

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i :	INF2310 — Digital bildebehandling
Eksamensdag :	Onsdag 2. juni 2010
Tid for eksamen :	09:00 – 12:00
Oppgavesettet er på :	<b>XXX</b> sider
Vedlegg :	Ingen
Tillatte hjelpemidler :	Ingen

- Les gjennom hele oppgaven før du begynner å løse oppgaven. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare det. Dersom du savner opplysninger i oppgaven, kan du selv legge dine egne forutsetninger til grunn og gjøre rimelige antagelser, så lenge de ikke bryter med oppgavens "ånd". Gjør i såfall rede for forutsetningene og antagelsene du gjør.
- Merk at alle delspørsmål teller like mye. Det er tilsammen 20 delspørsmål. Det lønner seg derfor å disponere tiden slik at man får besvart alle oppgavene. Hvis dere står fast på enkeltoppgaver, gå videre slik at dere får gitt et kort svar på alle oppgaver.
- **Alle svar skal begrunnes.** Gjør rede for bruken av eventuelle teoremer, prinsipper eller forutsetninger slik at en tredjeperson kan følge dine resonnerer.

**Utkast. / Ikke endelig formatert versjon.**

# Sampling og geometriske transformeringer

## Oppgave 1

Anta at vi har et (kontinuerlig) båndbegrenset bilde med en høyeste frekvens  $f_{\max}=5\text{mm}^{-1}$ .

- Det som er avbildet er bl.a. noen punktkilder som står så nær hverandre at de så vidt kan skilles fra hverandre i bildet. Gi en nedre grense på hvor tett disse punktkildene står.
- Hvor tett må vi sample dette bildet for å unngå aliasing? Gi en nedre grense for *samplingsfrekvensen*,  $f_s$ . La oss videre anta at vi har samlet bildet med en rate så vidt over denne grensen.
- Anta den geometriske transformen

$$\begin{aligned}x' &= 0.5x + 10 \\y' &= 0.5y + 20\end{aligned}$$

der  $x$  og  $y$  er koordinatene i "innbildet",  $x'$  og  $y'$  er de transformerte koordinatene, og det vil benyttes en "vanlig" resampling ved baklengstransformasjon.

Hva vil den effektive samplingsraten være etter en slik transform, og hvilke (uønskede) effekter vil dette kunne gi opphav til?

- Anta den samme geometriske transformen som i oppgave c). Et alternativ til vanlig resampling vil være å la hvert utpiksel være gjennomsnittet av et  $2 \times 2$  eller  $3 \times 3$  pikselnabolag. En slik løsning vil her trolig gi bedre resultat. Forklar hvorfor.

## Konvolusjon

### Oppgave 2

Du har gitt konvolusjonskjernene  $A=[1 \ 1]$  og  $B=[1 \ -1]$ . La  $C=(A * A^T * A^T * B)$ , der "\*" uttrykker konvolusjon og T er den transponerte.

- Utfør konvolusjonene og vis hvilken konvolusjonskerne C tilsvarer.

b) Hva slags filter er dette, og hva brukes det til?

### **Oppgave 3**

Laplace-operatoren,  $\nabla^2 f(x)$ , er i 1D kun den andrederiverte av funksjonen  $f(x)$ . Anta at vi benytter en enkel pikseldifferanse til å estimere den deriverte:  $f'(i) = f(i) - f(i-1)$ . Utled filtermasken for 1D Laplace-operatoren basert på dette.

### **Oppgave 4**

Hvordan bruker vi Laplace-operatoren ved kantdeteksjon?

## **Fourier-transform**

### **Oppgave 5**

Anta at vi har et  $N \times N$  bilde,  $f$ , og at vi har gjort en diskret Fourier-transform (i praksis en FFT) av dette bildet og lagret resultatet i  $N \times N$ -matrisen  $F$ , der  $F(0,0)$  gir "DC-komponenten"/nullfrekvensen. Hvis nå alle koeffisientene i  $F$  er null bortsett fra  $F(5,3)$  og  $F(N-5,N-3)$ , beskriv hvordan bildet ser ut.

### **Oppgave 6**

En måte å implementere et lavpassfilter på er å gjøre en Fourier-transform, sette alle koeffisientene som tilsvarer frekvenser over en viss terskel til null, for så å transformere tilbake. Hvilke typiske uønskede effekter i bildet vil dette kunne resultere i?

### **Oppgave 7**

Hva sier konvolusjonsteoremet?

### **Oppgave 8**

En venn gir deg en tallmatrise, og hun forklarer: "Hvis jeg filtrerer bildene mine med et konvolusjonsfilter med en kjerne lik denne matrisen, får jeg sykt kult resultat. Jeg lurer veldig på om filteret er et lavpass, høypass eller båndpass, og hvordan dette eventuelt endrer seg med retningene på strukturene i bildet. Du kan

jo en del om data og digitale bilder og sånn, kunne du hjulpet meg?”.

Du starter opp Matlab/Octave mens du ytrer: ”Selvsagt, ikke noe problem, vi skal nok snart ha analysert din filterkjerne og få svar på dine spørsmål.”

Så, forklar hvordan du ville gått frem for å besvare spørsmålene hennes.

## Kompresjon

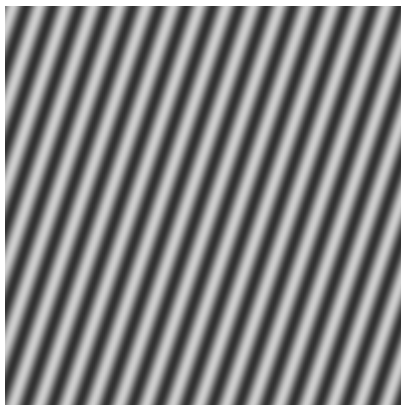
### Oppgave 9

Gitt en symboltabell med symboler og deres hyppighet, hva vil entropien til denne fortelle deg?

### Oppgave 10

Hvordan brukes histogrammet til en sekvens av symboler i Huffman-koding, og hvordan bør histogrammet se ut dersom Huffman-koding skal være en godt egnet komprimeringsmetode?

### Oppgave 11

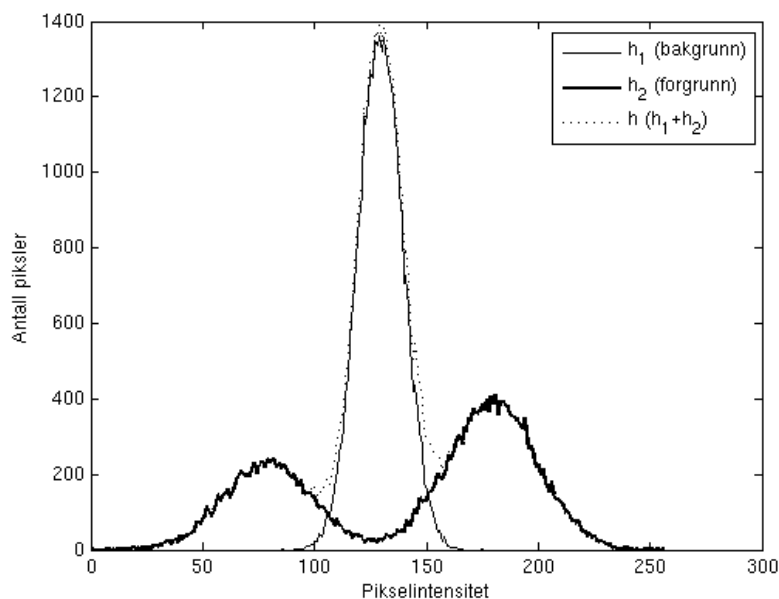


Bildet over viser en enkel todimensjonal ”sinusbølge” med en viss frekvens og retning. Diskuter (kort) hvilken av følgende kompresjonsmetoder som er mest egnet for kompresjon av dette bildet:

- Huffman-koding av det originale histogrammet.
- Løpelengdetransform diagonalt i bildet.
- Differensetransform diagonalt i bildet.
- JPEG-koding.

# Segmentering ved terskling / gråtoneklassifisering

## Oppgave 12



I figuren over vises histogrammet,  $h$ , til et bilde som består av to klasser: forgrunn og bakgrunn. Videre har vi tegnet inn histogrammene til disse to klassene,  $h_1$  og  $h_2$ . Vi har altså  $h=h_1+h_2$ .

Vårt mål her er å benytte pikslenes gråtoneverdier til å bestemme om en piksel skal settes til forgrunn eller bakgrunn (klassifisere).

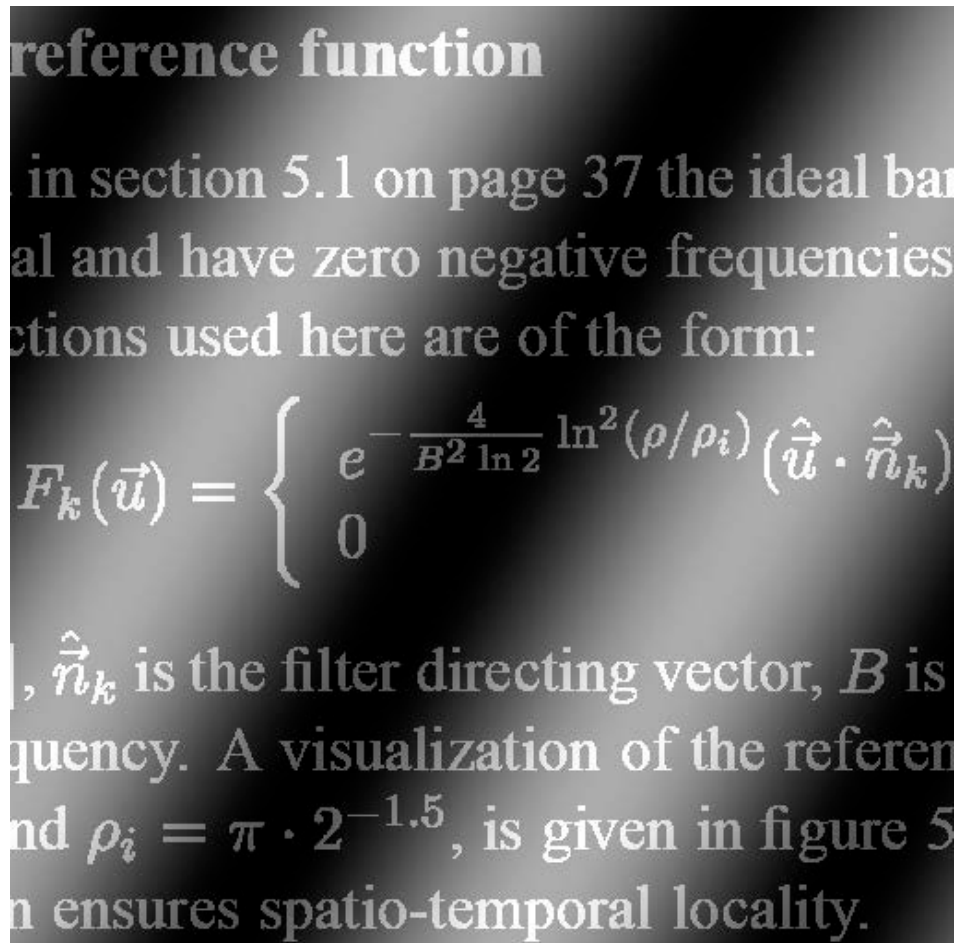
- Basert på  $h$ ,  $h_1$  og  $h_2$  i figuren, for hvilke pikselintensitetsintervaller ville du klassifisert til bakgrunn og for hvilke intervaller ville du klassifisert til forgrunn? (Forklar hvorfor.)
- Ved en slik intervallinndeling som du kom frem til i oppgave a), benytt  $h_1$  og  $h_2$  til å gi et uttrykk for antall feilklassifiserte piksler.
- La  $p_1$  og  $p_2$  være normaliserte bakgrunns- og forgrunnshistogrammer, og la  $B$  og  $F$  være a-priori sannsynlighet for henholdsvis bakgrunn og forgrunn.

Uttrykk  $h$  ved hjelp av  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $B$ ,  $F$  og  $N$ , der  $N$  er antall piksler totalt i bildet.

- For et gitt, vilkårlig bilde har vi ikke  $h_1$  og  $h_2$  tilgjengelig, vi har kun det totale histogrammet  $h$ . Hvilken tilleggsinformasjon til bildet må vi ha for å finne de eksakte histogrammene  $h_1$  og  $h_2$  (ikke estimerer)?

### Oppgave 13

Vi har gitt bildet under. Bildet inneholder tekst med varierende belysning (der bakgrunnen har store lokale variasjoner i gråtoner).



La oss si at vi er interessert i å klassifisere pikslene i bildet over til enten å være en del av forgrunnen (teksten) eller bakgrunnen, altså segmentere bildet. Gi et forslag til hvordan du ville gått frem i dette tilfellet.