UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i :	INF2310 — Digital bildebehandling
Eksamensdag :	Fredag 29. mars 2019
Tid for eksamen :	14:30 – 18:30 (4 timer)
Oppgavesettet er på :	**6 sider**
Vedlegg :	**Ingen**
Tillatte hjelpemidler:	**Godkjent kalkulator**

- Det er **7** oppgaver i dette oppgavesettet.

- Les gjennom hele oppgavesettet før du begynner å løse oppgavene. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare det. Dersom du savner opplysninger i en oppgave, kan du selv legge dine egne forutsetninger til grunn og gjøre rimelige antagelser, så lenge de ikke bryter med oppgavens "ånd". Gjør i så fall rede for forutsetningene og antagelsene du gjør.

- Det er tilsammen **24** deloppgaver. **Hver deloppgave teller like mye.** Det lønner seg derfor å disponere tiden slik at man får besvart alle deloppgavene. Hvis du står fast på en deloppgave, gå videre slik at du får gitt et kort svar på alle deloppgavene.

- **Alle svar skal begrunnes.** Gjør rede for bruken av eventuelle teoremer, prinsipper eller forutsetninger slik at en tredjeperson kan følge dine resonnementer.

1. Romlig oppløsning og sampling

a) For å karakterisere/beskrive avbildningssystemer benyttes ofte konseptet punktspredningsfunksjon.
Forklar hva som menes med en punktspredningsfunksjon.

b) Denne punktspredningsfunksjonen henger tett sammen med et vanlig mål på den romlige oppløsningen til et avbildningssystem.
Forklar målet og beskriv sammenhengen mellom dette målet og bredden/utstrekningen på punktspredningsfunksjonen.

c) Anta at et avbildningssystem har oppgitt en høyest mulige romlig frekvens på $f_{max} = 5\ mm^{-1}$. Hvis man benytter dette systemet til å avbilde "punkter" (eller bittesmå punktlignende strukturer nærmest uten utstrekning), hvor nærme kan man plassere disse punktene og fortsatt være i stand til å skille de fra hverandre i det resulterende bildet?

d) La oss så anta at vi vil digitalisere bildene fra avbildningssystemet beskrevet i deloppgave c) ved sampling med et regulært, rektangulært rutenettmønster (grid). Hvor tett må disse samplingspunktene (pikselpunktene) ligge?

e) Anta så at vi har samplet bildet med et rektangulært rutemønster med en tetthet som akkurat oppfyller kravet du kom frem til i deloppgave d).
(Man trenger ikke å ha funnet riktig løsning på deloppgave d) for å kunne besvare denne oppgaven.)
Vi ønsker så å redusere bildestørrelsen ved å velge ut annenhver piksel i hver akse. Hva gjør dette siste steget med den effektive samplingsraten?
Hva vil en slik reduksjon av bildestørrelsen kunne medføre?

f) Et alternativ til å kun plukke ut annenhver piksel, jfr. deloppgave e), er å heller la de pikslene man beholder bestå av et gjennomsnitt av de nærmeste 3x3 pikslene fra det originale bildet. Hvorfor vil dette være en bedre løsning?

g) Anta så at vi må velge mellom to hyllevareløsninger for å kvantisere pikslenes intensitet/gråtone. Den ene løsningen benytter B bits per piksel, mens den andre benytter dobbelt så mange bits per piksel. Hvor mange flere kvantiseringsnivåer vil den andre løsningen kunne gi oss?

2. Affine, geometriske transformer

Vi har jobbet en del med affine, geometriske transformer. Disse transformene kan skrives på følgende måte, der et koordinat/romlig punkt (x,y) blir transformert til (x',y'):

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 \\ b_0 & b_1 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Koeffisientene a_0, a_1, a_2 og b_0, b_1, b_2 bestemmer altså transformen.

a) Hvilke vanlige bildeoperasjoner kan man oppnå ved å benytte slike transformer?

b) Vis hvordan en hel sekvens med slike affine transformer kan uttrykkes som én enkelt affin transform.

c) Et alternativ til å bestemme en slik affin transform ved å sammenstille (som du beskrev i deloppgave b)) et sett med "grunnleggende" affine tranformer, er å benytte seg av kontrollpunkter. Beskriv hva som menes med kontrollpunkter, og forklar hvordan slike punkter kan benyttes til å bestemme koeffisientene i en affin transform.

d) Ved (praktisk) bruk av slike transformer har vi som oftest behov for å interpolere pikselverdier. Hvorfor?

3. Morfologi

a) ”Hit / miss”-transformasjonen er definert ved

$$A(*)S = A(*)\left[S_1, S_2\right] = (A \theta S_1) \cap (A^C \theta S_2)$$

der A er et binært bilde, og strukturelementet S er definert ved et par [S_1, S_2] av binære strukturelementer som ikke har noen felles elementer.
Anta at S_1 og S_2 er symmetriske, har felles origo og er hverandres komplement.
Bruk dualiteten mellom erosjon og dilasjon til å uttrykke
A(*)S ved bare A og S_1, altså uten å bruke A^C og S_2.

b) Beskriv hva man kan oppnå med operasjonene lukking og åpning, forklar hvordan den ene operasjonen kan utføres ved hjelp av den andre hvis struktureringselementet er symmetrisk, og forklar hva nytten av dette er.

4. Medianfiltrering

Gitt et 5x5 piksels gråtonebilde F:

1	2	1	8	9
2	3	2	6	8
2	7	8	9	7
1	3	9	3	4
2	1	2	3	3

a) Utfør en medianfiltrering av F med en kvadratisk 3x3 filtermaske med origo i midten. Vis tabellene for hvert ut-piksel, og utfør filtreringen bare der hele filteret ligger innenfor bildet.

b) Ved vektet medianfiltrering forteller vektene i filtermatrisen hvor mange ganger den underliggende pikselverdien skal kopieres over i en endimensjonal tabell før vi finner medianen.
Utfør en vektet medianfiltrering av bildet F med filteret.
Vis tabellene for hvert ut-piksel.
Sammenlign de to medianfiltreringene og beskriv effekten av den vektede medianfiltreringen.

0	1	0
1	3	1
0	1	0

c) Vi vet at et ordinært kvadratisk 3x3 medianfilter vil fjerne hjørnepikslene i rektangulære objekter i binære bilder, mens et pluss-formet 5x5 medianfilter vil bevare dem. Anta at et vektet 3x3 filter er gitt ved heltallene a, b og c

a	b	a
b	c	b
a	b	a

Finn et uttrykk for sammenhengen mellom a, b og c slik at rettvinklede hjørner til objekter med størrelse ≥ 2x2 piksler i binære bilder bevares.
Blir det noen forskjell mellom konvekse og konkave hjørner?
Begrunn gjerne med en liten skisse!

5. Kontrastendring ved lineær (affin) transform

Vi skal her jobbe med følgende lineære (affine) gråtonemapping:

$$T[i] = ai + b ,$$

der T[i] er hva pikselintensiteten i mappes til, og a og b er koeffisienter.

Om vi antar at vi har et gråtonebilde med en gjennomsnittspikselverdi, μ, og intensitetsvarians (det kvadrerte av standardavviket) lik σ^2, vil vi etter en slik affin transform ha et nytt pikselgjennomsnitt og varians på henholdsvis (om vi ser bort fra kvantiseringsfeil og mulige intensitetsklippeeffekter) $\mu_T = a\mu + b$ og $\sigma_T{}^2 = a^2\ \sigma^2$.

a) Beskriv først hva parametrene a og b gjør med et resultatbildes "lyshet" og "kontrast", samt hva parametrene gjør med et bildes gråtonehistogram.

b) Ved disse ligningene oppgitt i oppgaveintroduksjonen kan vi bestemme transformkoeffisientene, a og b, som gir et spesifikt bilde et bestemt intensitetsgjennomsnitt og en spesifikk varians. Dette kan benyttes, som sett i dette kurset, til å gi en hel serie bilder samme slik intensitetsgjennomsnitt og -varians. Hva forsøker man å oppnå ved å gjøre dette? Hva er intensitetsgjennomsnittet og -variansen et mål på?

c) Anta at et gråtonebilde har en middelverdi lik 100 og varians lik 400, altså μ = 100 og σ^2 = 400. Hvis man så ønsker at resultatbildet skal ha μ_T = 128 og $\sigma_T{}^2$ = 100, hvilken lineær gråtonetransform ville man benyttet?

6. Histogramutjevning og histogramtilpasning

Ved histogramutjevning benytter man på et gråtonebilde en global gråtonetransform i et forsøk på å gi et resultatbilde med mest mulig flatt gråtonehistogram. Slike globale gråtonetransformer er gitt ved en funksjon T[i], for pikselintensiteter i.

a) La oss anta vi har et bilde med et gråtonehistogram som ligner på en Gauss-kurve (en klokkeform). Videre ønsker vi å utføre en histogramutjevning på dette bildet. Beskriv og skisser gråtonetransformen, T, du ville benyttet for å oppnå dette.

b) Bekreft eller avkreft følgende påstand (husk at også her må svaret begrunnes): Om ikke et bildes gråtonehistogram allerede er helt flatt, vil man *aldri* kunne oppnå et helt flatt gråtonehistogram ved en fremgangsmåte som beskrevet i oppgaveintroduksjonen.

7. Konvolusjon

La intensiteten omkring pikselposisjonen (x,y) være modellert som kvadratisk i y-retningen men lineær i x-retningen:

$$f(x,y) = k_1+k_2x +k_3y+k_4y^2$$

I et lokalt 3x3 område rundt posisjonen (x,y) vil da intensitetene være

$k_1-k_2-k_3+k_4$	k_1-k_2	$k_1-k_2+k_3+k_4$
$k_1-k_3+k_4$	k_1	$k_1+k_3+k_4$
$k_1+k_2-k_3+k_4$	k_1+k_2	$k_1+k_2+k_3+k_4$

a) Vis at filtermasken

1	2	1
2	-12	2
1	2	1

gir et skalert estimat av den korrekte Laplace-verdien av denne modellen.

b) Hva oppnår vi ved å vise at dette filteret gir et estimat av den korrekte Laplace-verdien?

c) Forklar hvordan vi kan gjøre Laplace-estimatet som vi får med dette filteret (noe mer) robust for støy, og vis hvordan filtermasken ovenfor eventuelt blir modifisert.
Hva kaller vi et slikt filter?

Lykke til !