UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i :	INF2310 — Digital bildebehandling
Eksamensdag :	Onsdag 1. april 2009
Tid for eksamen :	15:00 – 18:00
Løsningsforslaget er på :	**6** sider
Vedlegg :	Ingen
Tillatte hjelpemidler :	Ingen

- Les gjennom hele oppgaven før du begynner å løse oppgaven.
  Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare det. Dersom du savner opplysninger i oppgaven, kan du selv legge dine egne forutsetninger til grunn og gjøre rimelige antagelser, så lenge de ikke bryter med oppgavens "ånd". Gjør i såfall rede for forutsetningene og antagelsene du gjør.

- Det lønner seg å disponere tiden slik at man får besvart alle oppgavene.
  Hvis du står fast på enkeltoppgaver, sa gå videre slik at du i hvert fall får gitt et kort svar på alle oppgaver.

Dette er et løsningsforslag

1. Kvantisering

a) Anta at vi i utgangspunktet har B biter per piksel. Hvis vi så halverer antall biter per piksel, hvor mange kvantiseringsnivåer vil vi miste?

Med B biter per piksel har vi 2^B kvantiseringsnivåer. Etter halveringen av antall biter per piksel har vi 2^(B/2). Altså får vi 2^(B)-2^(B/2) færre kvantiseringsnivåer.

b) Anta at vi i utgangspunktet kvantiserer til B biter per piksel. Hvis vi antar lik sannsynlighet for alle intensiteter i input-intervallet (uniform fordeling), hvor stor endring i kvantiseringsfeil vil vi forvente hvis vi tar med en bit mindre (fra B til B-1)?

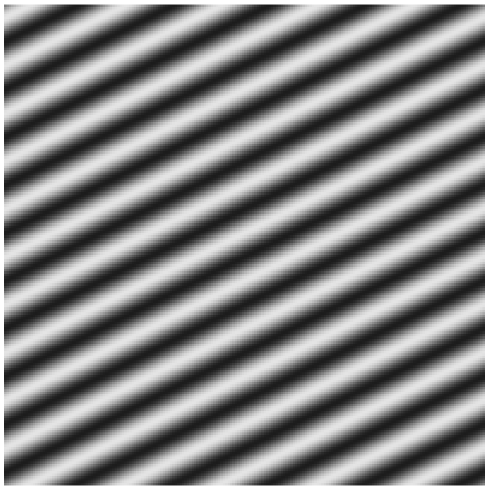
Vil halvere antall nivåer, og dermed doble kvantiseringsfeilen. Fint om de illustrerer med en figur.

2. Sampling

a) Intensiteten i hvert piksel i bildet nedenfor er beskrevet ved

$$f(x,y) = 127 + A\cos(\frac{2\pi(ux+vy)}{N} + \psi)$$

der A = 100, u = 5, v = 10,
ψ er en konstant fase,
og det er N = 200 piksler i både x- og y-retning i bildet.



Vi skal resample bildet med en heltallig faktor m i x-retning og en heltallig faktor n i y-retning ved å ta snittverdiene av mxn piksler. Hva er da maksimal verdi for m og n hvis vi vil unngå aliasing?

Vi må ha minst 10 sampler horisontalt => m=200/10=20, n=200/20=10.

b) En annen metode er å velge ut hver m-te piksel i x-retning og hvert n-te piksel i y-retning. Hvis vi setter m og n eksakt lik Nyqvist-raten kan de to metodene gi veldig forskjellige resultat-bilder. Når og hvorfor?

Hvis vi setter m og n eksakt lik Nyqvist-raten (m=20, n=10) så skal vi ha nøyaktig to sampler per periode.
Hvis sampingen foregår ved midling over mxn piksler, så blir ut-bildet helt flatt, uansett hvordan vi fase-forskyver (de ikke-overlappende) samplene.
Hvis samplingen foregår ved å velge hver m-te piksel i x-retning og hvert n-te piksel i y-retning, så vil resultatet avhenge av hvor vi starter samplingen i x- og y-retning. Og det er bare hvis vi treffer 90 (eller 180) grader i cosinusen at utbildet blir helt flatt.

3. Geometriske operasjoner

a) Koordinatene i et bilde skal transformeres vha skalering slik at objekter i resultatbildet blir dobbelt så store i alle retninger, sammenlignet med originalbildet. Hva blir koordinattransformen for denne operasjonen?

x'=2x, y'=2y

b) Origo skal videre også translateres slik at origo i det nye bildet tilsvarer pikselkoordinat (100, 150) i det opprinnelige bildet. Hvordan kan dette gjøres mest effektivt, og hva blir transformkoeffisientene for denne løsningen?

Dette kan løses i en kombinert operasjon siden transform-matrisene kan slås sammen. Komplett transform blir: x'=2x-100, y'=2y-150.

4. Histogram

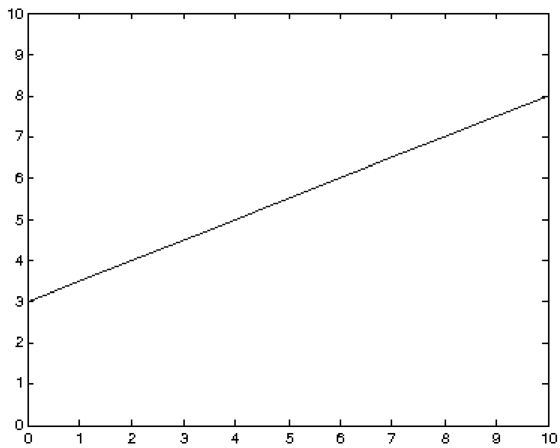
a) Kan man ut fra et bilde som er histogramutjevnet rekonstruere det originale bildet? Begrunn svaret ditt.

Nei, generelt kan vi ikke det, fordi gråtoner ikke bare er flyttet, men slått sammen.

b) Et gråtonetransform er gitt ved T[i] = a i + b, der i er opprinnelig gråtone. Hva blir transformkoeffisientene hvis kan skal invertere bildet (finne "negativen")?

a=-1, b=maksverdi på gråtoneskalaen (G-1)

c) Hva blir transformkoeffisientene for plottet under?



Stigningstallet er a=(8-3)/10=0.5, skjæringspunktet med vertikal akse er b=3.

d) Anta at et 8-bits bilde har middelverdi lik 100 og standardavvik lik 10. Hva kan du da si om hvor god kontrasten er i bildet?

*Middelverdien ligger nær midten av gråtoneintervallet for 8bits bilder, men standardavvik lik 10 betyr at 95% av pikslene vil ligge i intervallet [100-2*10, 100+2*10] = [80, 120], så bildet vil ha ganske dårlig kontrast.*

e) Hvis bildet blir sendt gjennom gråtonetransformen g(x,y) = 2*f(x,y) + 10, hva blir middelverdi og varians i det transformerte bildet g(x,y)?

*Ny middelverdi blir mu = 2*100 + 10 = 210. Ny Varians* 2^2**100 = 400 (firedobler variansen, dobler standardavvik)*

5. Konvolusjon

a) La h_1 og h_2 være to ortogonale konvolusjons-operatorer:

$$h_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad h_2 = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Hva er forskjellene mellom estimatene av gradientmagnitude og gradientens retning som vi finner ved hjelp av resultatene fra operatorene h_1 og h_2, i forhold til de to ordinære Sobel-operatorene h_x og h_y:

$$h_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad h_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Gradientmagnituden og retningen fra de ordinære Sobel-operatorene er gitt ved

$$G = \sqrt{g_x^2(x,y) + g_y^2(x,y)}$$

$$\theta(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{g_y(x,y)}{g_x(x,y)}\right)$$

Mens magnituden gitt ved h_1 og h_2 er estimert fra 6 og 6 piksler rotert $\pi/4$ i forhold til de ordinære Sobel-operatorene. Dermed kan gradientmagnituden bli litt forskjellig, ganske enkelt fordi filtervektene er rotert 45 grader. Uttrykket for gradient-retningen må dessuten ha et tillegg på $\pi/4$.

$$G = \sqrt{g_1^2(x,y) + g_2^2(x,y)}$$

$$\theta(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{g_2(x,y)}{g_1(x,y)}\right) + \frac{\pi}{4}$$

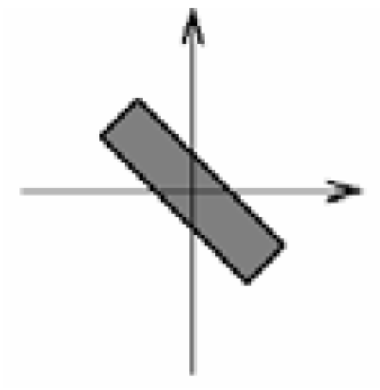
----

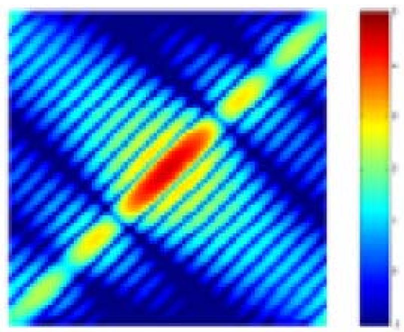
b) Kan vi separere filtrene h_1 og h_2 i to 1D-filtre?
Hva med h_x og h_y?
Begrunn svaret.

Nei. Vi kan skrive $h_x = [1\ 0\ {-1}]*[1\ 2\ 1]^T$ og $h_y = [1\ 2\ 1]*[-1\ 0\ 1]^T$, men tilsvarende separasjon av h_1 og h_2 er ikke mulig.

6. Fourier-spektra

Gitt et bilde og et spektrum som vist nedenfor.





a) Hvordan endres spektret hvis vi roterer det rektangulære objektet?
Hvis vi roterer objektet en vinkel θ, så roteres også spektret like mye, og i samme retning.

b) Hvordan endres spektret hvis vi endrer bredden på objektet slik at det blir et skråstilt kvadrat med sidekanter lik lengden på rektanglet?
Spektret blir da en sinc-funksjon i begge de diagonale retningene, og samme sinc-funksjon som vi i utgangspunktet har fra øvre venstre til nedre høyre hjørne i spektret.

c) Hvordan endres spektret hvis vi endrer det rektangulære objektet fra å ha en jevn gråtone – slik at et tverrsnitt gjennom objektet er en firkantprofil, til at tverrsnittet er en trekantprofil?
En trekantprofil er en konvolusjon av to like firkantprofiler. Konvolusjonsteoremet sier at en konvolusjon i bildedomenet svarer til en multiplikasjon i frekvensdomenet. Så Fourier-transformen av en trekantprofil er en kvadrert sinc-funksjon. Dette har vært behandlet i forelesningen.

Trekantprofilen vi får ved en konvolusjon av to like firkantprofiler er bredere enn firkantprofilene. En n piksels (n odde) firkant-profil gir en 2n-1 trekantprofil. Firkantprofilene som brukes til å produsere et like stort objekt som i originalbildet, må altså være smalere med ca en faktor 2.

Et ekstra poeng er derfor at siden de to firkantprofilene er smalere enn trekantprofilen, så blir den kvadrerte sinc-profilen i spektret fra trekantprofilen bredere enn sinc-profilen i spektret fra firkaantprofilen.

7. Median-filtrering og Huffman-koding

Gitt et 2-biters 8x5 gråtonebilde:

1	1	2	0	3	3	1	0
0	0	2	3	1	0	0	0
1	1	3	0	3	3	1	0
0	1	2	3	1	0	0	3
1	2	2	0	1	0	1	0

a) Dette bildet skal filtreres med et plussformet medianfilter gitt ved

$$\begin{array}{ccccc} & & 1 & & \\ & & 1 & & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & & 1 & & \\ & & 1 & & \end{array}$$

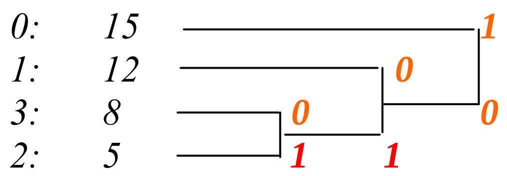
Vi antar at bare piksler der bilde og filterkjernen overlapper helt skal beregnes. Hva blir resultatet?

Svar:

2	3	1	0

b) Vis hvordan du vil gå fram for å Huffman-kode gråtonebildet, og finn det gjennomsnittlige antall biter per piksel i det kodede bildet.

Vi har følgende forekomster, sortert. Slår sammen 2 og 3, så dette med 1, som vist i grafen nedenfor:



Merk: vi ikke har laget frekvenstabell – bare brukt histogrammet.
Huffman-kodene blir da (her er det flere mulige riktige løsninger!):

0: 1
1: 00
3: 010
2: 011

Og det gjennomsnittlige antall bits pr piksel etter koding blir
((8+5)*3 + 12*2 + 15)/40 = (39 + 24 + 15)/40 = 78/40 = **1.95 biter/piksel.**