UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i :	INF2310 — Digital bildebehandling
Eksamensdag :	Onsdag 28. mars 2007
Tid for eksamen :	13:30 – 16:30
Oppgavesettet er på :	4 sider
Vedlegg :	Ingen
Tillatte hjelpemidler :	Ingen

- Les gjennom hele oppgaven før du begynner å løse oppgaven. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare det. Dersom du savner opplysninger i oppgaven, kan du selv legge dine egne forutsetninger til grunn og gjøre rimelige antagelser, så lenge de ikke bryter med oppgavens "ånd". Gjør i såfall rede for forutsetningene og antagelsene du gjør.

- Merk at alle delspørsmål teller like mye. Det lønner seg derfor å disponere tiden slik at man får besvart alle oppgavene. Hvis dere står fast på enkeltoppgaver, gå videre slik at dere får gitt et kort svar på alle oppgaver.

Sampling og kvantisering

1.

a. Hvor mange kvantiseringsnivåer har vi i et 4 bits bilde?

2^4 = 16

b. Hvorfor vil man ofte bruke så få kvantiseringsnivåer som mulig?

Plassbesparende, hardware-kompleksitet/kost, algoritmehastighet.

c. Hvis vi antar lik sannsynlighet for alle intensiteter i input-intervallet (uniform fordeling), hvor stor endring i kvantiseringsfeil vil vi forvente hvis vi tar med ett ekstra bit?

Vil doble antall nivåer, og dermed halvere kvantiseringsfeilen. Fint om de illustrerer ved figur.

2.

a. Hva sier Shannons samplingsteorem?

Det kontinuerlige bildet kan rekonstrueres fra det digitale bildet dersom samplingsraten $f_s = 1/T_s$ er større enn $2f_{max}$, der f_{max} er den høyeste frekvensen i det kontinuerlige bildet. (Formulering fra forelesningsnotatet)

b. Anta at vi har et avbildningssystem som gir en punktspredningsfunksjon med bredde 0.5mm. Altså vil det kunne skille punkter som har avstand 0.5mm mellom seg. Hva er den minste samplingsraten (frekvensen) vi må benytte ifølge samplingsteoremet?

Samplingsteoremet krever $T_s < \frac{1}{2}T$, der $T=0.5$mm, følgelig må $f_s > 2*1/T = 2*1/0.5 = 4\text{mm}^{-1}$.

c. Hva skjer om vi ikke følger samplingsteoremet, og velger en for lav samplingsrate?

Vil gjenskape bildet galt. Aliasing.

d. Når et bilde skal krympes (reskaleres/resamples) med en heltallig faktor **n** er en løsning å velge ut hver **n**-te piksel i hver retning. Ofte gir det bedre resultat om man istedenfor henter ut snittverdien i hver **n**x**n** blokk av bildet. Gi en forklaring på dette relatert til samplingsteoremet.

*Fremgangsmåte to er det samme som å først filtrere med **n**x**n** snittfilter, så metode en. Lavpassfiltreringen vil fungere som et antialiasing-filter. Frekvensene den nye samplingsraten ikke håndterer blir dempet.*

Gråtonetransformer

3.

1	3	2	1
5	4	5	3
4	1	1	2
2	3	2	1

a. Tegn histogrammet til bildet over.

h(1) = 5
h(2) = 4
h(3) = 3
h(4) = 2
h(5) = 2

b. Hva menes med et normalisert histogram?

Forsøk på invarians overfor antall piksler, estimat på sannsynlighetsfordeling. p(i) = h(i)/N, N antall piksler.

c. Hva menes med et kumulativt histogram? Tegn det kumulative histogrammet til bildet over.

c(i) = \sum_{j=0}{j=i} h(j)
c(:) = [5,9,12,14,16]

4. Hva er histogramutjevning og hvilken gråtonefunksjon benyttes for å utføre histogramutjevningen?

Forsøk på å maksimere (standardisere) kontrasten ved å tilnærme et flatt histogram. Transformen er en skalert versjon av det kumulative histogrammet.

5. Tegn og forklar hvordan de følgende gråtonetransformene endrer kontrasten i bildet:
   a. Logaritmisk skalering
   b. Eksponentiell skalering

Logaritmisk skalering fremhever kontrasten i mørke områder, eksponentiell fremhever kontrasten i de lyse områdene. Det er ment at de tegner kurver og viser hvordan forholdet mellom Δf og Δg endres.

Filtre og filtrering

6. Konvolusjon
   a. La to filtre h1 og h2 være gitt ved

$$h1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad h2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

   Regn ut filteret h3=h1*h2 ved å konvolvere h1 med h2.
   Beregn verdier for alle posisjoner der h1 og h2 overlapper.
   Her er det et poeng at det ene filteret skal roteres 180 grader.

$$h_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 & -1 \\ 4 & 8 & 0 & -8 & -4 \\ 6 & 12 & 0 & -12 & -6 \\ 4 & 8 & 0 & -8 & -4 \\ 1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

   b. Forklar kort hva vi mener med at filteret h3 er separabelt.
   Separabilitet betyr at filteret kan uttrykket som en radvektor konvolvert med en kolonnevektor.
   c. Vis hvilke to filtre h3 kan splittes opp i.

$$h_3 = [1 \quad 2 \quad 0 \quad -2 \quad -1] * [1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1]^T$$

7. Median-filtrering
   Gitt et 2-bits gråtonebilde der det midterste pikslet har gråtoneverdien c:

3	3	3	3	2
0	3	3	2	2
0	0	c	2	2
0	0	1	1	2
0	1	1	1	1

   a. I hvor mange piksler i resultat-bildet er resultatet avhengig av c?

   Resultatet av median-filtreringen blir som vist nedenfor, og det er bare i ett piksel – det midterste - at resultatet (r) avhenger av c.

3	3	2
0	r	2
0	1	1

b. Hvilke verdier kan det midterste pikslet få for forskjellige verdier av c?

Siden det er et 2-bits gråtonebilde kan vi ha bare fire forskjellige verdier av c. For å finne verdien til det midterste pikslet skal vi sortere ni pikselverdier: {0,0,1,1,2,2,3,3 og c} og plukke ut medianen M, dvs den midterste verdien i den sorterte rekken.
For c=0 og c=1 får vi r=1. For c=2 og c=3 får vi r=2.

Geometriske operasjoner

8. Nærmeste nabo-interpolasjon og bilineær interpolasjon er to vanlige teknikker benyttet ved geometriske operasjoner.

a. Forklar kort forskjellen mellom de to interpolasjonsteknikkene.
b. Nevn noen fordeler og ulemper med begge.

Bilineær: Visuelt mer behagelig. Mer riktig tilnærming til perfekt resamplingsfilter. Regnekrevende.
Nærmeste nabo: Mindre visuelt behagelig (hakkete kanter). Mindre riktig tilnærming til perfekt resamplingsfilter. Innfører ingen nye pikselverdier / beholder viss statistikk i bildet. Lite regnekrevende.

c. I hvilke situasjoner vil de gi likt resultat?

Tilfeller hvor de transformerte koordinatene er heltallige. For eksempel heltallig nedsampling og 90-graders rotasjon.

Segmentering ved terskling

9. Anta at du har et digitalt bilde der histogrammet til bakgrunnspikslene er flatt og strekker seg fra gråtonen g = 63 til g= 127. Histogrammet til forgrunnspikslene er også flatt, og strekker seg fra g = 95 til g = 127. A priori sannsynligheten for forgrunnspikslene er 1/2.

a. Hvilken terskelverdi T vil da gi færrest mulig feil-segmenterte piksler når vi utfører tersklingen ved

$$g(x,y) = \begin{cases} 0 \text{ hvis } & f(x,y) \le T \\ 1 \text{ hvis } & f(x,y) > T \end{cases}$$

Det er 64 gråtonenivåer mellom g=63 og g=127. Det normaliserte bakgrunns-histogrammet har derfor verdien p(g) =1/64 fra g=63 til g=127.
Det er 32 gråtonenivåer mellom g=95 og g=127. Det normaliserte forgrunns-histogrammet har derfor verdien p(g) =1/32 fra g=95 til g=127.
Når a priori sannsynlighet for forgrunn og bakgrunn er like (0.5), så er skjæringspunktet mellom de to normaliserte og skalerte fordelingene g=95.
MEN når vi utfører tersklingen ved den gitte formelen, så må vi sette T=94.

b. Hvor stor del av for- og bakgrunnspikslene blir da riktig segmentert?

Da blir alle forgrunnspiksler segmentert riktig, mens halvdelen av bakgrunnspikslene blir feil-segmentert.

10. Hvorfor kan vi komme til å trenge to terskler når både forgrunns- og bakgrunnsfordelingene i et gråtonebilde beskrives med Gauss-funksjoner med ulike middelverdier og ulike standardavvik?

Hvis både middelverdiene og standardavvikene er forskjellige, vil vi alltid ha to skjæringspunkter mellom de to fordelingene, men det er ikke sikkert at begge skjæringene ligger innenfor gråtone-omfanget til bildet.

Takk for oppmerksomheten !