UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i :	INF2310 — Digital bildebehandling
Eksamensdag :	Tirsdag 25. mars 2014
Tid for eksamen :	15:00 – 19:00
Oppgavesettett er på :	**6 sider**
Vedlegg :	**Ingen**
Tillatte hjelpemidler:	**Ingen**

- Det er 4 oppgaver i dette oppgavesettet.

- Les gjennom hele oppgavesettet før du begynner å løse oppgavene !
Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare det.
Dersom du savner opplysninger i en oppgave, kan du selv legge dine egne forutsetninger til grunn og gjøre rimelige antagelser, så lenge de ikke bryter med oppgavens "ånd".
Gjør i såfall rede for forutsetningene og antagelsene du gjør.

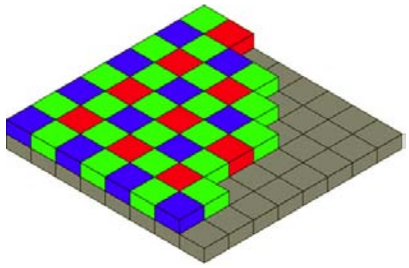
- Det er tilsammen 18 deloppgaver. **Hver deloppgave teller like mye.** Det lønner seg derfor å disponere tiden slik at man får besvart alle deloppgavene. Hvis du står fast på en deloppgave, gå videre slik at du får gitt et kort svar på alle deloppgavene.

- **Alle svar skal begrunnes.** Gjør rede for bruken av eventuelle teoremer, prinsipper eller forutsetninger slik at en tredjeperson kan følge dine resonnementer.

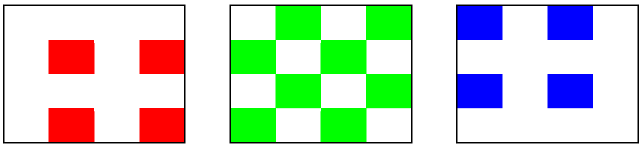
1. Interpolasjon og sampling

a) Gitt at pikselverdiene i fire nabopiksler i et gråtonebilde er f(0,0)=1, f(0,1)=3, f(1,0)=3, f(1,1)=9. Vi gjør bilineær interpolasjon for å finne en interpolert pikselverdi i punktet (x,y) = (0.3,0.75).
Hvilken pikselverdi får vi? Vis hvordan du går fram!

b) I de fleste digitale kameraer sitter det en sensor der 50% av pikslene detekterer grønt lys, 25% blått og 25% rødt, i et mønster som vist på figuren til høyre (illustrasjon: en.wikipedia.org/wiki/Bayer_filter).



I et 4x4 piksel utsnitt vil altså lysintensiteten bli målt på litt forskjellige steder for hver av de tre fargene, som vist nedenfor, og slik at vi i utgangspunktet mangler informasjon om intensiteten i rødt, grønt eller blått på mange steder i bildet.

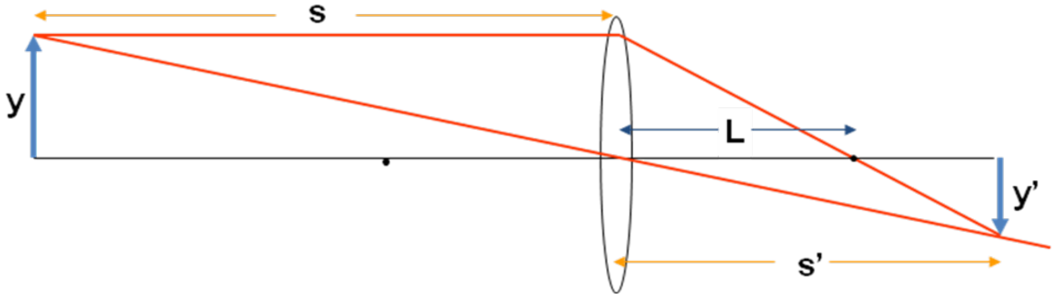


Anta at en gitt baklengs geometrisk transform forskyver pikslene et helt antall piksler i diagonal retning, og at bilineær interpolasjon mellom de kjente pikselverdiene benyttes til å finne nye pikselverdier.

Beskriv resultatet, gjerne som et 2D konvolusjons-filter anvendt på det opprinnelige bildet der dette er mulig, for hver av fargene rød, grønn og blå hvis den diagonale forskyvningen er 1 piksel.
(Du kan se bort fra problemer nær kanten av bildet).

c) Hva mener vi med begrepene *aliasing*, *aliasing-frekvens* og *anti-aliasing*?

d) Vi ser at fargebilder samples forskjellig i de tre fargene rødt, grønt og blått. Anta at vi har en periodisk struktur i horisontal eller vertikal retning i bildet, med en periode på P piksler. Hvor stor er den høyeste frekvensen, *f*, vi kan ha i bildeplanet, og fortsatt få en sampling av strukturen i henhold til samplingsteoremet i hhv rødt, grønt og blått?



e) Hvis vi bruker detektor-matrisen som er vist i deloppgave b) til å ta et bilde av et stakitt-gjerde med like brede hvite sprosser og svarte mellomrom, avbildet med en linse med fokallengde L = 20 mm fra en avstand s = 10 meter, og detektor-elementene (pikslene) er 50x50 mikrometer, hvor smale kan da stakitt-sprossene være (i cm) hvis vi skal få en avbildning med riktige farger? Bruk gjerne skissen ovenfor til å finne den sanne bredden av sprossene i stakittet, gitt s, L og bredden på stakitt-sprossene i bildet.

2. Histogramutjevning og gråtonetransformer

La oss anta at vi har følgende 4x5 gråtonebilde med en 3 biters gråtoneskala.

3	7	2	0	3
3	4	2	2	6
3	4	1	3	1
3	4	2	5	0

a) Vis hvordan du går fram for å utføre en histogramutjevning av dette bildet til et utbilde med bare 4 gråtoner fra gråtone 0 til gråtone 3. Vis også resultatbildet.

b) Vis histogrammet og det normaliserte kumulative histogrammet før og etter histogramutjevningen.
Hvorfor lyktes ikke histogramutjevningen i å produsere et ut-histogram som er helt flatt for gråtonene 0 – 3? Er det mulig å oppnå dette med en annen histogramtransform? Begrunn svaret!

c) Beskriv hvordan du kan modifisere histogrammet slik at det blir tilnærmet Gaussisk.

d) Kan histogramutjevningen ovenfor gjøres som en gråtonemapping fra input-intensitet til output-intensitet? Vis med figur.

e) Anta at du bruker en gråtonetransform gitt ved T(i) = floor(0.75*i) for i<6, og T(i)=4 ellers, på det opprinnelige bildet. Hvordan blir utbildet og det kumulative histogrammet da?

3. Kantbevarende lavpassfiltrering

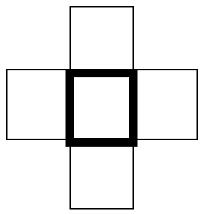
Vi har gitt følgende 3-biters gråtonebilde:

6	7	7	6	0	6
6	6	5	5	1	1
5	7	5	6	1	1
0	1	1	0	3	0
2	5	1	1	0	6

Når du i denne oppgaven skal beregne en filtrering, så trenger du bare å beregne responsen for pikslene der bildet og filteret overlapper i alle posisjoner, dvs. de pikslene der hele naboskapet til filteret ligger innenfor bildet når filterets origo er plassert i pikselen man ønsker å beregne responsen for.

a) Beregn konvolusjonen av bildet og middelverdifilteret av størrelse 3x3.

b) Beregn medianfiltreringen av bildet ved bruk av følgende naboskap:



Et pluss-formet naboskap.
Cellen med tykk kant angir filterets origo.

c) Beskriv et lavpassfilter som kan sees på som et kompromiss mellom et middelverdifilter og et medianfilter.

4. Konvolusjon og Fourier-transformen

Merk: Selv om du ikke får til en deloppgave så vil det være mulig å løse neste.

Cosinus-bildet for frekvens (0,2) og frekvens (2,2) er for 4x4-bilder:

$c_1 =$

1	-1	1	-1
1	-1	1	-1
1	-1	1	-1
1	-1	1	-1

Cosinus-bildet
for frekvens (0,2)

$c_2 =$

1	-1	1	-1
-1	1	-1	1
1	-1	1	-1
-1	1	-1	1

Cosinus-bildet
for frekvens (2,2)

Cellen med tykk kant angir origo i bildet, dvs. der $x = y = 0$.

Ofte lar vi (0,0)-frekvensen, DC, være den midterste frekvensen. For 4x4-bilder vil det si at hver frekvenskomponent, u og v, er en verdi i mengden {-2, -1, 0, 1}. Med en slik definisjon så vil vi kalle de to cosinus-bildene over for cosinus-bildet for henholdsvis frekvens (0,-2) og frekvens (-2,-2).

De tilhørende sinus-bildene er lik 0-matrisen (matrisen med 0 i alle elementer) av størrelse 4x4.

a) 2D diskret Fourier-transformen (2D DFT-en) til hvert av cosinus-bildene over er hver sin reelle 4x4-matrise som er 0 i alle elementer bortsett fra ett. Hva er frekvensen til dette elementet for hvert av de to cosinus-bildene over og hva er verdien i dette elementet?

b) Anta at vi sirkelkonvolverer et 4x4-bilde med et av cosinus-bildene over.
I filtreringen velger vi å beholde inn-bildet størrelse, altså har ut-bildet samme størrelse som inn-bildet.

Bruk konvolusjonsteoremet til å forklare at 2D DFT-en av ut-bildet vil:

a. Være en 4x4-matrise som er 0 i alle elementer bortsett fra i det elementet som 2D DFT-en av cosinus-bildet er ikke-0.
b. I sitt ikke-0-element være lik k ganger verdien i det samme elementet i 2D DFT-en av inn-bildet, der k er verdien i det samme elementet i 2D DFT-en av cosinus-bildet.

Du kan bruke det som står i deloppgave a.

c) Hvis vi tar følgende to Laplace-operatorer:

$$l_1 = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & -1 & 0 \\ \hline -1 & \boxed{4} & -1 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline \end{array} \qquad l_2 = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & \boxed{8} & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

Cellen med tykk kant angir origo i filteret, dvs. der $x = y = 0$.

og nullutvider hver av dem til størrelse 4x4 og skifter («flytter») filteret slik at origo blir i øverste venstre hjørne, der vi i skiftingen antar sirkulær indeksering, så får vi følgende to konvolusjonsfiltre:

$$l_3 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \boxed{4} & -1 & 0 & -1 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \qquad l_4 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \boxed{8} & -1 & 0 & -1 \\ \hline -1 & -1 & 0 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & -1 & 0 & -1 \\ \hline \end{array}$$

Cellen med tykk kant angir origo i filteret, dvs. der $x = y = 0$.

Vi får akkurat samme ut-bildet dersom vi *sirkel*-konvolverer et bilde med l_1 eller med l_3, og på samme måte er også l_2 og l_4 ekvivalente.

Vis at 2D DFT-koeffisienten til l_3 er 4 i frekvens (0,-2) og 8 i frekvens (-2,-2). Vis også at 2D DFT-koeffisienten til l_4 er 12 i frekvens (0,-2) og 8 i frekvens (-2,-2).

d) Vis hva sirkelkonvolusjonen av l_3 og hvert av de to cosinus-bildene over er. Vis også hva sirkelkonvolusjonen av l_4 og hvert av de to cosinus-bildene over er, og forklar!

Du kan bruke det du skulle forklare i deloppgave b og vise i deloppgave c.

Du kan også bruke at 2D invers DFT er en lineær transformasjon, noe som blant annet innebærer at 2D invers DFT av et tall (en skalar) multiplisert med 2D DFT-en av et bilde er lik det samme tallet multiplisert med bildet.

e) 2D DFT er en lineær transformasjon, noe som blant annet innebærer at 2D DFT-en av summen av to filtre er lik summen av 2D DFT-ene til hvert av filtrene.

Bruk dette og det du skulle vise i deloppgave c til å oppgi et 4x4-konvolusjons-filter som har en 2D DFT med lik verdi for frekvens (0,-2) og frekvens (-2,-2). Forklar! Oppgi hvor origo er i konvolusjonsfilteret.

Lykke til !