Ukeoppgaver, FDer og dekomponering

1 Oppgaver

Løsningsforslag lengre ned i dokumentet.

Oppg. 1 La $R(A, B, C, D, E)$ være en relasjon med FDer $\{AB \to C, CD \to E)\}$. Anta at domenene til attributtene er disjunkte, og at det finnes høyst 3 distinkte verdier i domenene til A, B, og D. Hva er det det høyeste antall verdier for E en lovlig instans av R kan ha?

Oppg. 2 La $R(A, B, C)$ være en relasjon med FDer $\{A \to BC, B \to A\}$. Finn alle kandidatnøkler for R, samt alle tapsfrie dekomponeringer av R slik at R selv ikke inngår, og ingen relasjon er inkludert i en annen (så vi tar ikke med for eksempel $\{AB, B, BC\}$, siden B er inkludert i BC).

Oppg. 3 Fagins teorem sier at en dekomponering av $R(X, Y, Z)$ til $\{XY, XZ\}$ er tapsfri for en mengde FDer F hvis og bare hvis en av $\{X \to Y, X \to Z\}$ er med i F^+. X, Y, og Z er her mengder av attributter. Bevis teoremet; husk begge retninger. Vanskeligere, men mer tilfredsstillende: Bevis teoremet uten å bruke chase.

2 Løsningsforslag

På neste side.

Oppg. 1 A og B avhenger ikke av noe, så dem i mellom tillates alle tupler. Siden det er høyst tre mulige verdier for hver, blir det maks ni mulige AB-tupler. $AB \to C$ betyr at hvor hvert AB-tuppel kan vi bare ha ett ABC-tuppel, så det er maks ni slike. Hva med $ABCD$? Jo, D er ikke avhengig av ABC, så vi kan ha tre $ABCD$-tupler for hvert ABC-tuppel, ergo maks 27 slike. E, derimot, er avhengig av $ABCD$, så det endelige svaret forblir 27.

Oppg. 2 A og B er begge kandidatnøkler, siden $B \to C$ via A (transitivitet av FDer). Det er 8 mulige dekomponeringer:

$$\{AB, BC, AC\}, \{AB, BC\}, \{AB, AC\}, \{AC, BC\}, \{A, BC\}, \{AB, C\}, \{AC, B\}, \{A, B, C\}$$

De på formen $\{X, YZ\}$, samt $\{A, B, C\}$, kan ikke være tapsfrie siden relasjonene ikke har felles attributter (dermed er naturlig join likt kartesisk produkt, og vi kan alltid få ekstra tupler). Vi står igjen med $\{AB, BC, AC\}, \{AB, BC\}, \{AB, AC\}, \{AC, BC\}$, og de er alle tapsfrie, siden alle attributter er avhengige av både A og B. Test gjerne med chase!

Oppg. 3 Bare hvis: Trenger ikke chase, egentlig. Anta at verken $X \to Y$ eller $X \to Z$ følger av F. Da kan vi ha en instans $\{R(a_x, b_y, c_z), R(a_x, d_y, e_z)\}$ hvor alle tuplene $a_x, b_y, \ldots$ er ulike. Naturlig join av projiseringen får da de ekstra tuplene $\{R(a_x, b_y, e_z), R(a_x, d_y, c_z)\}$.

Hvis-retningen: Verifiseres veldig enkelt med chase. Uten chase kan man argumentere som følger. Hvis $X \to Y$ holder, så holder også $XZ \to Y$, siden XZ er en supernøkkel. Det betyr at for hvert tuppel XZ finnes det nøyaktig en match i XY. Men hvert tuppel fra R gir opphav til nøyaktig ett mulig tuppel i både XY og XZ, som er den matchen. Dermed får vi at den naturlige join av XY og XZ rekonstruerer R uten ekstra tupler. For $X \to Z$ er situasjonen helt symmetrisk.