

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i : INF2310 — Digital bildebehandling

Eksamensdag : Tirsdag 27. mars 2012

Tid for eksamen : 15:00 – 19:00

Oppgavesettet er på : **5 sider**

Vedlegg : **Ingen**

Tillatte hjelpemidler: **Ingen**

- Det er 8 oppgaver i dette oppgavesettet.
- Les gjennom hele oppgavesettet før du begynner å løse oppgavene. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare det. Dersom du savner opplysninger i en oppgave, kan du selv legge dine egne forutsetninger til grunn og gjøre rimelige antagelser, så lenge de ikke bryter med oppgavens "ånd". Gjør i såfall rede for forutsetningene og antagelsene du gjør.
- Det er tilsammen 20 delspørsmål, og det lønner seg å disponere tiden slik at man får besvart alle oppgavene. Hvis du står fast på enkeltoppgaver, gå videre slik at du får gitt et kort svar på alle oppgaver.
- **Alle svar skal begrunnes.** Gjør rede for bruken av eventuelle teoremer, prinsipper eller forutsetninger slik at en tredjeperson kan følge dine resonnerer.

## 1. Kvantisering

- a) Anta at vi har  $B$  biter per piksel i et bilde. Sett opp et uttrykk for hvor mange kvantiseringsnivåer vi vil miste hvis vi dropper de 3 minst signifikante bitene i hvert piksel.  
Hvor mange nivåer mister vi hvis utgangspunktet er  $B = 9$ ?
- b) Anta at vi i utgangspunktet kvantiserer til  $B$  biter per piksel. Hvis vi antar lik sannsynlighet for alle intensiteter i input-intervallet (uniform fordeling), hvor stor endring i kvantiseringsfeil vil vi forvente hvis vi tar med 3 biter mindre (fra  $B$  til  $B-3$ )?

## 2. Sampling og geometrisk transform

Anta at vi har et (kontinuerlig) båndbegrenset bilde med en høyeste frekvens  $f_{\max} = 1/3 \text{ mm}^{-1}$ .

- a) Det som er avbildet er bl.a. noen punktkilder som står så nær hverandre at de så vidt kan skilles fra hverandre i bildet. Gi en nedre grense for hvor tett disse punktkildene står.
- b) Hvor tett må vi sample dette bildet for å unngå aliasing? Gi en nedre grense for *samplingsfrekvensen*,  $f_s$ . La oss videre anta at vi har samplet bildet med en rate så vidt over denne grensen.
- c) Anta at den geometriske transformen er gitt ved:  
$$x' = 0.3x + 30$$
$$y' = 0.3y + 300$$
der  $x$  og  $y$  er koordinatene i "innbildet",  $x'$  og  $y'$  er de transformerte koordinatene. La oss videre anta at det benyttes "nærmeste nabo" interpolasjon ved baklengstransformasjon.  
Hva vil den effektive samplingsraten være etter en slik transform, og hvilke (uønskede) effekter vil denne geometriske transformen helt sikkert gi opphav til i dette bildet? Begrunn svaret.

### 3. Histogrammer

La oss anta at vi har følgende 5x5 gråtonebilde:

4	5	6	7	0
3	4	5	0	7
2	3	0	5	6
1	0	3	4	5
0	1	2	3	4

- a) Skissér gråtonehistogrammet,  $h$ , det normaliserte histogrammet,  $p$ , samt det kumulative normaliserte histogrammet,  $c$ , til bildet.
- b) Beskriv hvordan du vil utføre histogramutjevning på det oppgitte gråtonebildet.

### 4. Gråtonetransform

Anta gråtonetransformen  $T_1[i] = ai + b$ , der  $a$  og  $b$  er konstanter.

- a) Hvilken effekt har parameteren  $a$  på kontrasten og lysheten til bildet for forskjellige verdier av  $a$ ?
- b) Gitt gråtonetransformen  $T_2[i] = c \log(i+1)$  for  $0 \leq i \leq G-1$ . Anta at  $0 \leq T_2[i] \leq G-1$ .
- Tegn en skisse og forklar hva transformen vil gjøre med kontrasten i henholdsvis de mørke og lyse intensitetsintervallene.
  - Hva bør konstanten  $c$  være?

### 5. Lavpass- og medianfiltrering

Bruk 5x5 gråtonebildet fra oppgave 3.

Hvilke pikselverdier får vi i det midtre 3x3 utbildet hvis vi bruker:

- a) Et 3x3 kvadratisk middelverdifilter uten skalering?
- b) Et 3x3 pluss-formet medianfilter?
- c) Et 3x3 X-formet medianfilter?
- NB! Her er det ikke nok å bare gi et svar i form av pikselverdiene i utbildet. Du må også vise hvordan du finner svarene.

## 6. En konvolusjonsoperator

En operator  $T_3$  er definert ved

$$T_3 = - \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \right\}$$

- Forklar hva slags operator dette er, og hvordan den skiller seg fra en kjent operator du har sett før.
- Beregn resultatet av  $T_3$ . Er denne operatoren separabel? Begrunn svaret.
- Hva er et LoG-filter, og hva brukes det til, og hvor i resultatbildene finner vi det vi søker?

## 7. Todimensjonal diskret Fourier-transform (2D DFT)

- Gi en kort beskrivelse av hva 2D DFT er. Er representasjonen unik for hvert bilde?
- Beregn  $F(2,1)$  der  $F$  er 2D DFT-en av følgende 4x4-utsnitt av gråtonebildet fra oppgave 3:

4	5	6	7
3	4	5	0
2	3	0	5
1	0	3	4

Du kan få bruk for følgende matriser:

1	0	-1	0
-1	0	1	0
1	0	-1	0
-1	0	1	0

Cosinus-bildet av størrelse 4x4 og frekvens (2,1)

0	-1	0	1
0	1	0	-1
0	-1	0	1
0	1	0	-1

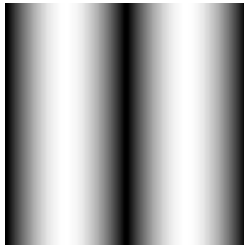
Sinus-bildet av størrelse 4x4 og frekvens (2,1)

(alle frekvenskomponentene i denne deloppgaven og videre er nullindeksert)

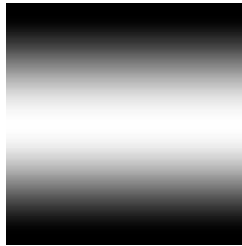
- Finne koeffisienten til 2D DFT-en av 4x4-utsnittet over (deloppgave 7b) for en annen frekvens, altså en frekvens  $(u,v)$  der  $0 \leq u,v \leq 3$  og  $(u,v) \neq (2,1)$ . Hint: Bruk egenskap(er) ved 2D DFT.

## 8. Filtrering i frekvensdomenet

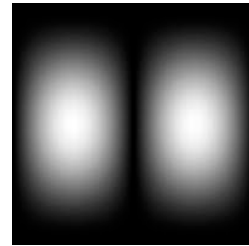
- a) Bildene under viser Fourier-spektrene til tre (nullutvidede) konvolusjonsfiltre, der det siste konvolusjonsfilteret er sirkelkonvolusjonen av de to andre. For fremvisning er hvert Fourier-spekter forskjøvet slik at DC, (0,0)-frekvensen, ligger midt i bildet. I hvert bilde er 0 visualisert som svart og maksimalverdien i Fourier-spekteret visualisert som hvitt.
- Angi og begrunn ut fra hvert Fourier-spekter hva slags type filter det er.
  - Hvordan og hvorfor kan vi beregne Fourier-spekter 3 ut fra de to andre Fourier-spektrene?



Fourier-spekter 1



Fourier-spekter 2



Fourier-spekter 3

- b) Når vi skal utføre en filtrering i frekvensdomenet, støter vi noen ganger på et problem som kalles wraparound-feil. Hva er dette problemet, når forekommer det og hvordan kan vi forhindre det?

***LYKKE TIL!***