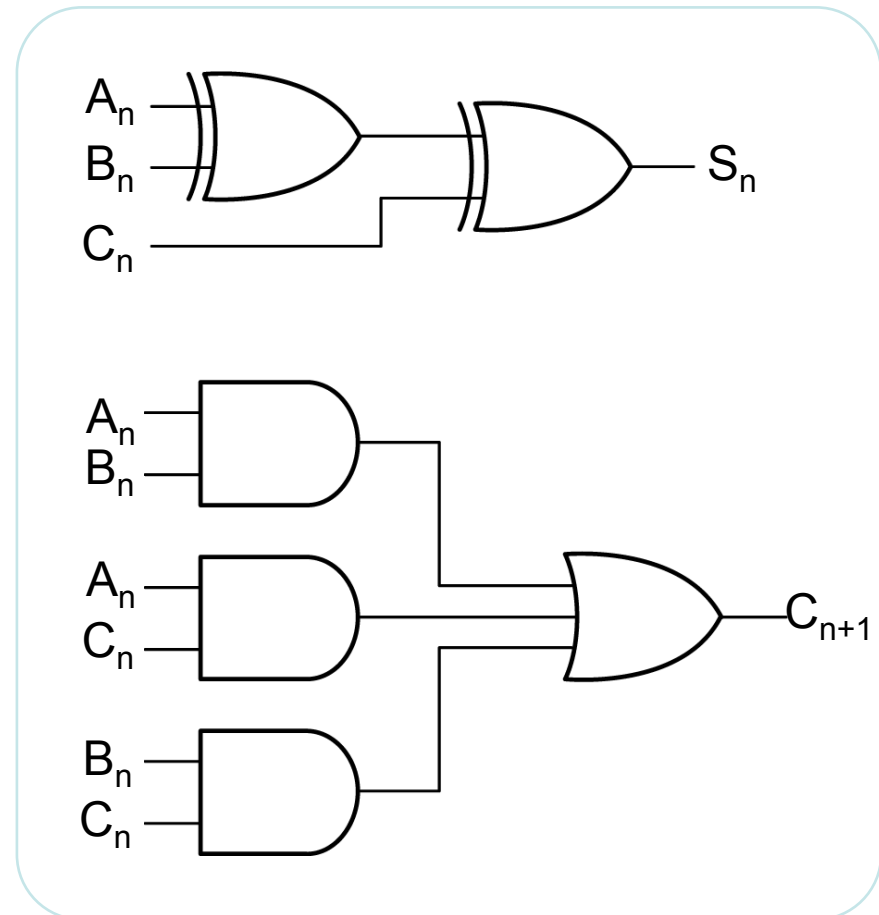
$$C_{n+1} = A_n B_n + A_n C_n + B_n C_n$$

Implementasjon I

Rett fram implementasjon

$$S_n = A_n \oplus B_n \oplus C_n$$

$$C_{n+1} = A_n B_n + A_n C_n + B_n C_n$$



Implementasjon II

Forenklet implementasjon av C_{n+1} basert på gjenbruk av porter fra S_n

$$S_n = (A_n \oplus B_n) \oplus C_n$$

Leser ut C_{n+1} fra karnaughdiagram på nytt

		$B_n C_n$			
		00	01	11	10
A_n	0			1	
	1		1	1	1

$$C_{n+1} = A_n B_n + A_n B_n' C_n + A_n' B_n C_n$$

$$C_{n+1} = A_n B_n + (A_n B_n' + A_n' B_n) C_n$$

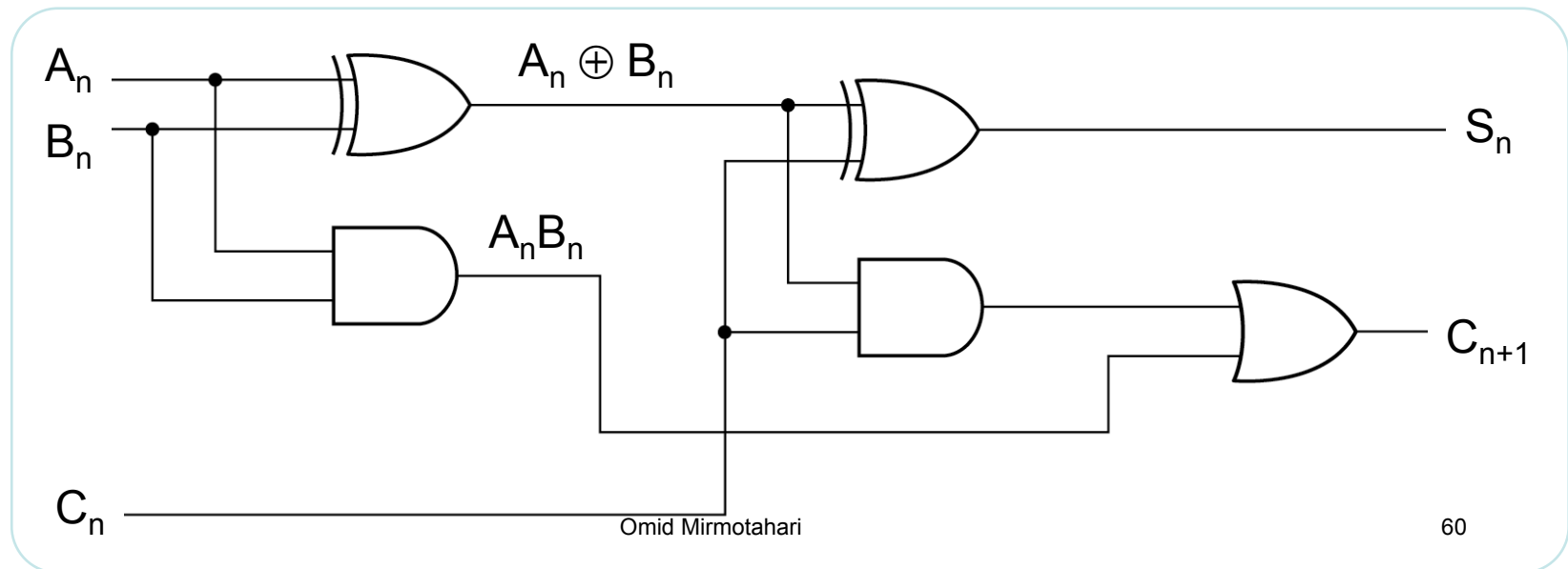
$$C_{n+1} = A_n B_n + (A_n \oplus B_n) C_n$$

Implementasjon II

Vanlig implementasjon av en-bits fulladder

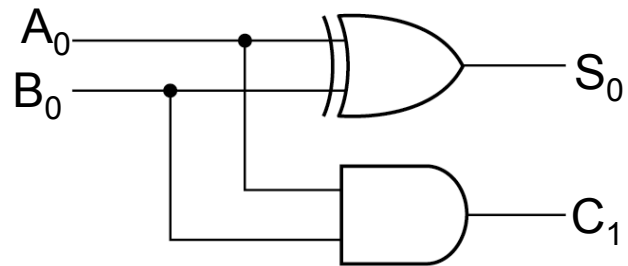
$$S_n = (A_n \oplus B_n) \oplus C_n$$

$$C_{n+1} = A_n B_n + (A_n \oplus B_n) C_n$$

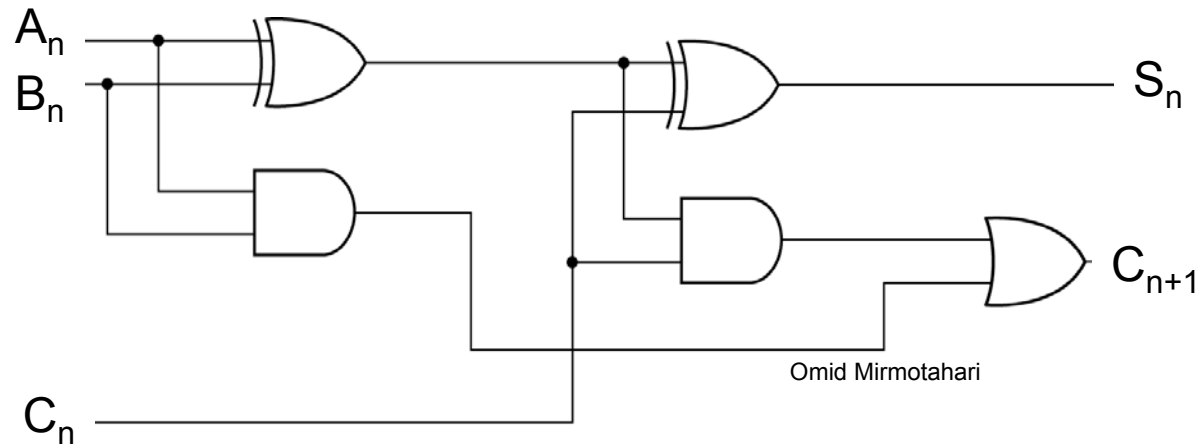


Binær adder

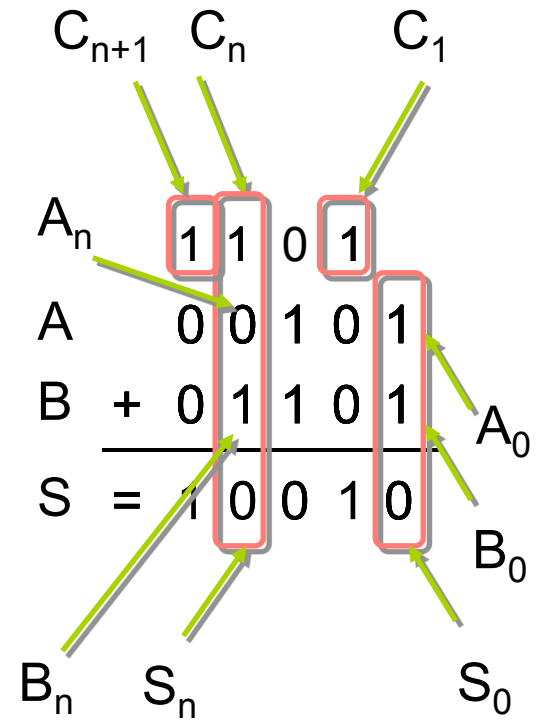
Halvadder (ikke mente inn)



Fulladder (evt. mente inn)

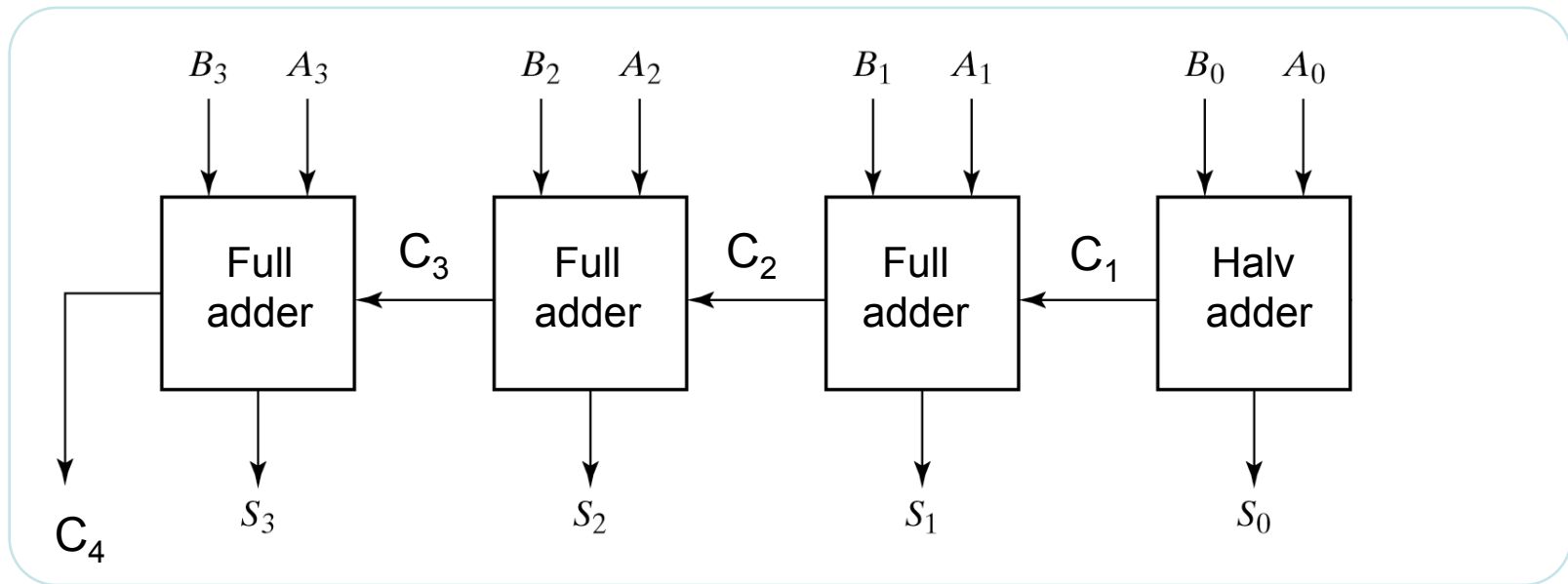


Omid Mirmotahari



Menteforplantning

4-bits binær adder

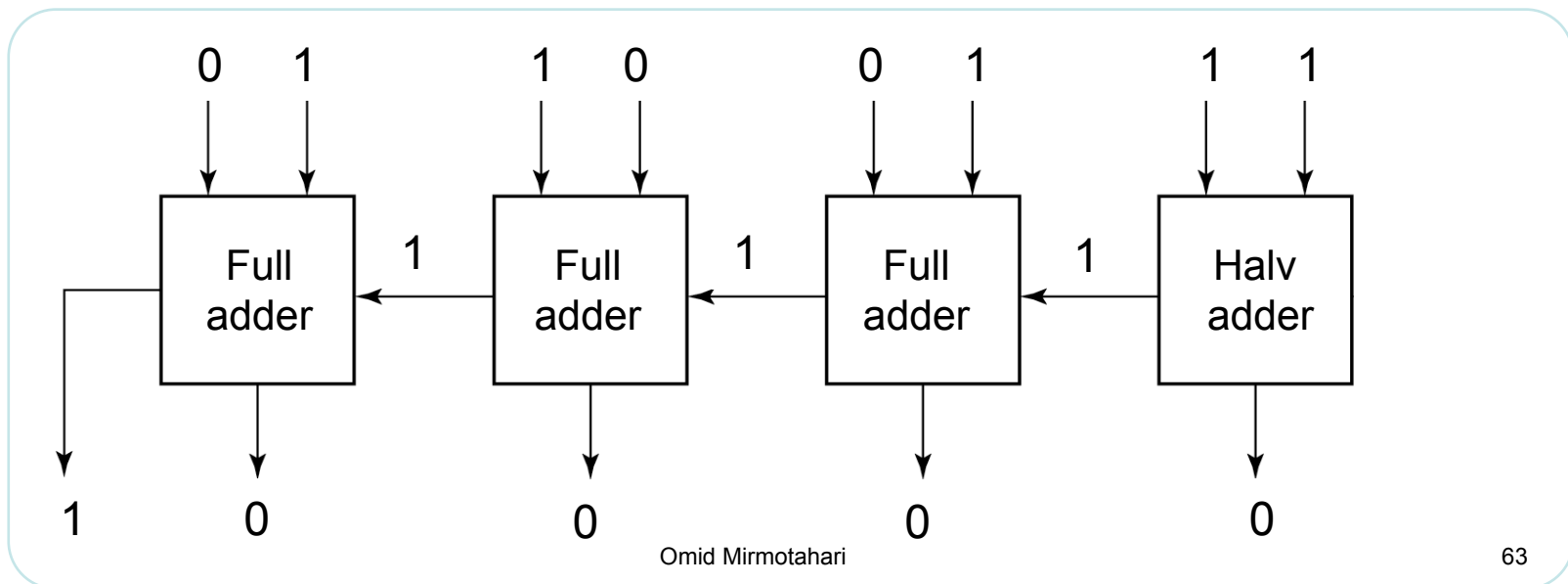


Menteforplantning

Portforsinkelse gir menteforplantning (rippeladder)

Eksempel

Adderer 0101 og 1011



Subtraksjon ?

Komparator

Komparator – sammenligner to tall A og B

- 3 utganger: $A=B$, $A>B$ og $A<B$

Eksempel: 4-bits komparator

Utgang $A=B$

Slår til hvis $A_0=B_0$ og $A_1=B_1$ og $A_2=B_2$ og $A_3=B_3$

Kan skrives: $(A_0 \oplus B_0)'(A_1 \oplus B_1)'(A_2 \oplus B_2)'(A_3 \oplus B_3)'$

Komparator - eksempel

Utgang $A > B$ slår til hvis:

$(A_3 > B_3)$ eller

$(A_2 > B_2 \text{ og } A_3 = B_3)$ eller

$(A_1 > B_1 \text{ og } A_2 = B_2 \text{ og } A_3 = B_3)$ eller

$(A_0 > B_0 \text{ og } A_1 = B_1 \text{ og } A_2 = B_2 \text{ og } A_3 = B_3)$

Kan skrives:

$$(A_3 B_3') + (A_2 B_2') (A_3 \oplus B_3)' + (A_1 B_1') (A_2 \oplus B_2)' (A_3 \oplus B_3)' + (A_0 B_0') (A_1 \oplus B_1)' (A_2 \oplus B_2)' (A_3 \oplus B_3)'$$

Komparator - eksempel

Utgang $A < B$ slår til hvis:

$$(A_3 < B_3) \text{ eller}$$

$$(A_2 < B_2 \text{ og } A_3 = B_3) \text{ eller}$$

$$(A_1 < B_1 \text{ og } A_2 = B_2 \text{ og } A_3 = B_3) \text{ eller}$$

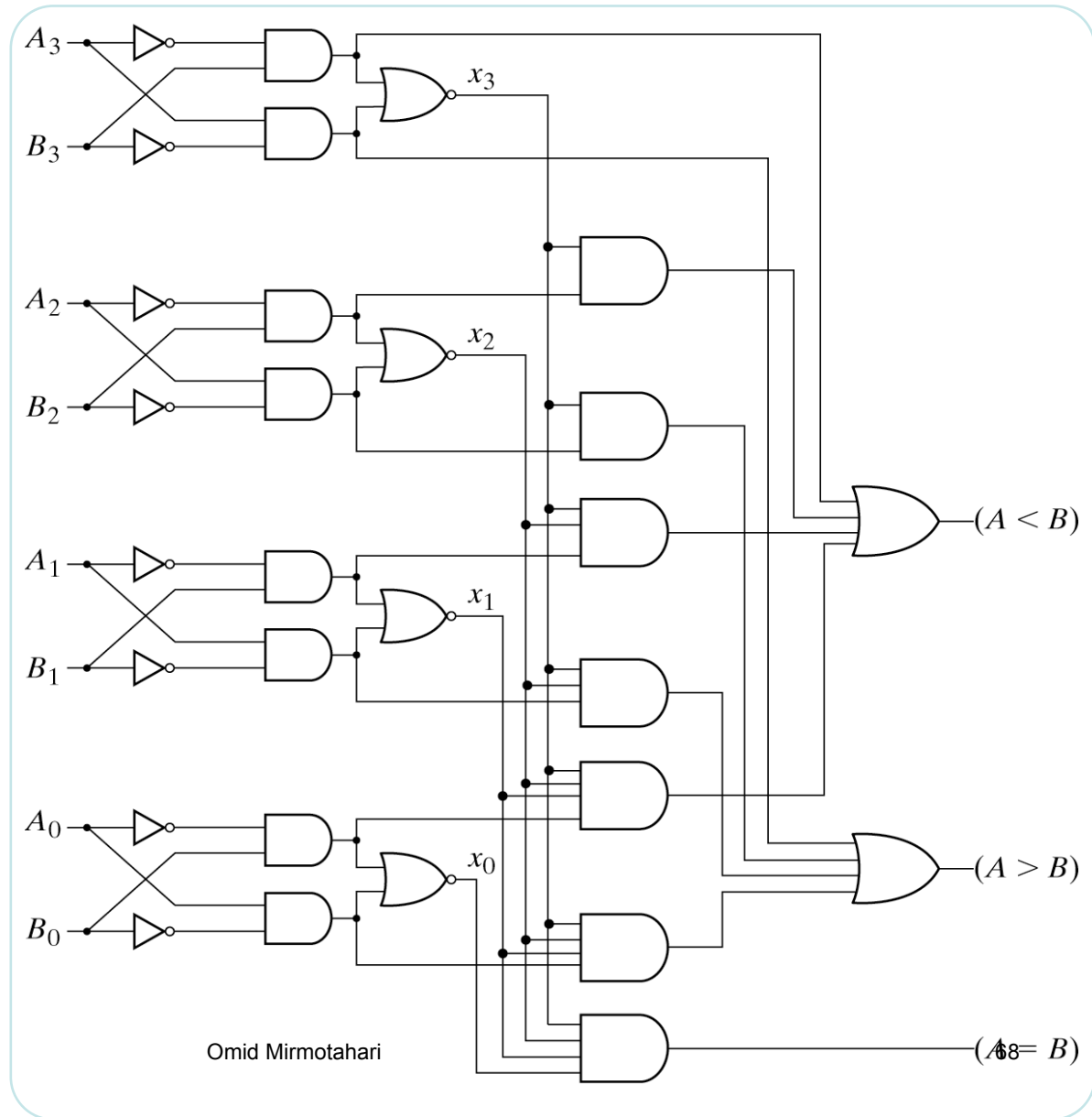
$$(A_0 < B_0 \text{ og } A_1 = B_1 \text{ og } A_2 = B_2 \text{ og } A_3 = B_3)$$

Kan skrives:

$$(A_3 \neg B_3) + (A_2 \neg B_2) (A_3 \oplus B_3)' + (A_1 \neg B_1) (A_2 \oplus B_2)' (A_3 \oplus B_3)' +$$

$$(A_0 \neg B_0) (A_1 \oplus B_1)' (A_2 \oplus B_2)' (A_3 \oplus B_3)'$$

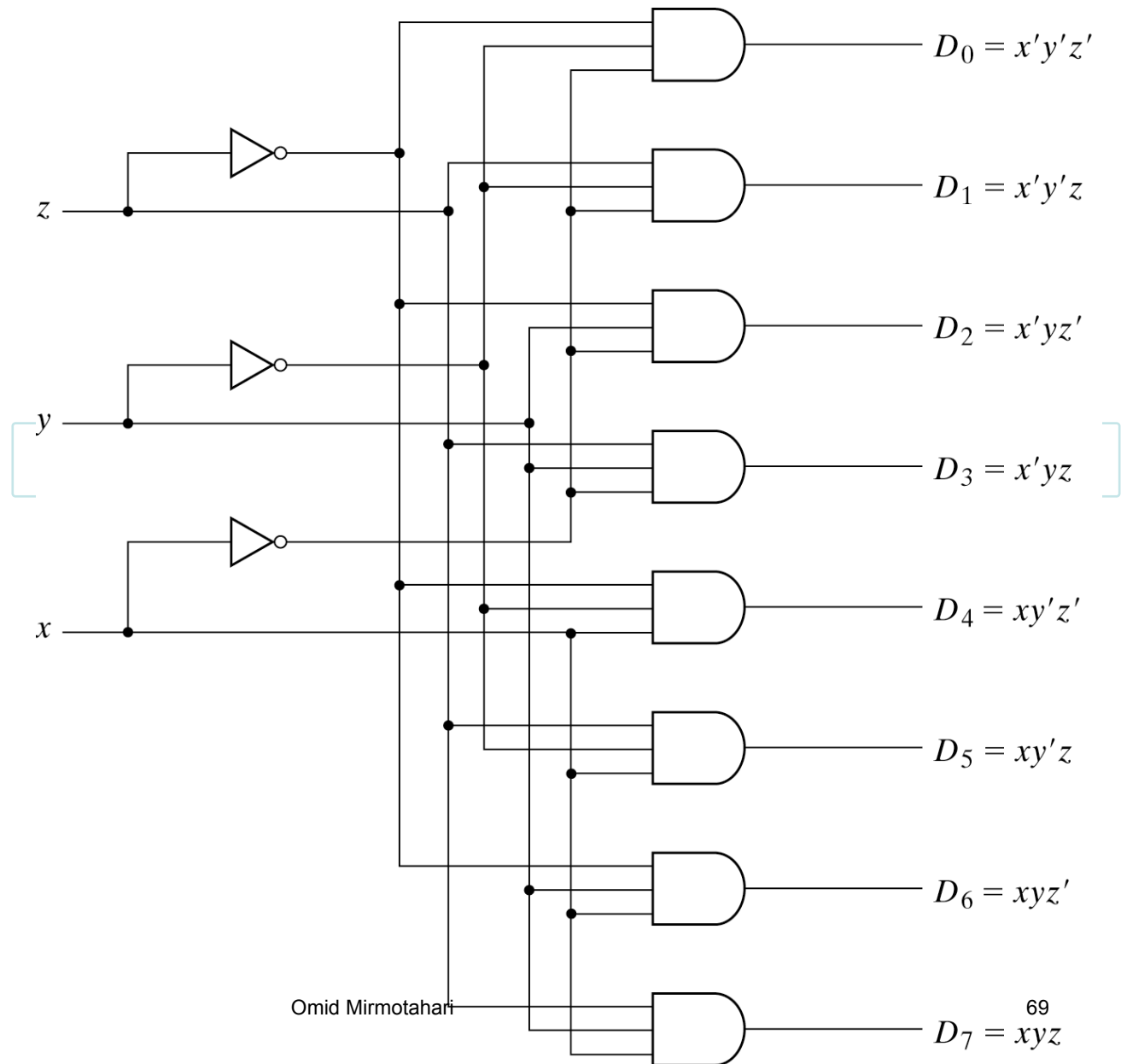
Komparator - eksempel



Dekoder

Dekoder – tar inn et binært ord, gir ut alle mintermer

Eksempel: 3bit inn / 8bit ut



Dekoder - sannhetstabell

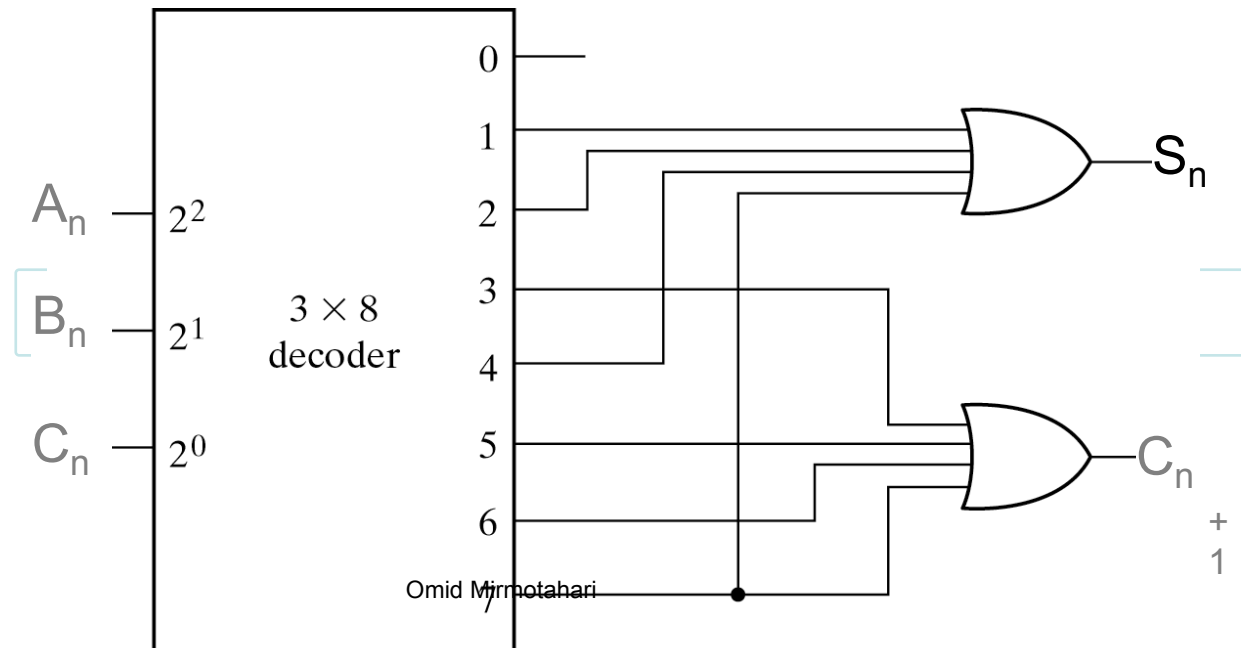
Eksempel: 3bit inn

Innganger			Utganger							
x	y	z	D ₀	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	D ₆	D ₇
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1

Dekoder – generering av logiske funksjoner

Dekoder - elektrisk sannhetstabell. Kan generere **generelle logiske funksjoner** direkte fra mintermene på utgangen

Eksempel:
Fulladder



Enkoder

Enkoder – motsatt av dekode

Eksempel: 8x3 enkoder

Innganger								Utganger		
D ₀	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	D ₅	D ₆	D ₇	x	y	z
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

$$x = D_4 + D_5 + D_6 + D_7$$

$$y = D_2 + D_3 + D_6 + D_7$$

$$z = D_1 + D_3 + D_5 + D_7$$

Antar at det ikke eksisterer andre inngangskombinasjoner

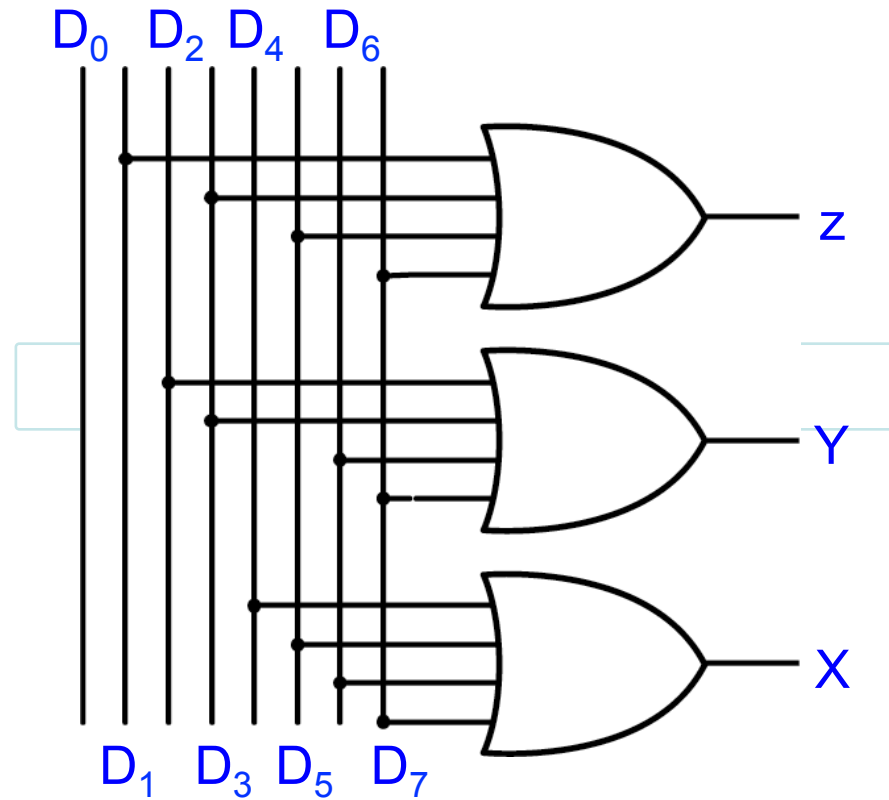
Enkoder

Eksempel

$$x = D_4 + D_5 + D_6 + D_7$$

$$y = D_2 + D_3 + D_6 + D_7$$

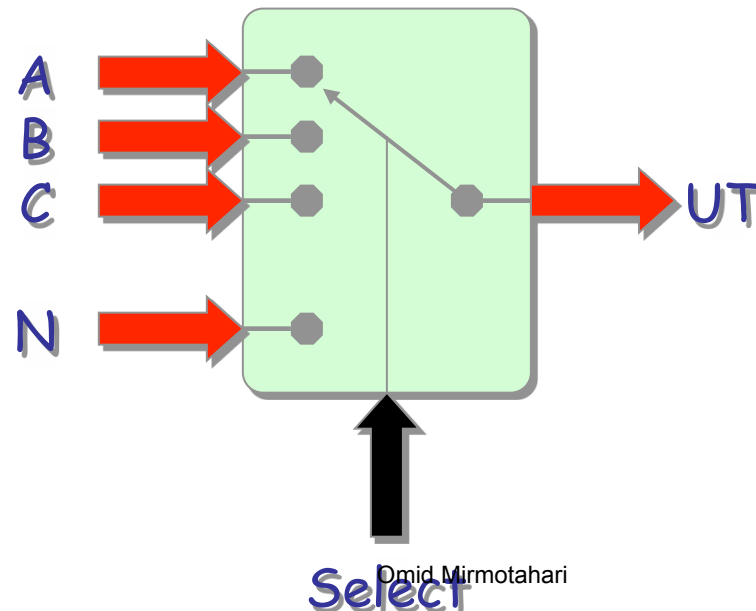
$$z = D_1 + D_3 + D_5 + D_7$$



Multiplekser

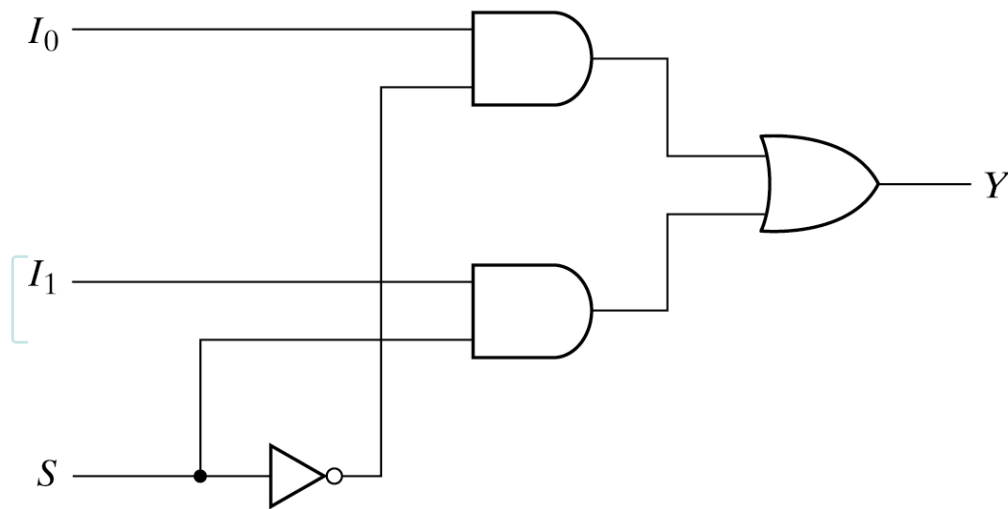
Multiplekser (MUX) – velger hvilke innganger som slippes ut

Hver inngang kan bestå av ett eller flere bit

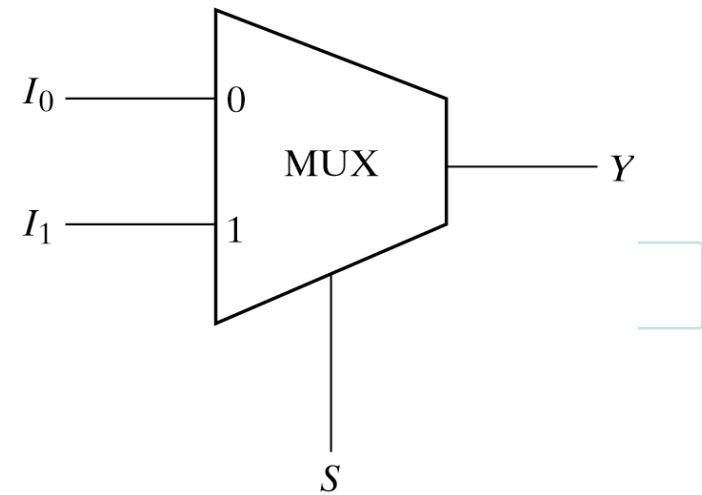


MUX

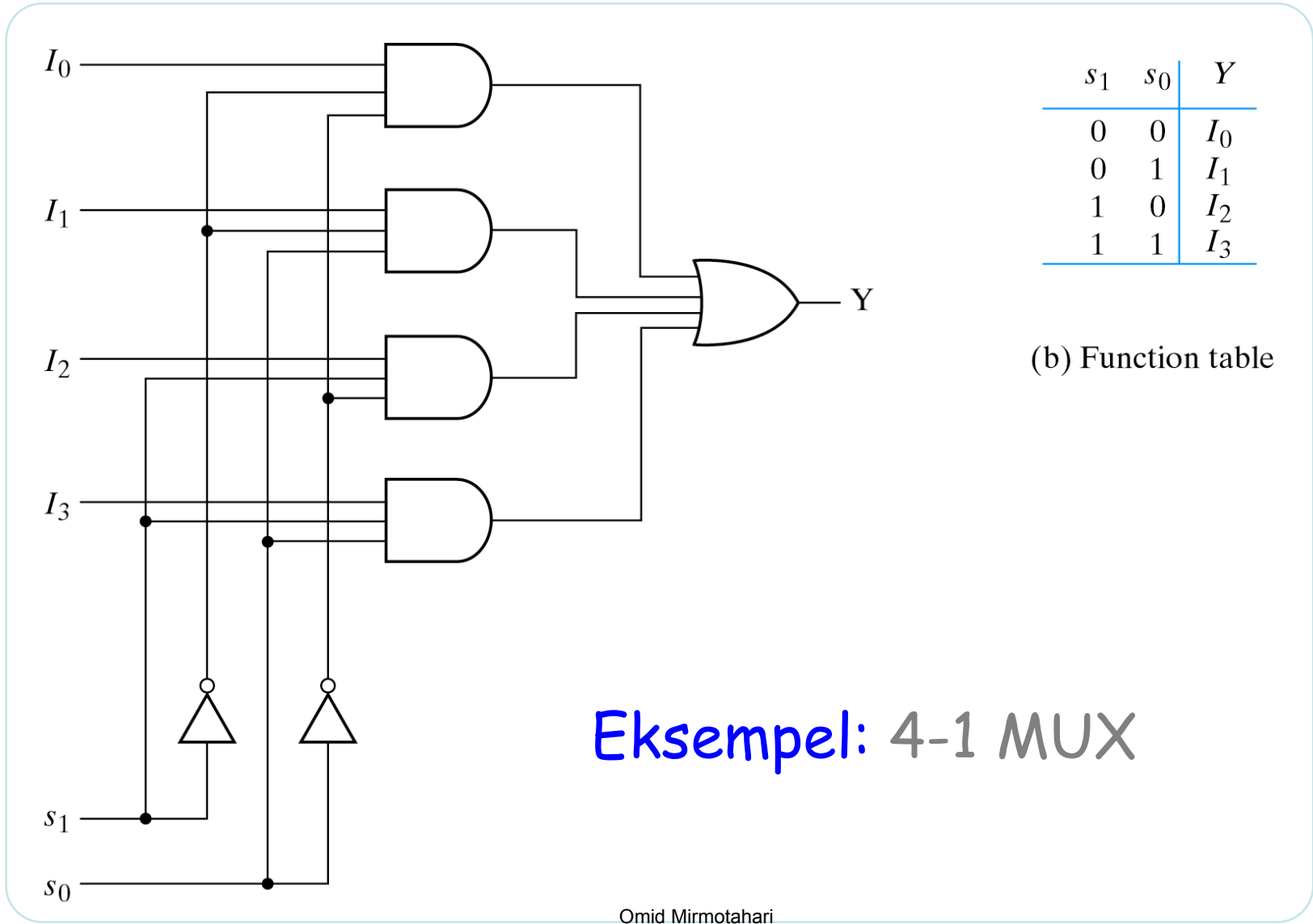
Eksempel: 2-1 MUX



Implementasjon



Symbol



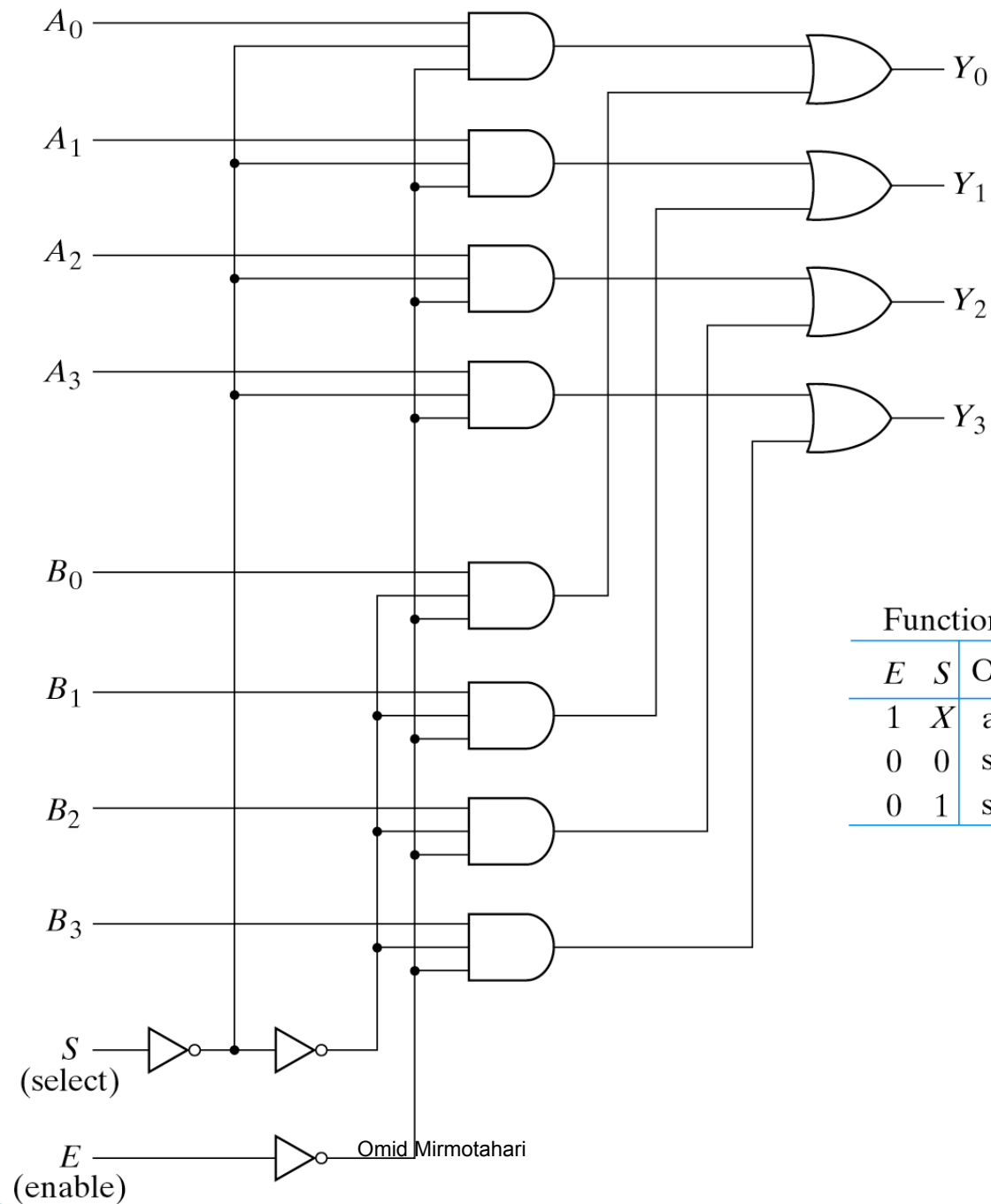
s_1	s_0	Y
0	0	I_0
0	1	I_1
1	0	I_2
1	1	I_3

(b) Function table

Eksempel: 4-1 MUX

MUX

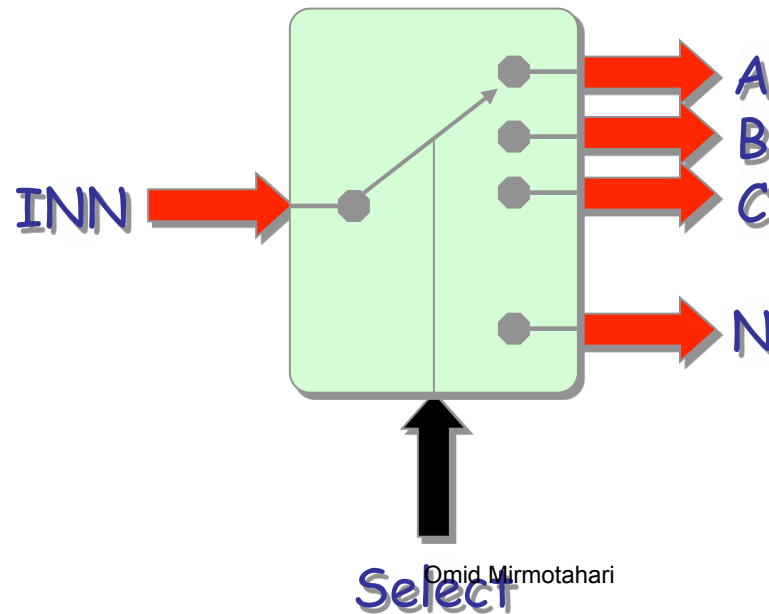
Eksempel:
2-1 MUX



Function table		
E	S	Output Y
1	X	all 0's
0	0	select A
0	1	select B

Demultiplekser

Demultiplekser - motsatt av multiplekser



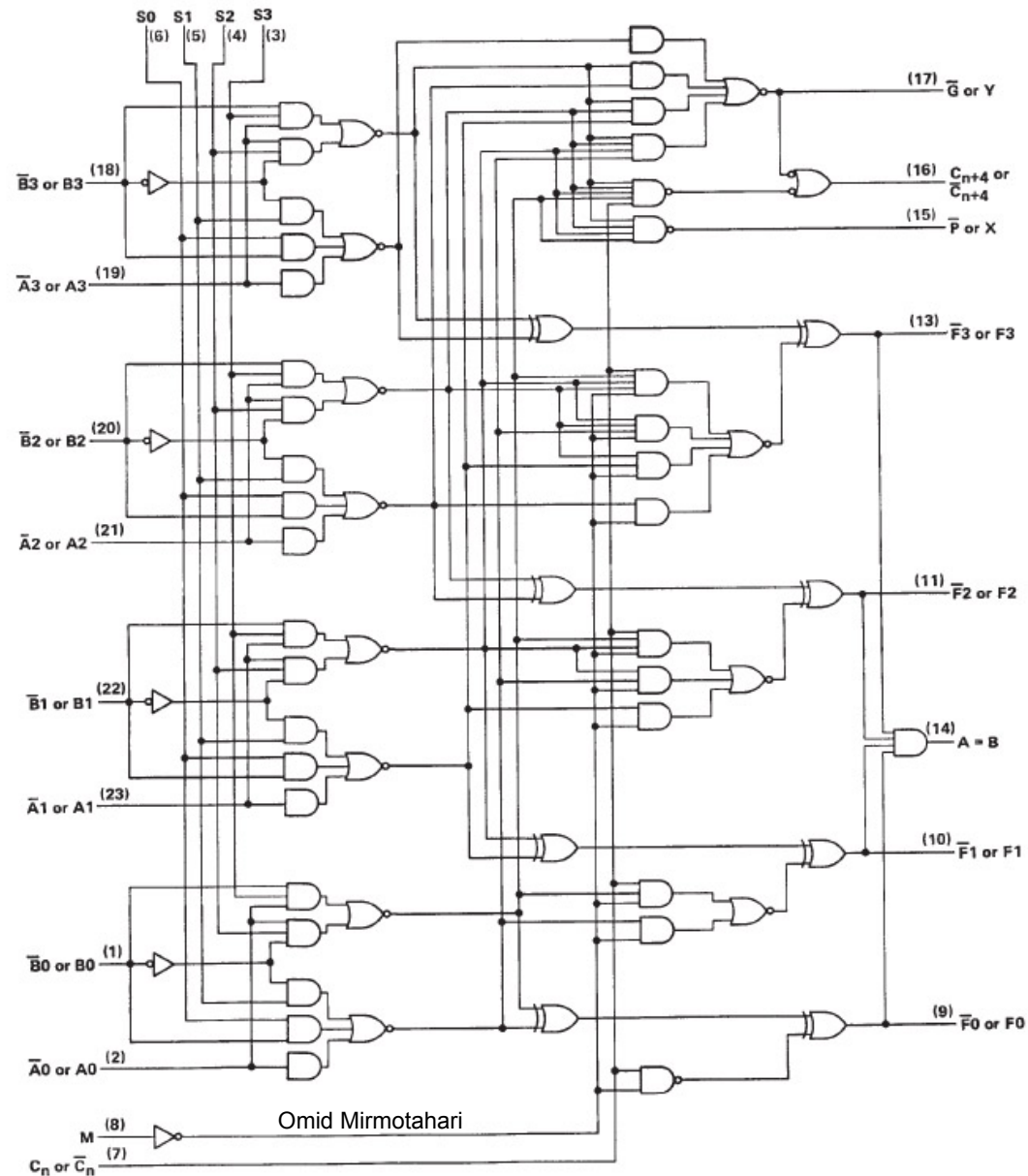
ALU

ALU –Arithmetic
Logic Unit

Generell
regneenhet

Eksempel:
SN74LS181
4bit utbyggbar ALU
30 forskjellige
operasjoner

logic diagram (positive logic)

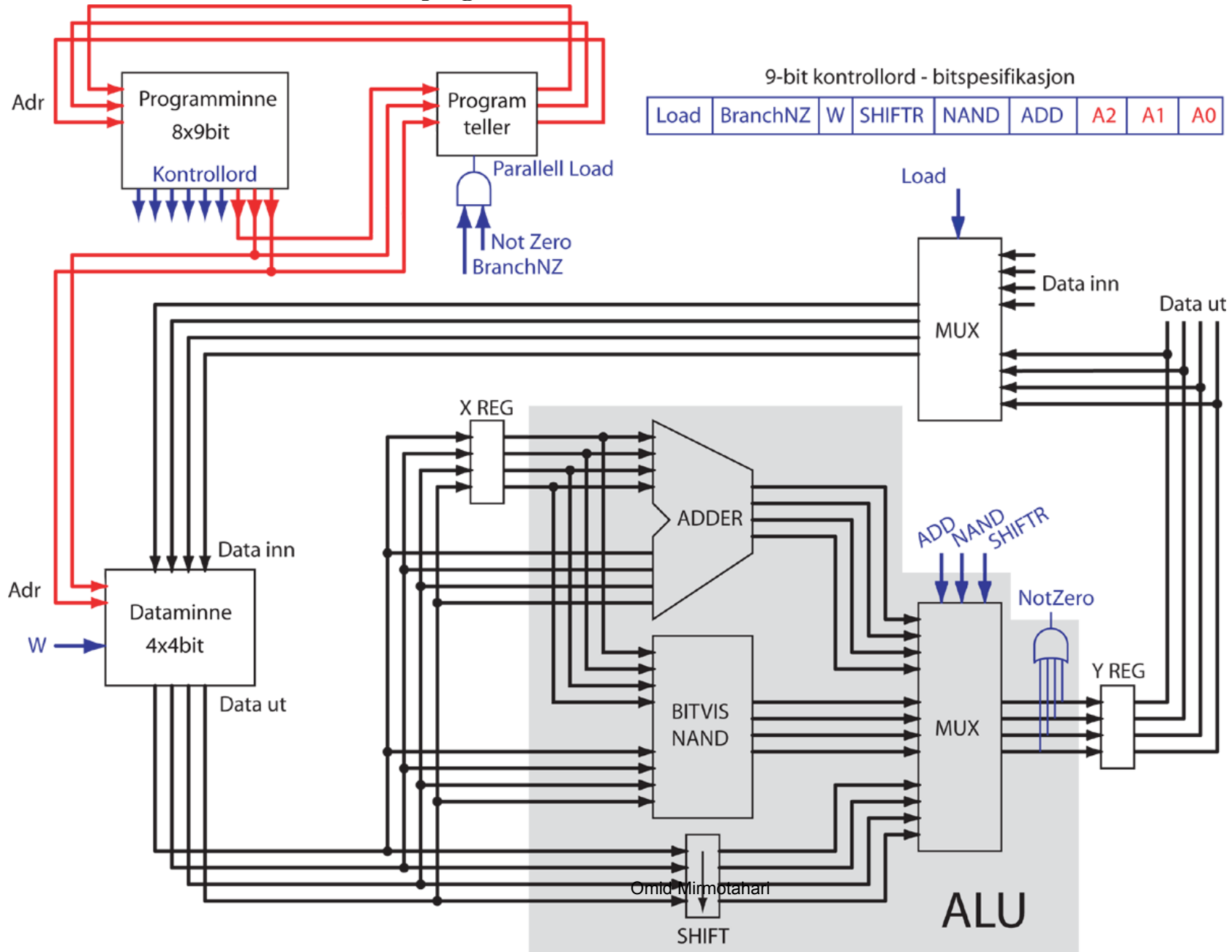


ALU - SN74LS181

SELECTION				ACTIVE-HIGH DATA		
				M = H LOGIC FUNCTIONS	M = L; ARITHMETIC OPERATIONS	
S3	S2	S1	S0		$\overline{C}_n = H$ (no carry)	$\overline{C}_n = L$ (with carry)
L	L	L	L	$F = \overline{A}$	$F = A$	$F = A \text{ PLUS } 1$
L	L	L	H	$F = \overline{A + B}$	$F = A + B$	$F = (A + B) \text{ PLUS } 1$
L	L	H	L	$F = \overline{A}B$	$F = A + \overline{B}$	$F = (A + \overline{B}) \text{ PLUS } 1$
L	L	H	H	$F = 0$	$F = \text{MINUS } 1 \text{ (2's COMPL)}$	$F = \text{ZERO}$
L	H	L	L	$F = \overline{A}B$	$F = A \text{ PLUS } \overline{A}B$	$F = A \text{ PLUS } \overline{A}B \text{ PLUS } 1$
L	H	L	H	$F = \overline{B}$	$F = (A + B) \text{ PLUS } \overline{A}B$	$F = (A + B) \text{ PLUS } \overline{A}B \text{ PLUS } 1$
L	H	H	L	$F = A \oplus B$	$F = A \text{ MINUS } B \text{ MINUS } 1$	$F = A \text{ MINUS } B$
L	H	H	H	$F = \overline{A}B$	$F = \overline{A}B \text{ MINUS } 1$	$F = \overline{A}B$
H	L	L	L	$F = \overline{A} + B$	$F = A \text{ PLUS } AB$	$F = A \text{ PLUS } AB \text{ PLUS } 1$
H	L	L	H	$F = A \oplus B$	$F = A \text{ PLUS } B$	$F = A \text{ PLUS } B \text{ PLUS } 1$
H	L	H	L	$F = B$	$F = (A + \overline{B}) \text{ PLUS } AB$	$F = (A + \overline{B}) \text{ PLUS } AB \text{ PLUS } 1$
H	L	H	H	$F = AB$	$F = AB \text{ MINUS } 1$	$F = AB$
H	H	L	L	$F = 1$	$F = A \text{ PLUS } A^\dagger$	$F = A \text{ PLUS } A \text{ PLUS } 1$
H	H	L	H	$F = A + \overline{B}$	$F = (A + B) \text{ PLUS } A$	$F = (A + B) \text{ PLUS } A \text{ PLUS } 1$
H	H	H	L	$F = A + B$	$F = (A + \overline{B}) \text{ PLUS } A$	$F = (A + \overline{B}) \text{ PLUS } A \text{ PLUS } 1$
H	H	H	H	$F = A$	$F = A \text{ MINUS } 1$	$F = A$

UiO: Komplett CPU 4-bit databuss / 3bit adressebuss

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet



Omid Mirmotahari

Komplett CPU: Funksjonell Diglog-implementasjon

