



# Relasjonsdatabasedesign

Flerverdiavhengigheter  
Høyere normalformer

# Flerverdiavhengigheter

Flerverdiavhengigheter brukes for å uttrykke andre integritetsregler enn de som kan uttrykkes ved FDer

# Eksempel: Øldatabase

Ølhandel(bryggeri, øltype, pub)

- Et bryggeri produserer en eller flere øltyper
- Flere bryggerier kan produsere den samme øltypen
- Bryggeriene selger øl til puber

Primærnøkkelen er (bryggeri, øltype, pub)

# Eksempelinstans - I

Ølhandel		
bryggeri	øltype	pub
Aass	juleøl	Andy's
Aass	bokkøl	Queens
Aass	lager	Queens
Ringnes	fatøl	Andy's
Ringnes	lager	Queens

# Øldatabase - integritetsregel

Legg til følgende integritetsregel:

- En pub som handler med et bryggeri, må tilby alle øltyper produsert av bryggeriet

Denne regelen kan ikke uttrykkes med FDer

Instansen på forrige side oppfyller ikke regelen

# Eksempelinstans - II

- Aass produserer juleøl, bokkøl og lager. Andy's selger juleøl fra Aass. Da må de selge bokkøl og lager fra Aass også.  
(Tilsvarende argumenter gjør at resten av de nye tuplene også må være med.)
- Integritetsregelen medfører at det må legges til tupler for å få en gyldig instans!

Ølhandel		
bryggeri	øltype	pub
Aass	juleøl	Andy's
Aass	bokkøl	Queens
Aass	lager	Queens
Ringnes	fatøl	Andy's
Ringnes	lager	Queens
Aass	bokkøl	Andy's
Aass	lager	Andy's
Aass	juleøl	Queens
Ringnes	lager	Andy's
Ringnes	fatøl	Queens

# Eksempelinstans - III

Det er ikke nok å si at (bryggeri, øltype, pub) er primærnøkkel, da får vi ikke utelukket instanser som den under:

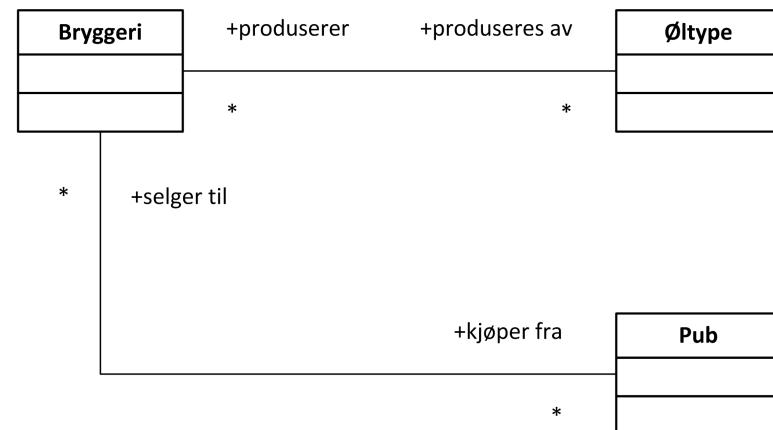
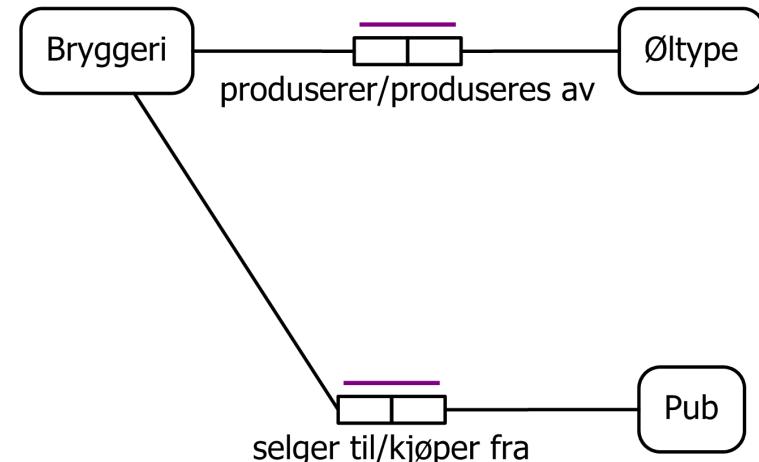
Ølhandel		
bryggeri	øltype	pub
Aass	juleøl	Andy's
Aass	bokkøl	Queens
Aass	lager	Queens
Ringnes	fatøl	Andy's
Ringnes	lager	Queens

# Øldatabasen uttrykt i ORM og UML

Diagrammene ivaretar integritetsregelen! Hvis vi (feilaktig) realiserer dette som én tabell, får vi Ølhandel(bryggeri, øltype, pub). I henhold til diagrammene ville et bedre skjema ha vært

Produksjon(bryggeri, øltype)  
Salgssted(bryggeri, pub)

Sammenhengen mellom de tre tabellene er at  
 $\text{Ølhandel} = \text{Produksjon} \bowtie \text{Salgssted}$



# Definisjon flerverdiavhengighet

- Gitt en relasjon  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$   
La  $X, Y$  være delmengder av  $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$   
La  $Z$  være de attributtene som hverken er med i  $X$  eller  $Y$
- $Y$  **er flerverdiavhengig av**  $X$  hvis vi for enhver lovlig instans av  $R$  har at hvis instansen inneholder to tupler  $t_1$  og  $t_2$  hvor  $t_1[X]=t_2[X]$ , så finnes det også to tupler  $u_1$  og  $u_2$  hvor
  - 1)  $u_1[X]=u_2[X]=t_1[X]=t_2[X]$
  - 2)  $u_1[Y]=t_1[Y], u_2[Y]=t_2[Y]$
  - 3)  $u_1[Z]=t_2[Z], u_2[Z]=t_1[Z]$

# Definisjon på norsk

Y er flerverdiavhengig av X hvis vi for alle lovlige instanser av R har at hvis instansen inneholder to tupler  $t_1$  og  $t_2$  som er like på X, så må den også inneholde to tupler  $u_1$  og  $u_2$  hvor

- 1)  $u_1$  er lik  $t_1$  på X og Y og lik  $t_2$  utenfor Y
- 2)  $u_2$  er lik  $t_2$  på X og Y og lik  $t_1$  utenfor Y

# MVD

- Vi skriver  $X \twoheadrightarrow Y$  (pil med dobbelt hode) hvis  $Y$  er flerverdiavhengig av  $X$
- Ofte snakker vi for korthets skyld om “MVDen  $X \twoheadrightarrow Y$ ” der MVD står for **Multi-Valued Dependency**

# Øldatabasen uttrykt ved FDer og MVDer

## Ølhandel(bryggeri, øltype, pub)

bryggeri, øltype, pub → Ø

Følger fra primærnøkkelen.

En FD der venstresiden inneholder samtlige attributter, er triviell - den er alltid oppfylt, så regelen over kan sløyfes uten at mengden av lovlige instanser endres. (Høyresiden er den tomme mengden.)

bryggeri → øltype, bryggeri → pub

Uttrykker det samme som integritetsregelen.

# Egenskaper ved MVDer - I

La Z være de attributtene som ikke er i XY.  
Hvis  $X \twoheadrightarrow Y$ , så  $X \twoheadrightarrow Z$ .

Dette følger direkte fra definisjonen av  
MVDer

# Egenskaper ved MVDer - II

Hvis  $Y \subseteq X$ , så  $X \twoheadrightarrow Y$

**Bevis:**

La  $t_1$  og  $t_2$  være to tupler som er like på  $X$ .

Velg  $u_1=t_2$  og  $u_2=t_1$ .

Da er  $u_1=t_1$  på  $X$  og  $Y$  og  $u_1=t_2$  utenfor  $Y$ , mens  $u_2=t_2$  på  $X$  og  $Y$  og  $u_2=t_1$  utenfor  $Y$ .

Det er definisjonen på at  $X \twoheadrightarrow Y$ .

# Egenskaper ved MVDer - III

Hvis  $XY$  er samtlige attributter i  $R$ , så  $X \twoheadrightarrow Y$

**Bevis:**

La  $t_1$  og  $t_2$  være to tupler som er like på  $X$ .

Velg  $u_1=t_1$  og  $u_2=t_2$ .

Da er  $u_1=t_1$  på  $X$  og  $Y$  og  $u_1=t_2$  utenfor  $Y$ ,  
mens  $u_2=t_2$  på  $X$  og  $Y$  og  $u_2=t_1$  utenfor  $Y$ .

Det er definisjonen på at  $X \twoheadrightarrow Y$ .

# Trivielle MVDer

$X \twoheadrightarrow Y$  kalles **triviell** hvis og bare hvis vi enten har at  $Y \subseteq X$  eller at  $XY$  er samtlige attributter i  $R$

# Egenskaper ved MVDer - IV

Hvis  $X \rightarrow Y$ , så  $X \twoheadrightarrow Y$

**Bevis:**

La  $t_1$  og  $t_2$  være to tupler som er like på  $X$ .

Siden  $X \rightarrow Y$ , er  $t_1[Y] = t_2[Y]$ .

Velg  $u_1=t_2$  og  $u_2=t_1$ .

Da er  $u_1=t_1$  på  $X$  og  $u_1=t_2$  utenfor  $Y$ ,

mens  $u_2=t_2$  på  $X$  og  $u_2=t_1$  utenfor  $Y$ .

Det er definisjonen på at  $X \twoheadrightarrow Y$ .

# Ekte MVDer

La  $Z$  være de attributtene som ikke er i  $XY$ .  
En *ikketriviell*  $X \twoheadrightarrow Y$  hvor vi *ikke* har  $X \rightarrow Y$  og  
*ikke*  $X \rightarrow Z$ , kalles en **ekte MVD**

$X \twoheadrightarrow Y$  er altså en ekte MVD hvis

- $Y$  ikke er inneholdt i  $X$
- $XY$  ikke er samtlige attributter  
(så  $Z$  inneholder minst ett attributt)
- ikke  $X \rightarrow Y$ , ikke  $X \rightarrow Z$

# Når har vi MVDer

- MVDer benyttes til å uttrykke integritetsregler:  
**bryggeri** → øltype, bryggeri → pub
- Ekte MVDer opptrer hovedsakelig hvis man plasserer to mange-til-mange-forhold i samme relasjon og de to forholdene ikke har avhengigheter seg imellom, f.eks.:

## Ansvarsforhold(person, hus, barn)

når det burde ha vært to relasjoner

## Eierskap(person, hus)

## Forsørger(person, barn)

Regler: person → hus  
person → barn

## Emne(kode, lærebok, foreleser)

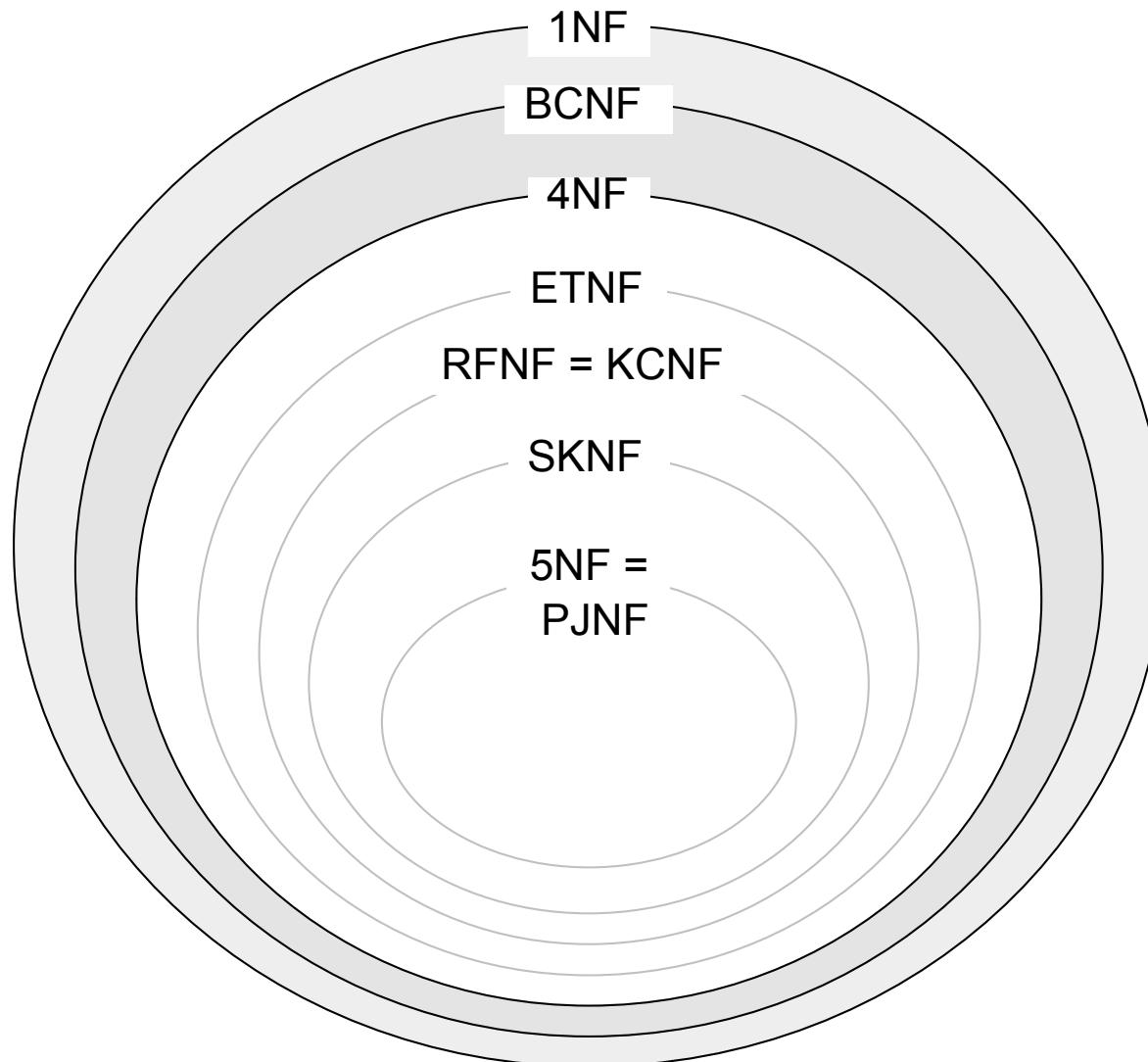
når det burde ha vært to relasjoner

## Emnelitteratur(kode, lærebok)

## Foreleser(kode, foreleser)

Regler: kode → lærebok  
kode → foreleser

# Høyere normalformer, oversikt



# Utgangspunkt for normalformen 4NF

Alle integritetsregler er i form av FDer og MVDer  
(i tillegg kan det være  
domeneskranker og fremmednøkler)

# Fjerde normalform

- **Definisjon 4NF** (Fagin 1977):  
En relasjon R er på **fjerde normalform** hvis alle ikke-trivielle MVDer  $X \twoheadrightarrow Y$  tilfredsstiller følgende:
  - i. X er en supernøkkel i R

# Egenskaper ved 4NF - I

- **Når R er på 4NF, er det ingen ekte MVDer, og alle ikke-trivielle FDer oppfyller BCNF**
- Bevisene for disse påstandene kommer på de neste sidene.
- Det følger fra dette at  $4NF \subseteq BCNF$

# 4NF - ingen ekte MVDer

- Gitt en relasjon R der regelsettet består av en mengde F av FDer og en mengde M av MVDer. Anta at R er på 4NF.
- Anta at M inneholder den ikke-trivuelle MVDen  $X \twoheadrightarrow Y$  eller at  $X \twoheadrightarrow Y$  følger fra (dvs. kan vises ved hjelp av) reglene i F og M. La Z være resten av attributtene.
- Siden X i henhold til kravene til 4NF da er en supernøkkel, følger det at vi ved hjelp av reglene i F og M kan vise at  $X \rightarrow YZ$ .
- Men da har vi også at  $X \rightarrow Y$ , så MVDen  $X \twoheadrightarrow Y$  er ikke ekte.

# 4NF - alle ikke-trivielle FDer oppfyller BCNF

- Gitt en relasjon R der regelsettet består av en mengde F av FDer og en mengde M av MVDer. Anta at R er på 4NF.
- Anta at F inneholder FDen  $X \rightarrow Y$  eller at  $X \rightarrow Y$  følger fra reglene i F og M, og anta at  $X \rightarrow Y$  er ikke-trivieell. Da har vi at  $X \rightarrow Y$  (se s. 17).
  - Hvis  $X \rightarrow Y$  er ikke-trivieell, er X ifølge 4NF-kravet en supernøkkel. Så da oppfyller  $X \rightarrow Y$  BCNF.
  - Hvis  $X \rightarrow Y$  er trivieell, så har vi ett av følgende:
    - enten:  $Y \subseteq X$ , men da er  $X \rightarrow Y$  trivieell - det er den ikke
    - eller: XY er samtlige attributter, men siden  $X \rightarrow Y$ , er i såfall X en supernøkkel, så  $X \rightarrow Y$  oppfyller BCNF.
  - Så uansett oppfyller  $X \rightarrow Y$  BCNF.
- Men da er kravet til BCNF oppfylt for alle ikke-trivielle FDer i R, så R er på BCNF. **Altså har vi at  $4NF \subseteq BCNF$ .**

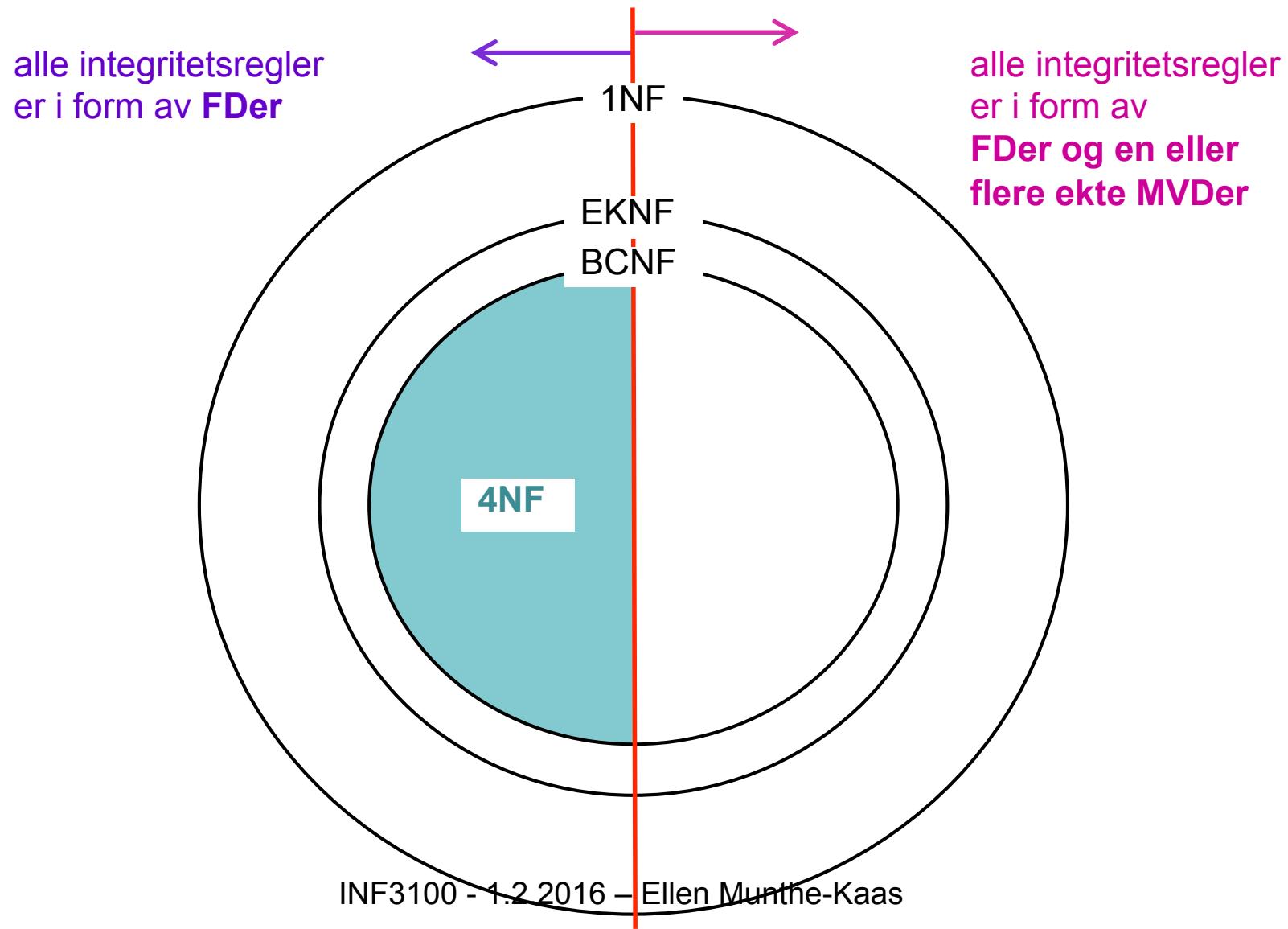
# Egenskaper ved 4NF - II

- Gitt en relasjon R der regelsettet består av en mengde F av FDer og en mengde M av MVDer. **Anta at R er på 4NF.**
  - Da kan vi erstatte hver ikke-trivielle MVD  $X \twoheadrightarrow Y$  i M med FDen  $X \rightarrow Y$  (fjern  $X \twoheadrightarrow Y$  fra M og legg  $X \rightarrow Y$  til F).
  - Det nye regelsettet er ekvivalent med det opprinnelige, men inneholder ingen MVDer (bare FDer).

# Når er en relasjon BCNF, men ikke 4NF?

- En relasjon oppfyller BCNF og bryter 4NF når alle ikke-trivielle FDer  $X \rightarrow Y$  er slik at X er en supernøkkel, samtidig som det finnes en **ekte** MVD  $Z \twoheadrightarrow W$ .
- Så MVDen  $Z \twoheadrightarrow W$  medfører at det er en begrensning på mengden av lovlige instanser utover det FDene angir.
- Eks: R(ABCDE),  $A \twoheadrightarrow BC$ ,  $BCD \rightarrow AE$   
Kandidatnøkkel: BCD.  $A \twoheadrightarrow BC$  er en ekte MVD.  
(For å vise at  $A \twoheadrightarrow BC$  er ekte, må vi vise at vi *ikke* har  $A \rightarrow BC$  eller  $A \rightarrow DE$ . Algoritmer for dette kommer senere i foilsettet.)

# Normalformene EKNF-BCNF-4NF



# Eksempel på brudd på 4NF

Ølhandel		
bryggeri	øltype	pub
Aass	juleøl	Andy's
Aass	bokkøl	Queens
Aass	lager	Queens
Ringnes	fatøl	Andy's
Ringnes	lager	Queens
Aass	bokkøl	Andy's
Aass	lager	Andy's
Aass	juleøl	Queens
Ringnes	lager	Andy's
Ringnes	fatøl	Queens

Ølhandel har ingen ikke-trivielle FDer  
(så den er på BCNF)

Ølhandel har ekte MVDer bryggeri → øltype  
og bryggeri → pub (så den bryter 4NF)

Ølhandel kan og bør dekomponeres slik:

Produksjon		Salgssted	
bryggeri	øltype	bryggeri	pub
Aass	bokkøl	Aass	Andy's
Aass	juleøl	Aass	Queens
Aass	lager	Ringnes	Andy's
Ringnes	fatøl	Ringnes	Queens
Ringnes	lager		

# Chasealgoritmen utvidet for MVDer

Gitt en dekomposisjon av  $R(A,B,\dots)$  til relasjonene  $S_1, \dots, S_k$  og et sett  $F$  med FDer og et sett  $M$  med MVDer for  $R$ . Er dekomposisjonen tapsfri?

1. Lag en tabell med en kolonne for hvert attributt i  $R$  og en rad for hver  $S_i$
2. I kolonnen for attributt  $A$ , for hver rad  $i$ :
  - Skriv  $a$  hvis  $A$  er et attributt i  $S_i$
  - Skriv  $a_i$  hvis  $A$  ikke er et attributt i  $S_i$
3. Så lenge det skjer forandringer i tabellen og det ikke finnes en rad uten subskriptverdier:
  - For hver FD  $X \rightarrow Y$ , for alle rader i tabellen med lik  $X$ -verdi, gjør  $Y$ -verdiene like. Hvis en av  $Y$ -ene er en verdi uten subskript, skal denne velges.
  - For hver MVD  $X \twoheadrightarrow Y$ , for alle par av rader med lik  $X$ -verdi, lag to nye rader der  $Y$ -verdiene er byttet om.
- Hvis en rad er uten subskriptverdier, er dekomposisjonen tapsfri, ellers ikke.

# Annen bruk av chasealgoritmen

- For å vise en FD  $X \rightarrow Y$ , start med to rader i tabellen:
  - Rad 1: I kolonnen for attributt A, skriv a
  - Rad 2: I kolonnen for attributt A, skriv a hvis A er et attributt i X, og skriv  $a_2$  ellers.Målet er å komme frem til en instans der Y-attributtene i rad 2 er uten subskriptverdier.
- For å vise en MVD  $X \twoheadrightarrow Y$ , start tabellen med to rader der den ene raden har verdier uten subskript for attributtene i X og Y, mens den andre raden har verdier uten subskript for attributtene i X og Z, der Z er resten av attributtene i tabellen.  
(Resten av attributtene i rad 1 og 2 har verdier med subskript.)  
Målet er å komme frem til en instans der en eller annen av radene er uten subskriptverdier.

# Annen bruk av chasealgoritmen: Eksempel

- Gitt  $R(A,B,C,D)$  med  $A \rightarrow B$  og  $B \rightarrow C$ .  
Vis  $A \rightarrow C$ .

Start chase med tabellen

A	B	C	D
a	$b_1$	c	$d_1$
a	b	$c_2$	d

# Tapsfri dekomposisjon til 4NF

Gitt en relasjon R med en mengde FDer F og en mengde MVDer M.

Dekomponer i henhold til enten punkt 1 eller punkt 2 inntil det ikke lenger er noen brudd på BCNF og ikke lenger noen ekte MVDer i noen av relasjonene:

1. Hvis  $X \rightarrow A$  er et brudd på BCNF i R:

- La Y være størst mulig slik at  $X \rightarrow Y$  der Y ikke overlapper med X.  
La Z være de attributtene i R som ikke er i XY. †
- Dekomponer R til S(XY) og T(XZ).

2. Hvis  $X \twoheadrightarrow Y$  er en ekte MVD i R:

- La Z være de attributtene i R som ikke er i XY.
- Dekomponer R til S(XY) og T(XZ).

† Bruk chasealgoritmen på en tabell med to rader der den første raden har verdier uten subskripter, og den andre har verdier uten subskripter i X, men med subskripter i resten av attributtene. De av attributtene i andre rad som har verdier uten subskripter når chasealgoritmen avslutter, og som ikke er i X, er med i Y. Resten er i Z.

# Hvordan finne alle kandidatnøkler i nærvær av MVDer I

Gitt en relasjon R med en mengde FDer F og en mengde MVDer M. La W være samtlige attributter i R. Da er X en kandidatnøkkel i R hvis og bare hvis begge følgende punkter holder:

- (a)  $X \rightarrow W$  følger fra F og M.
- (b) Uansett valg av en A i X er det **ikke** slik at  $(X-A) \rightarrow W$  følger fra F og M.

Vi finner kandidatnøklene ved systematisk å bygge alle mulige attributtmengder X (bottom-up) og undersøke for hver om  $X \rightarrow W$  oppfyller kriteriene (a) og (b). Til dette brukes chasealgoritmen.

# Hvordan finne alle kandidatnøkler i nærvær av MVDer II

For å begrense hvor mange X-er vi må anvende chasealgoritmen på, bruker vi følgende observasjoner:

1. Hvis et attributt A ikke forekommer i noen høyreside i F, må A være med i alle kandidatnøklene.
2. Hvis et attributt A er med i minst én høyreside i F, men ingen venstresider i F eller M, er A ikke med i noen av kandidatnøklene.

# Hvordan finne alle kandidatnøkler i nærvær av MVDer III

Algoritme for å finne alle kandidatnøkler.

1. Sett  $X$  lik mengden av attributter som ikke forekommer i noen høyreside i  $F$ .
2. Utvid systematisk  $X$  på alle mulige måter med attributter som forekommer i minst én venstreside i  $F$  eller  $M$ . For hver slik  $X$ , undersøk med chasealgoritmen om  $X \rightarrow W$  (der  $W$  er samtlige attributter). Stans utvidelsen av en  $X$  hvis  $X \rightarrow W$  holder, dvs.  $X$  oppfyller kriterium (a). Hvis  $X$  også oppfyller kriterium (b), er  $X$  en kandidatnøkkel.

# Oppsummering normalformer I

- Hvis en relasjon inneholder **ekte MVDer**, skal den **alltid dekomponeres** for å bli kvitt disse
  - Dette gjelder også selv om det ikke er mulig å finne en dekomposisjon som er FD-bevarende
  - Grunnen er at ekte MVDer innen en relasjon gir eksplosjon i plassbehovet

# Oppsummering normalformer II

- Hvis en relasjon ikke inneholder ekte MVDer (dvs. integritetsreglene kan uttrykkes ved **bare FDer**) og noen av FDene bryter BCNF, skal vi **vurdere å dekomponere**.
- Graden av dekomposisjon må balanseres mot behovet for joinoperasjoner siden joinoperasjoner er ressurskrevende.
- Hva som er best, kommer an på
  - om det finnes en dekomposisjon som er FD-bevarende eller ikke
  - frekvensen av lese- kontra skriveoperasjoner:  
Skriveoperasjoner som involverer sjekk av FDer som går på tvers av relasjoner, krever joinoperasjoner
  - hva slags queries som kan forekomme, og frekvensen av forskjellige typer queries: Leseoperasjoner som involverer flere relasjoner, krever joinoperasjoner

# Ekstramateriale

# Armstrongs slutningsregler utvidet til MVDer

1. Refleksivitet FD: Hvis  $Y \subseteq X$ , så  $X \rightarrow Y$
2. Utvidelse FD: Hvis  $X \rightarrow Y$ , så  $XZ \rightarrow YZ$
3. Transitivitet FD: Hvis  $X \rightarrow Y$  og  $Y \rightarrow Z$ , så  $X \rightarrow Z$
4. Komplement MVD: Hvis  $Z$  er de attributtene som  $XY$  ikke omfatter, og  $X \twoheadrightarrow Y$ , så  $X \twoheadrightarrow Z$ .
5. Utvidelse MVD: Hvis  $X \twoheadrightarrow Y$  og  $Z \subseteq W$ , så  $XW \twoheadrightarrow YZ$
6. Transitivitet MVD:  
Hvis  $X \twoheadrightarrow Y$  og  $Y \twoheadrightarrow Z$ , så  $X \twoheadrightarrow Z - Y$
7. FDer er MVDer: Hvis  $X \rightarrow Y$  så  $X \twoheadrightarrow Y$
8. Sammensmelting:  
Hvis  $X \twoheadrightarrow Y$ ,  $W \rightarrow Z$ ,  $W \cap Y = \emptyset$  og  $Z \subseteq Y$ , så  $X \rightarrow Z$

Regelsettet er sunt og komplett for MVDer og FDer

# Alternative regelsett

1. Refleksivitet FD: Hvis  $Y \subseteq X$ , så  $X \rightarrow Y$
2. En av følgende:
  - Ekstensjon FD: Hvis  $X \rightarrow Y$ , så  $X \rightarrow XY$
  - Union FD: Hvis  $X \rightarrow Y$  og  $X \rightarrow Z$ , så  $X \rightarrow YZ$
3. Transitivitet FD: Hvis  $X \rightarrow Y$  og  $Y \rightarrow Z$ , så  $X \rightarrow Z$
4. R-aksiom:  $\emptyset \rightarrow R$  (der R er samtlige attributter)
5. En av følgende:
  - Union MVD: Hvis  $X \twoheadrightarrow Y$  og  $X \twoheadrightarrow Z$ , så  $X \twoheadrightarrow YZ$
  - Snitt MVD: Hvis  $X \twoheadrightarrow Y$  og  $X \twoheadrightarrow Z$ , så  $X \twoheadrightarrow Y \cap Z$
  - Differanse MVD: Hvis  $X \twoheadrightarrow Y$  og  $X \twoheadrightarrow Z$ , så  $X \twoheadrightarrow Z - Y$
6. Pseudotransitivitet MVD og MVD: Hvis  $X \twoheadrightarrow Y$  og  $Y \twoheadrightarrow Z$ , så  $X \twoheadrightarrow Z - Y$
7. FDer er MVDer: Hvis  $X \rightarrow Y$ , så  $X \twoheadrightarrow Y$
8. Pseudotransitivitet MVD og FD: Hvis  $X \twoheadrightarrow Y$  og  $Y \rightarrow Z$ , så  $X \rightarrow Z - Y$

Regelsettene er sunne og komplette for MVDer og FDer.