INF3170 – Logikk

Forelesning 1: Introduksjon og mengdelære

Christian Mahesh Hansen

Institutt for informatikk, Universitetet i Oslo

22. januar 2007

Dagens plan

1. Praktisk informasjon
2. Hva skal vi lære?
3. Mengdelære

- Foreleser:
  - Christian Mahesh Hansen (`chrisha@ifi.uio.no`)
  - Kontor 2403, 2. etasje, Ifi
  - Gjesteforelesere i løpet av semesteret?

- Foreleser:
  - Christian Mahesh Hansen (`chrisha@ifi.uio.no`)
  - Kontor 2403, 2. etasje, Ifi
  - Gjesteforelesere i løpet av semesteret?
- Nettside:
  - `http://www.ifi.uio.no/inf3170`

- Foreleser:
  - Christian Mahesh Hansen (`chrisha@ifi.uio.no`)
  - Kontor 2403, 2. etasje, Ifi
  - Gjesteforelesere i løpet av semesteret?
- Nettside:
  - `http://www.ifi.uio.no/inf3170`
- Forelesning:
  - Mandag 14:15 – 16:00
  - Lille auditorium

- Foreleser:
  - Christian Mahesh Hansen (`chrisha@ifi.uio.no`)
  - Kontor 2403, 2. etasje, Ifi
  - Gjesteforelesere i løpet av semesteret?
- Nettside:
  - `http://www.ifi.uio.no/inf3170`
- Forelesning:
  - Mandag 14:15 – 16:00
  - Lille auditorium
- Gruppeundervisning:
  - Onsdag 12:15 – 14:00, 3A, Ifi
  - Første gruppetime: onsdag 31. januar
  - Gruppelærere:
    - Bjarne Holen (`bjarneh@ifi.uio.no`)
    - Arild Waaler (`arild@ifi.uio.no`)

Obliger og eksamen

Obliger

- Planlagt 3 obliger.
- Se hjemmesiden for tidsfrister og regler.
- Bedømmes til bestått/ikke bestått.
- Alle obligene må bestås for å kunne gå opp til eksamen.

Obliger og eksamen

Obliger

- Planlagt 3 obliger.
- Se hjemmesiden for tidsfrister og regler.
- Bedømmes til bestått/ikke bestått.
- Alle obligene må bestås for å kunne gå opp til eksamen.

Eksamen

- Ingen midttermineksamen.
- Avsluttende eksamen: muntlig *eller* skriftlig.
- Bokstavkarakterer – avsluttende eksamen teller 100%

Pensum

- Definert av det som gjennomgås på forelesning og gruppeundervisning, samt obliger.
- Foiler deles ut på forelesning og legges ut på nettsiden.
- Ingen lærebok, men. . .

Støttelitteratur

Ikke pensum i seg selv, frivillig ekstralesing!

J. Gallier.
Logic for Computer Science - Foundations of Automated Theorem Proving

Støttelitteratur

Ikke pensum i seg selv, frivillig ekstralesing!

J. Gallier.
Logic for Computer Science - Foundations of Automated Theorem Proving

- Ligger tett opptil forelest pensum i kurset.

Støttelitteratur

Ikke pensum i seg selv, frivillig ekstralesing!

J. Gallier.
Logic for Computer Science - Foundations of Automated Theorem Proving

- Ligger tett opptil forelest pensum i kurset.
- Oppdatert versjon fra 2003 tilgjengelig for gratis nedlasting.

Støttelitteratur

Ikke pensum i seg selv, frivillig ekstralesing!

J. Gallier.
Logic for Computer Science - Foundations of Automated Theorem Proving

- Ligger tett opptil forelest pensum i kurset.
- Oppdatert versjon fra 2003 tilgjengelig for gratis nedlasting.
- Kun kapitlene 3, 4, 5 og 8 er aktuelle.

Støttelitteratur

Ikke pensum i seg selv, frivillig ekstralesing!

J. Gallier.
Logic for Computer Science - Foundations of Automated Theorem Proving

- Ligger tett opptil forelest pensum i kurset.
- Oppdatert versjon fra 2003 tilgjengelig for gratis nedlasting.
- Kun kapitlene 3, 4, 5 og 8 er aktuelle.

M. C. Fitting.
First-Order Logic and Automated Theorem Proving

Tenk deg en verden. . .

. . . der setninger er enten sanne eller usanne.

Tenk deg en verden. . .

. . . der setninger er enten sanne eller usanne.

Eksempel

Setning: *"Ole liker logikk."*

Tenk deg en verden...

...der setninger er enten sanne eller usanne.

Eksempel

Setning: "Ole liker logikk."

- *Hvis "Ole liker logikk" er sann, så er setningen sann.*

Tenk deg en verden. . .

. . . der setninger er enten sanne eller usanne.

Eksempel

Setning: "Ole liker logikk."

- *Hvis "Ole liker logikk" er sann, så er setningen sann.*
- *Hvis "Ole liker logikk" er usann, så er setningen usann.*

Tenk deg en verden. . .

. . . der setninger er enten sanne eller usanne.

Eksempel

Setning: "Ole liker logikk."

- *Hvis "Ole liker logikk" er sann, så er setningen sann.*
- *Hvis "Ole liker logikk" er usann, så er setningen usann.*
- *Setningens sannhetsverdi avhenger av hvorvidt "Ole liker logikk" er sann eller usann.*

Sann-eller-usann-verden

Eksempel

Setning: *"Ole liker logikk og Ole liker programmering."*

Sann-eller-usann-verden

Eksempel

Setning: "Ole liker logikk og Ole liker programmering."

- *Hvis både "Ole liker logikk" og "Ole liker programmering" er sanne, så er setningen sann.*

Sann-eller-usann-verden

Eksempel

Setning: "Ole liker logikk og Ole liker programmering."

- *Hvis både "Ole liker logikk" og "Ole liker programmering" er sanne, så er setningen sann.*
- *Hvis "Ole liker logikk" eller "Ole liker programmering" er usann, så er setningen usann.*

Sann-eller-usann-verden

Eksempel

Setning: "Ole liker logikk og Ole liker programmering."

- *Hvis både "Ole liker logikk" og "Ole liker programmering" er sanne, så er setningen sann.*
- *Hvis "Ole liker logikk" eller "Ole liker programmering" er usann, så er setningen usann.*
- *Setningens sannhetsverdi avhenger av sannhetsverdien til "Ole liker logikk" og "Ole liker programmering".*

Sann-eller-usann-verden

Eksempel

Setning: "Ole liker logikk eller Ole liker ikke logikk."

Sann-eller-usann-verden

Eksempel

Setning: "Ole liker logikk eller Ole liker ikke logikk."

- *Hvis "Ole liker logikk" er usann, så er "Ole liker ikke logikk" sann.*

Sann-eller-usann-verden

Eksempel

Setning: "Ole liker logikk eller Ole liker ikke logikk."

- *Hvis "Ole liker logikk" er usann, så er "Ole liker ikke logikk" sann.*
- *Hvis "Ole liker logikk" er sann, så er "Ole liker ikke logikk" usann.*

Sann-eller-usann-verden

Eksempel

Setning: "Ole liker logikk eller Ole liker ikke logikk."

- *Hvis "Ole liker logikk" er usann, så er "Ole liker ikke logikk" sann.*
- *Hvis "Ole liker logikk" er sann, så er "Ole liker ikke logikk" usann.*
- *Setningens sannhetsverdi er helt uavhengig av sannhetverdien til "Ole liker logikk"!*

Sann-eller-usann-verden

Eksempel

Setning: "Ole liker logikk eller Ole liker ikke logikk."

- *Hvis "Ole liker logikk" er usann, så er "Ole liker ikke logikk" sann.*
- *Hvis "Ole liker logikk" er sann, så er "Ole liker ikke logikk" usann.*
- *Setningens sannhetsverdi er helt uavhengig av sannhetverdien til "Ole liker logikk"!*
- *Det er umulig å gjøre setningen usann, den er sann på grunn av måten den er konstruert på.*

Oversikt over kurset

Oversikt over kurset

- Logisk symbolspråk – bygge opp formelle setninger.

Oversikt over kurset

- Logisk symbolspråk – bygge opp formelle setninger.
- Semantikk – en presis måte å tolke formelle setninger på.

Oversikt over kurset

- Logisk symbolspråk – bygge opp formelle setninger.
- Semantikk – en presis måte å tolke formelle setninger på.
- Logisk kalkyle – regneregler for å finne ut om en formell setning alltid er sann uavhengig av tolkning.

Oversikt over kurset

- Logisk symbolspråk – bygge opp formelle setninger.
- Semantikk – en presis måte å tolke formelle setninger på.
- Logisk kalkyle – regneregler for å finne ut om en formell setning alltid er sann uavhengig av tolkning.
- Sunnhet og kompletthet av logiske kalkyler.

Oversikt over kurset

- Logisk symbolspråk – bygge opp formelle setninger.
- Semantikk – en presis måte å tolke formelle setninger på.
- Logisk kalkyle – regneregler for å finne ut om en formell setning alltid er sann uavhengig av tolkning.
- Sunnhet og kompletthet av logiske kalkyler.
- Nyttige teknikker for å lage søkealgoritmer for logiske kalkyler.

Oversikt over kurset

- Logisk symbolspråk – bygge opp formelle setninger.
- Semantikk – en presis måte å tolke formelle setninger på.
- Logisk kalkyle – regneregler for å finne ut om en formell setning alltid er sann uavhengig av tolkning.
- Sunnhet og kompletthet av logiske kalkyler.
- Nyttige teknikker for å lage søkealgoritmer for logiske kalkyler.

Oppgave

Setning: "Det finnes en person x slik at hvis x liker logikk så liker alle personer logikk."

Oversikt over kurset

- Logisk symbolspråk – bygge opp formelle setninger.
- Semantikk – en presis måte å tolke formelle setninger på.
- Logisk kalkyle – regneregler for å finne ut om en formell setning alltid er sann uavhengig av tolkning.
- Sunnhet og kompletthet av logiske kalkyler.
- Nyttige teknikker for å lage søkealgoritmer for logiske kalkyler.

Oppgave

Setning: "Det finnes en person x slik at hvis x liker logikk så liker alle personer logikk."

- *Er det mulig å gjøre denne setningen usann. . . ?*

Mengder

Definisjon

- *En mengde er en endelig eller uendelig samling objekter der innbyrdes rekkefølge og antall forekomster av hvert objekt ignoreres.*

Mengder

Definisjon

- *En mengde er en endelig eller uendelig samling objekter der innbyrdes rekkefølge og antall forekomster av hvert objekt ignoreres.*
- *Objektene i en mengde kalles elementer.*

Mengder

Definisjon

- *En mengde er en endelig eller uendelig samling objekter der innbyrdes rekkefølge og antall forekomster av hvert objekt ignoreres.*
- *Objektene i en mengde kalles elementer.*
- *Hvis a er element i mengden S, skriver vi $a \in S$. Hvis a ikke er element i S, skriver vi $a \notin S$.*

Mengder

Definisjon

- *En mengde er en endelig eller uendelig samling objekter der innbyrdes rekkefølge og antall forekomster av hvert objekt ignoreres.*
- *Objektene i en mengde kalles elementer.*
- *Hvis a er element i mengden S, skriver vi $a \in S$. Hvis a ikke er element i S, skriver vi $a \notin S$.*
- *To mengder S og T er like, $S = T$, hvis de inneholder de samme elementene.*

Mengder

Definisjon

- *En mengde er en endelig eller uendelig samling objekter der innbyrdes rekkefølge og antall forekomster av hvert objekt ignoreres.*
- *Objektene i en mengde kalles elementer.*
- *Hvis a er element i mengden S, skriver vi $a \in S$. Hvis a ikke er element i S, skriver vi $a \notin S$.*
- *To mengder S og T er like, $S = T$, hvis de inneholder de samme elementene.*

Notasjon

Mengden med elementene a, b, c og d skrives ofte $\{a, b, c, d\}$.

Mengder

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$

Mengder

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$
- $d \notin \{a, b, c\}$

Mengder

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$
- $d \notin \{a, b, c\}$
- $1 \in \{a, 1, \gamma, \Phi\}$

Mengder

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$
- $d \notin \{a, b, c\}$
- $1 \in \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $2 \notin \{a, 1, \gamma, \Phi\}$

Mengder

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$
- $d \notin \{a, b, c\}$
- $1 \in \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $2 \notin \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $\{a, b\} = \{b, a\}$

Mengder

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$
- $d \notin \{a, b, c\}$
- $1 \in \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $2 \notin \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $\{a, b\} = \{b, a\}$
- $\{a, a, b\} = \{a, b\}$

Mengder

Eksempel

- $a \in \{a, b, c\}$
- $d \notin \{a, b, c\}$
- $1 \in \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $2 \notin \{a, 1, \gamma, \Phi\}$
- $\{a, b\} = \{b, a\}$
- $\{a, a, b\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \neq \{b, c\}$ *(mengdene er ulike)*

Noen spesielle mengder

Definisjon (Den tomme mengden)

- *Den tomme mengden er mengden som ikke inneholder noen elementer.*

Noen spesielle mengder

Definisjon (Den tomme mengden)

- *Den tomme mengden er mengden som ikke inneholder noen elementer.*
- *Skrives ofte* $\{\}$ *eller* $\emptyset$.

Noen spesielle mengder

Definisjon (Den tomme mengden)

- *Den tomme mengden er mengden som ikke inneholder noen elementer.*
- *Skrives ofte* $\{\}$ *eller* $\emptyset$.

Definisjon (Singletonmengde)

En singletonmengde er en mengde som har nøyaktig ett element.

Noen spesielle mengder

Definisjon (Den tomme mengden)

- *Den* *tomme mengden* *er mengden som ikke inneholder noen elementer.*
- *Skrives ofte* $\{\}$ *eller* $\emptyset$.

Definisjon (Singletonmengde)

En *singletonmengde* *er en mengde som har nøyaktig ett element.*

Eksempel

Både $\{a\}$, $\{b\}$ *og* $\{b, b\}$ *er singletonmengder.*

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Unionen av to mengder S og T er den mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Unionen av to mengder S og T er den mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Unionen av to mengder S og T er den mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} =$

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Unionen av to mengder S og T er den mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Unionen av to mengder S og T er den mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$
- $\{a, b\} \cup \{b, c\} =$

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Unionen av to mengder S og T er den mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$
- $\{a, b\} \cup \{b, c\} = \{a, b, c\}$

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Unionen av to mengder S og T er den mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$
- $\{a, b\} \cup \{b, c\} = \{a, b, c\}$
- $\{1, 2, 3\} \cup \emptyset =$

Union – slå sammen mengder

Definisjon (Union)

- *Unionen av to mengder S og T er den mengden som inneholder alle objekter som er element i S eller T.*
- *Unionen av S og T skrives ofte $S \cup T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cup \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$
- $\{a, b\} \cup \{b, c\} = \{a, b, c\}$
- $\{1, 2, 3\} \cup \emptyset = \{1, 2, 3\}$

Snitt – felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis* S *og* T *er mengder, så er* *snittet* *mellom* S *og* T*, eller* S *snittet med* T*, mengden som inneholder alle objekter som er element i både* S *og* T*.*

Snitt – felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis* S *og* T *er mengder, så er* *snittet* *mellom* S *og* T, *eller* S *snittet med* T, *mengden som inneholder alle objekter som er element i både* S *og* T.
- S *snittet med* T *skrives ofte* $S \cap T$.

Snitt – felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er snittet mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} =$

Snitt – felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er* snittet *mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} = \emptyset$

Snitt – felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er* snittet *mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} = \emptyset$
- $\{a, b\} \cap \{b, c\} =$

Snitt – felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er snittet mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} = \emptyset$
- $\{a, b\} \cap \{b, c\} = \{b\}$

Snitt – felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er snittet mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} = \emptyset$
- $\{a, b\} \cap \{b, c\} = \{b\}$
- $\{1, 2, 3\} \cap \emptyset =$

Snitt – felles elementer

Definisjon (Snitt)

- *Hvis S og T er mengder, så er snittet mellom S og T, eller S snittet med T, mengden som inneholder alle objekter som er element i både S og T.*
- *S snittet med T skrives ofte $S \cap T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \cap \{c, d\} = \emptyset$
- $\{a, b\} \cap \{b, c\} = \{b\}$
- $\{1, 2, 3\} \cap \emptyset = \emptyset$

Mengdedifferanse – fjerne elementer

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*

Mengdedifferanse – fjerne elementer

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Mengdedifferanse – fjerne elementer

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} =$

Mengdedifferanse – fjerne elementer

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$

Mengdedifferanse – fjerne elementer

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} =$

Mengdedifferanse – fjerne elementer

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} = \{a\}$

Mengdedifferanse – fjerne elementer

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} = \{a\}$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset =$

Mengdedifferanse – fjerne elementer

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} = \{a\}$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset = \{1, 2, 3\}$

Mengdedifferanse – fjerne elementer

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} = \{a\}$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset = \{1, 2, 3\}$
- $\emptyset \setminus \{a, b, c\} =$

Mengdedifferanse – fjerne elementer

Definisjon (Mengdedifferanse)

- *Hvis S og T er mengder, så er mengdedifferansen mellom S og T, eller S minus T, mengden som inneholder alle objekter som er element i S men ikke element i T.*
- *S minus T skrives ofte $S \setminus T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \setminus \{c, d\} = \{a, b\}$
- $\{a, b\} \setminus \{b, c\} = \{a\}$
- $\{1, 2, 3\} \setminus \emptyset = \{1, 2, 3\}$
- $\emptyset \setminus \{a, b, c\} = \emptyset$

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde S er en delmengde av en mengde T hvis alle elementer i S også er elementer i T.*

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde S er en delmengde av en mengde T hvis alle elementer i S også er elementer i T.*
- *Skrives ofte $S \subseteq T$.*

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde S er en delmengde av en mengde T hvis alle elementer i S også er elementer i T.*
- *Skrives ofte $S \subseteq T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde S er en delmengde av en mengde T hvis alle elementer i S også er elementer i T.*
- *Skrives ofte $S \subseteq T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b\} \subseteq \{a, b\}$ *(enhver mengde er en delmengde av seg selv)*

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde S er en delmengde av en mengde T hvis alle elementer i S også er elementer i T.*
- *Skrives ofte $S \subseteq T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b\} \subseteq \{a, b\}$ *(enhver mengde er en delmengde av seg selv)*
- $\{a, b, c\} \not\subseteq \{a, b\}$

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde S er en delmengde av en mengde T hvis alle elementer i S også er elementer i T.*
- *Skrives ofte $S \subseteq T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b\} \subseteq \{a, b\}$ *(enhver mengde er en delmengde av seg selv)*
- $\{a, b, c\} \not\subseteq \{a, b\}$
- $\emptyset \subseteq \{a, b\}$ *(den tomme mengden er en delmengde av alle mengder)*

Delmengde

Definisjon (Delmengde)

- *En mengde S er en delmengde av en mengde T hvis alle elementer i S også er elementer i T.*
- *Skrives ofte $S \subseteq T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \subseteq \{a, b, c\}$
- $\{a, b\} \subseteq \{a, b\}$ *(enhver mengde er en delmengde av seg selv)*
- $\{a, b, c\} \not\subseteq \{a, b\}$
- $\emptyset \subseteq \{a, b\}$ *(den tomme mengden er en delmengde av alle mengder)*
- $\{a, b\} \not\subseteq \emptyset$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t\rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t\rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t\rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} =$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t\rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} = \{\langle a, c\rangle, \langle a, d\rangle, \langle b, c\rangle, \langle b, d\rangle\}$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t\rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} = \{\langle a, c\rangle, \langle a, d\rangle, \langle b, c\rangle, \langle b, d\rangle\}$
- $\{a, b\} \times \{b, c\} =$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t\rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} = \{\langle a, c\rangle, \langle a, d\rangle, \langle b, c\rangle, \langle b, d\rangle\}$
- $\{a, b\} \times \{b, c\} = \{\langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle b, b\rangle, \langle b, c\rangle\}$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t \rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} = \{\langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle\}$
- $\{a, b\} \times \{b, c\} = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle\}$
- $\{a\} \times \{1, 2\} =$

Kryssprodukt

Definisjon (Kryssprodukt)

- *Hvis S og T er mengder, så er kryssproduktet av S og T mengden av alle par $\langle s, t\rangle$ slik at $s \in S$ og $t \in T$.*
- *Kryssproduktet av S og T skrives ofte $S \times T$.*

Eksempel

- $\{a, b\} \times \{c, d\} = \{\langle a, c\rangle, \langle a, d\rangle, \langle b, c\rangle, \langle b, d\rangle\}$
- $\{a, b\} \times \{b, c\} = \{\langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle, \langle b, b\rangle, \langle b, c\rangle\}$
- $\{a\} \times \{1, 2\} = \{\langle a, 1\rangle, \langle a, 2\rangle\}$

Kryssprodukt

Notasjon

- *En mengde kan krysses med seg selv:* $S \times S$

Kryssprodukt

Notasjon

- *En mengde kan krysses med seg selv:* $S \times S$
- $\{a, b\} \times \{a, b\} = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle\}$

Kryssprodukt

Notasjon

- *En mengde kan krysses med seg selv:* $S \times S$
- $\{a, b\} \times \{a, b\} = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle\}$
- $S \times S \times S$ *skrives ofte* S^3.

Kryssprodukt

Notasjon

- *En mengde kan krysses med seg selv:* $S \times S$
- $\{a, b\} \times \{a, b\} = \{\langle a, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle, \langle b, b\rangle\}$
- $S \times S \times S$ *skrives ofte* S^3.
- *Generalisert:* $\underbrace{S \times S \times \ldots \times S}_{n}$ *skrives* S^n.

Mengdebygger

Notasjon

En definisjon på formen "mengden av alle elementer $x \in S$ slik at ..." kan skrives på formen

$$\{x \mid x \in S \text{ og betingelse på } x\}.$$

En slik konstruksjon kalles en mengdebygger.

Mengdebygger

Notasjon

En definisjon på formen "mengden av alle elementer $x \in S$ slik at ..." kan skrives på formen

$$\{x \mid x \in S \text{ og betingelse på } x\}.$$

En slik konstruksjon kalles en mengdebygger.

Eksempel

- *Definisjonen av kryssprodukt av S og T kunne vært skrevet slik:*

$$S \times T = \{\langle s, t\rangle \mid s \in S \text{ og } t \in T\}$$

Mengdebygger

Notasjon

En definisjon på formen "mengden av alle elementer $x \in S$ slik at ..." kan skrives på formen

$$\{x \mid x \in S \text{ og betingelse på } x\}.$$

En slik konstruksjon kalles en mengdebygger.

Eksempel

- *Definisjonen av kryssprodukt av S og T kunne vært skrevet slik:*

$$S \times T = \{\langle s, t\rangle \mid s \in S \text{ og } t \in T\}$$

- $\{n \mid n \in \mathbb{N}$ *og n er partall* $\}$ *definerer mengden av alle partall.*

Mengdebygger

Notasjon

En definisjon på formen "mengden av alle elementer $x \in S$ slik at ..." kan skrives på formen

$$\{x \mid x \in S \text{ og betingelse på } x\}.$$

En slik konstruksjon kalles en mengdebygger.

Eksempel

- *Definisjonen av kryssprodukt av S og T kunne vært skrevet slik:*

$$S \times T = \{\langle s, t\rangle \mid s \in S \text{ og } t \in T\}$$

- $\{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ og } n \text{ er partall }\}$ *definerer mengden av alle partall.*
- $\{n \mid n \in \mathbb{N} \text{ og } n \text{ er oddetall }\}$ *definerer mengden av alle oddetall.*

Relasjoner

Definisjon (Relasjon)

- *En unær relasjon over S er en delmengde av S.*

Relasjoner

Definisjon (Relasjon)

- *En unær relasjon over S er en delmengde av S.*
- *En binær relasjon fra S til T er en delmengde av $S \times T$.*

Relasjoner

Definisjon (Relasjon)

- *En unær relasjon over S er en delmengde av S.*
- *En binær relasjon fra S til T er en delmengde av $S \times T$.*
- *En n-ær relasjon over mengdene $S_1, S_2, \ldots, S_n$ er en delmengde av kryssproduktet $S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_n$.*

Relasjoner

Definisjon (Relasjon)

- *En unær relasjon over S er en delmengde av S.*
- *En binær relasjon fra S til T er en delmengde av $S \times T$.*
- *En n-ær relasjon over mengdene $S_1, S_2, \ldots, S_n$ er en delmengde av kryssproduktet $S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_n$.*

Eksempel

- *Hvis $S = \{a, b, c\}$, så er $\{a, b\}$ en unær relasjon over S.*

Relasjoner

Definisjon (Relasjon)

- *En unær relasjon over S er en delmengde av S.*
- *En binær relasjon fra S til T er en delmengde av $S \times T$.*
- *En n-ær relasjon over mengdene $S_1, S_2, \ldots, S_n$ er en delmengde av kryssproduktet $S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_n$.*

Eksempel

- *Hvis $S = \{a, b, c\}$, så er $\{a, b\}$ en unær relasjon over S.*
- *Hvis $S = \{a, b\}$ og $T = \{1, 2\}$, så er $\{\langle a, 1\rangle, \langle b, 2\rangle\}$ en binær relasjon fra S til T.*

Relasjoner over én mengde

Definisjon

En n-ær relasjon over mengden S er en delmengde av S^n.

Relasjoner over én mengde

Definisjon

En n-ær relasjon over mengden S er en delmengde av S^n.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

Relasjoner over én mengde

Definisjon

En n-ær relasjon over mengden S er en delmengde av S^n.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$ *er en binær relasjon over* S.

Relasjoner over én mengde

Definisjon

En n-ær relasjon over mengden S er en delmengde av S^n.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- $\{\langle 1, 1\rangle, \langle 2, 2\rangle, \langle 3, 3\rangle\}$ *er en binær relasjon over* S.
- $\{\langle 1, 2\rangle, \langle 1, 3\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$ *er også en binær relasjon over* S.

Refleksive relasjoner

Definisjon (Refleksiv)

En binær relasjon R over mengden S er refleksiv hvis $\langle x, x\rangle \in R$ for alle $x \in S$.

Refleksive relasjoner

Definisjon (Refleksiv)

En binær relasjon R over mengden S er refleksiv hvis $\langle x, x \rangle \in R$ *for alle* $x \in S$.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

Refleksive relasjoner

Definisjon (Refleksiv)

En binær relasjon R over mengden S er refleksiv hvis $\langle x, x \rangle \in R$ for alle $x \in S$.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- *Er* $R_1 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle\}$ *refleksiv?*

Refleksive relasjoner

Definisjon (Refleksiv)

En binær relasjon R over mengden S er refleksiv hvis $\langle x, x \rangle \in R$ for alle $x \in S$.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- *Er* $R_1 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle\}$ *refleksiv?*
- *Hva med* $R_2 = \{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$*?*

Symmetriske relasjoner

Definisjon (Symmetrisk)

En binær relasjon R er symmetrisk hvis $\langle x, y \rangle \in R$ impliserer at $\langle y, x \rangle \in R$.

Symmetriske relasjoner

Definisjon (Symmetrisk)

En binær relasjon R er symmetrisk hvis $\langle x, y\rangle \in R$ impliserer at $\langle y, x\rangle \in R$.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

Symmetriske relasjoner

Definisjon (Symmetrisk)

En binær relasjon R er symmetrisk hvis $\langle x, y\rangle \in R$ impliserer at $\langle y, x\rangle \in R$.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- *Er $R_1 = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 3, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$ symmetrisk?*

Symmetriske relasjoner

Definisjon (Symmetrisk)

En binær relasjon R er symmetrisk hvis $\langle x, y\rangle \in R$ impliserer at $\langle y, x\rangle \in R$.

Eksempel

La $S = \{1, 2, 3\}$.

- *Er $R_1 = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 3, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle\}$ symmetrisk?*
- *Hva med $R_2 = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 1\rangle, \langle 1, 3\rangle\}$?*

Transitive relasjoner

Definisjon (Transitiv)

En binær relasjon R er transitiv hvis $\langle x, y\rangle \in R$ og $\langle y, z\rangle \in R$ impliserer at $\langle x, z\rangle \in R$.

Transitive relasjoner

Definisjon (Transitiv)

En binær relasjon R er transitiv hvis $\langle x, y\rangle \in R$ og $\langle y, z\rangle \in R$ impliserer at $\langle x, z\rangle \in R$.

Definisjon (Ekvivalensrelasjon)

En binær relasjon over mengden S er en ekvivalensrelasjon hvis den er refleksiv, symmetrisk og transitiv.

Funksjoner

Definisjon (Funksjon)

La S og T være mengder. En funksjon f fra S til T

Funksjoner

Definisjon (Funksjon)

La S og T være mengder. En *funksjon* *f fra S til T er en binær relasjon fra S til T*

Funksjoner

Definisjon (Funksjon)

La S og T være mengder. En funksjon f fra S til T er en binær relasjon fra S til T med følgende egenskaper:

Funksjoner

Definisjon (Funksjon)

La S og T være mengder. En *funksjon* *f fra S til T er en binær relasjon fra S til T med følgende egenskaper:*

- *For alle $x \in S$ så finnes en $y \in T$ slik at $\langle x, y \rangle \in f$.*

Funksjoner

Definisjon (Funksjon)

La S og T være mengder. En funksjon *f fra S til T er en binær relasjon fra S til T med følgende egenskaper:*

- *For alle $x \in S$ så finnes en $y \in T$ slik at $\langle x, y \rangle \in f$.*
- *Hvis $\langle x, y \rangle \in f$ og $\langle x, z \rangle \in f$, så er $y = z$.*

Funksjoner

Definisjon (Funksjon)

La S og T være mengder. En *funksjon* *f fra S til T er en binær relasjon fra S til T med følgende egenskaper:*

- *For alle $x \in S$ så finnes en $y \in T$ slik at $\langle x, y \rangle \in f$.*
- *Hvis $\langle x, y \rangle \in f$ og $\langle x, z \rangle \in f$, så er $y = z$.*

Vi kaller S for *definisjonsmengden* *til f*

Funksjoner

Definisjon (Funksjon)

La S og T være mengder. En *funksjon* *f fra S til T er en binær relasjon fra S til T med følgende egenskaper:*

- *For alle $x \in S$ så finnes en $y \in T$ slik at $\langle x, y \rangle \in f$.*
- *Hvis $\langle x, y \rangle \in f$ og $\langle x, z \rangle \in f$, så er $y = z$.*

Vi kaller S for *definisjonsmengden* *til f og T for* *verdimengden* *til f.*

Funksjoner

Definisjon (Funksjon)

La S og T være mengder. En funksjon f fra S til T er en binær relasjon fra S til T med følgende egenskaper:

- *For alle $x \in S$ så finnes en $y \in T$ slik at $\langle x, y \rangle \in f$.*
- *Hvis $\langle x, y \rangle \in f$ og $\langle x, z \rangle \in f$, så er $y = z$.*

Vi kaller S for definisjonsmengden til f og T for verdimengden til f.

Notasjon

Hvis $\langle x, y \rangle \in f$, så skriver vi ofte $f(x) = y$.

Funksjoner

Funksjoner

Eksempel

Funksjonen $\mathit{Par} : \mathbb{N} \to \{0, 1\}$ *definert ved*

$$\mathit{Par}(x) = \begin{cases} 1 \text{ hvis } x \text{ er et partall} \\ 0 \text{ hvis } x \text{ er et oddetall} \end{cases}$$

har $\mathbb{N}$ *som definisjonsmengde og* $\{0, 1\}$ *som verdimengde.*

Injektive funksjoner

Definisjon (Injektiv)

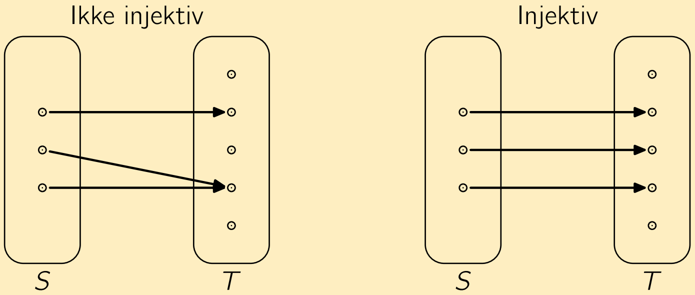
En funksjon $f : S \to T$ *er injektiv hvis for alle* $x, y \in S$ *så impliserer* $x \neq y$ *at* $f(x) \neq f(y)$. *Vi sier at* f *er en-til-en.*

Injektive funksjoner

Definisjon (Injektiv)

En funksjon $f : S \to T$ *er injektiv hvis for alle* $x, y \in S$ *så impliserer* $x \neq y$ *at* $f(x) \neq f(y)$*. Vi sier at* f *er en-til-en.*

Eksempel



Surjektive funksjoner

Definisjon (Surjektiv)

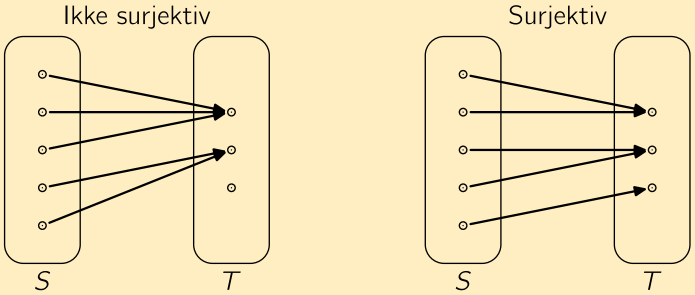
En funksjon $f : S \to T$ er surjektiv hvis for alle $y \in T$ så fins $x \in S$ slik at $f(x) = y$. Vi sier at f er på.

Surjektive funksjoner

Definisjon (Surjektiv)

En funksjon $f : S \to T$ er surjektiv hvis for alle $y \in T$ så fins $x \in S$ slik at $f(x) = y$. Vi sier at f er på.

Eksempel



Bijektive funksjoner

Definisjon (Bijektiv)

En funksjon er bijektiv hvis den er injektiv og surjektiv.

Bijektive funksjoner

Definisjon (Bijektiv)

En funksjon er bijektiv hvis den er injektiv og surjektiv.

Vi sier at funksjonen er en-til-en og på, eller at vi har en en-til-en korrespondanse.

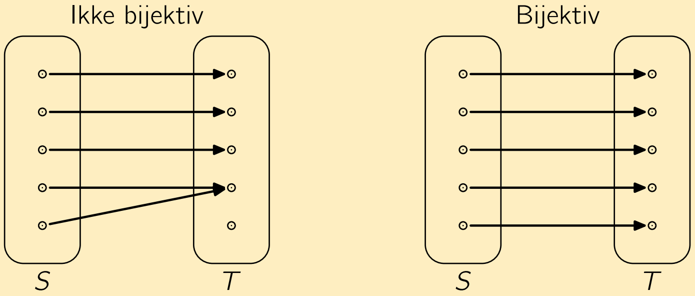
Bijektive funksjoner

Definisjon (Bijektiv)

En funksjon er bijektiv hvis den er injektiv og surjektiv.

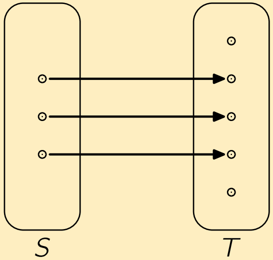
Vi sier at funksjonen er en-til-en og på, eller at vi har en en-til-en korrespondanse.

Eksempel



Injektive og surjektive funksjoner

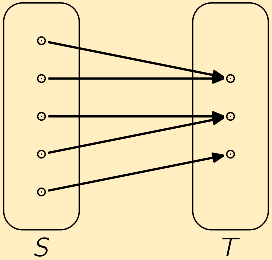
injektiv / en-til-en



for alle $x, y \in S$:
$x \neq y$ impliserer $f(x) \neq f(y)$

"hvert element i definisjonsmengden sendes til et unikt element i verdimengden"

surjektiv / på

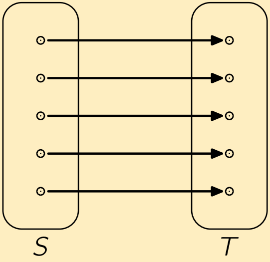


for alle $y \in T$:
det finnes $x \in S$ slik at $f(x) = y$

"alle elementer i verdimengden blir truffet"

Bijektive funksjoner

bijektiv / en-til-en og på / en-til-en korrespondanse



- En bijektiv funksjon er en funksjon som er både *injektiv* og *surjektiv*:
- *"Ethvert element i verdimengden blir truffet av et unikt element i definisjonsmengden"*.

Operatorer

Definisjon (Operator)

La S være en mengde.

Operatorer

Definisjon (Operator)

La S være en mengde.

- *En unær operator på S er en funksjon fra S til S.*

Operatorer

Definisjon (Operator)

La S være en mengde.

- *En unær operator på S er en funksjon fra S til S.*
- *En binær operator på S er en funksjon fra $S \times S$ til S.*

Operatorer

Definisjon (Operator)

La S være en mengde.

- *En unær operator på S er en funksjon fra S til S.*
- *En binær operator på S er en funksjon fra $S \times S$ til S.*

Eksempel

- *Suksessorfunksjonen $(n + 1)$ er en unær operator på $\mathbb{N}$.*

Operatorer

Definisjon (Operator)

La S være en mengde.

- *En unær operator på S er en funksjon fra S til S.*
- *En binær operator på S er en funksjon fra $S \times S$ til S.*

Eksempel

- *Suksessorfunksjonen $(n+1)$ er en unær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Addisjonsfunksjonen $(+)$ er en binær operator på $\mathbb{N}$.*

Operatorer

Definisjon (Operator)

La S være en mengde.

- *En unær operator på S er en funksjon fra S til S.*
- *En binær operator på S er en funksjon fra $S \times S$ til S.*

Eksempel

- *Suksessorfunksjonen $(n+1)$ er en unær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Addisjonsfunksjonen $(+)$ er en binær operator på $\mathbb{N}$.*
- *Subtraksjonsfunksjonen $(-)$ er en binær operator på $\mathbb{Z}$.*

Multimengder

Mengder der antall forekomster av hvert element teller

Multimengder

Mengder der antall forekomster av hvert element teller

Definisjon (Multimengde)

En multimengde er et par $\langle S, m\rangle$ der S er en mengde og $m : S \to \mathbb{N}$. For hver $x \in S$ sier vi at $m(x)$ er multiplisiteten til x, eller antall forekomster av x i S.

Multimengder

Mengder der antall forekomster av hvert element teller

Definisjon (Multimengde)

En multimengde *er et par* $\langle S, m \rangle$ *der* S *er en mengde og* $m : S \to \mathbb{N}$. *For hver* $x \in S$ *sier vi at* $m(x)$ *er* multiplisiteten *til* x*, eller antall forekomster av* x *i* S.

Eksempel

Vi skriver multimengder som mengder:

Multimengder

Mengder der antall forekomster av hvert element teller

Definisjon (Multimengde)

En multimengde er et par $\langle S, m\rangle$ der S er en mengde og $m : S \to \mathbb{N}$. For hver $x \in S$ sier vi at $m(x)$ er multiplisiteten til x, eller antall forekomster av x i S.

Eksempel

Vi skriver multimengder som mengder:

- *I multimengden $\{a, a, a, b, b\}$ er multiplisiteten til a og b henholdsvis 3 og 2.*

Multimengder

Mengder der antall forekomster av hvert element teller

Definisjon (Multimengde)

En multimengde *er et par* $\langle S, m\rangle$ *der* S *er en mengde og* $m : S \to \mathbb{N}$. *For hver* $x \in S$ *sier vi at* $m(x)$ *er* multiplisiteten *til* x, *eller antall forekomster av* x *i* S.

Eksempel

Vi skriver multimengder som mengder:

- *I multimengden* $\{a, a, a, b, b\}$ *er multiplisiteten til* a *og* b *henholdsvis 3 og 2.*
- *I multimengden* $\{a, b, a, c, a, b\}$ *er multiplisiteten til* a, b *og* c *henholdsvis 3, 2 og 1.*

$\cup$, $\cap$, $\setminus$ og $\subseteq$ på multimengder

- Vi bruker union ($\cup$), snitt ($\cap$), mengdedifferans ($\setminus$) og delmengderelasjonen ($\subseteq$) også på multimengder.

$\cup$, $\cap$, $\setminus$ og $\subseteq$ på multimengder

- Vi bruker union ($\cup$), snitt ($\cap$), mengdedifferans ($\setminus$) og delmengderelasjonen ($\subseteq$) også på multimengder.

Eksempel

$\cup$, $\cap$, $\setminus$ og $\subseteq$ på multimengder

- Vi bruker union ($\cup$), snitt ($\cap$), mengdedifferans ($\setminus$) og delmengderelasjonen ($\subseteq$) også på multimengder.

Eksempel

- $\{a, a, b, c\} \cup \{a, c\} = \{a, a, a, b, c, c\}$

$\cup$, $\cap$, $\setminus$ og $\subseteq$ på multimengder

- Vi bruker union ($\cup$), snitt ($\cap$), mengdedifferans ($\setminus$) og delmengderelasjonen ($\subseteq$) også på multimengder.

Eksempel

- $\{a, a, b, c\} \cup \{a, c\} = \{a, a, a, b, c, c\}$
- $\{a, a, a, b, c\} \cap \{a, a, d\} = \{a, a\}$

$\cup$, $\cap$, $\setminus$ og $\subseteq$ på multimengder

- Vi bruker union ($\cup$), snitt ($\cap$), mengdedifferans ($\setminus$) og delmengderelasjonen ($\subseteq$) også på multimengder.

Eksempel

- $\{a, a, b, c\} \cup \{a, c\} = \{a, a, a, b, c, c\}$
- $\{a, a, a, b, c\} \cap \{a, a, d\} = \{a, a\}$
- $\{a, a, a, b, c\} \setminus \{a, a, d\} = \{a, b, c\}$

$\cup$, $\cap$, $\setminus$ og $\subseteq$ på multimengder

- Vi bruker union ($\cup$), snitt ($\cap$), mengdedifferans ($\setminus$) og delmengderelasjonen ($\subseteq$) også på multimengder.

Eksempel

- $\{a, a, b, c\} \cup \{a, c\} = \{a, a, a, b, c, c\}$
- $\{a, a, a, b, c\} \cap \{a, a, d\} = \{a, a\}$
- $\{a, a, a, b, c\} \setminus \{a, a, d\} = \{a, b, c\}$
- $\{a, a\} \subseteq \{a, a, b, c\}$, *men* $\{a, a, a\} \not\subseteq \{a, a, b, c\}$

$\cup$, $\cap$, $\setminus$ og $\subseteq$ på multimengder

- Vi bruker union ($\cup$), snitt ($\cap$), mengdedifferans ($\setminus$) og delmengderelasjonen ($\subseteq$) også på multimengder.

Eksempel

- $\{a, a, b, c\} \cup \{a, c\} = \{a, a, a, b, c, c\}$
- $\{a, a, a, b, c\} \cap \{a, a, d\} = \{a, a\}$
- $\{a, a, a, b, c\} \setminus \{a, a, d\} = \{a, b, c\}$
- $\{a, a\} \subseteq \{a, a, b, c\},\ men\ \{a, a, a\} \not\subseteq \{a, a, b, c\}$

- Vi bruker $\emptyset$ om den tomme multimengden.

Kardinalitet

Definisjon (Kardinalitet)

- *To mengder S og T har lik kardinalitet hvis det fins en bijeksjon fra S til T.*

Kardinalitet

Definisjon (Kardinalitet)

- *To mengder S og T har lik kardinalitet hvis det fins en bijeksjon fra S til T.*
- *Mengden S har kardinalitet mindre eller lik T hvis det fins en injektiv funksjon fra S til T.*

Kardinalitet

Definisjon (Kardinalitet)

- *To mengder S og T har lik kardinalitet hvis det fins en bijeksjon fra S til T.*
- *Mengden S har kardinalitet mindre eller lik T hvis det fins en injektiv funksjon fra S til T.*
- *Hvis S er en endelig mengde, så er kardinaliteten til S lik antall elementer i S.*

Kardinalitet

Definisjon (Kardinalitet)

- *To mengder S og T har lik kardinalitet hvis det fins en bijeksjon fra S til T.*
- *Mengden S har kardinalitet mindre eller lik T hvis det fins en injektiv funksjon fra S til T.*
- *Hvis S er en endelig mengde, så er kardinaliteten til S lik antall elementer i S.*
- *Vi bruker notasjonen $|S|$ for kardinaliteten til S.*

Eksempel

Hva er kardinaliteten til

- $\{a, b, c\}$?

Eksempel

Hva er kardinaliteten til

- $\{a, b, c\}$?
- $\{a, b, a\}$?

Eksempel

Hva er kardinaliteten til

- $\{a, b, c\}$?
- $\{a, b, a\}$?
- $\{a\}$?

Eksempel

Hva er kardinaliteten til

- $\{a, b, c\}$?
- $\{a, b, a\}$?
- $\{a\}$?
- $\emptyset$?

Eksempel

- $\mathbb{N} = \textit{mengden av alle naturlige tall } \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$
- $2\mathbb{N} = \textit{mengden av alle partall } \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$

Eksempel

- $\mathbb{N} =$ *mengden av alle naturlige tall* $\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$
- $2\mathbb{N} =$ *mengden av alle partall* $\{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$

$f(x) = 2x$ *er en bijeksjon fra* $\mathbb{N}$ *til* $2\mathbb{N}$*, så* $\mathbb{N}$ *og* $2\mathbb{N}$ *har samme kardinalitet.*

Eksempel

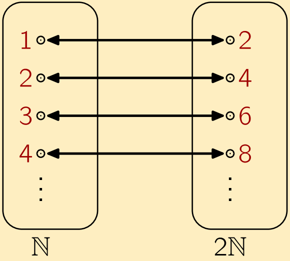
- $\mathbb{N}$ = *mengden av alle naturlige tall* $\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$
- $2\mathbb{N}$ = *mengden av alle partall* $\{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$

$f(x) = 2x$ *er en bijeksjon fra* $\mathbb{N}$ *til* $2\mathbb{N}$*, så* $\mathbb{N}$ *og* $2\mathbb{N}$ *har samme kardinalitet. Vi skriver* $|\mathbb{N}| = |2\mathbb{N}|$.

Eksempel

- $\mathbb{N}$ = *mengden av alle naturlige tall* $\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$
- $2\mathbb{N}$ = *mengden av alle partall* $\{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\}$

$f(x) = 2x$ *er en bijeksjon fra* $\mathbb{N}$ *til* $2\mathbb{N}$*, så* $\mathbb{N}$ *og* $2\mathbb{N}$ *har samme kardinalitet. Vi skriver* $|\mathbb{N}| = |2\mathbb{N}|$.



Tellbart vs. overtellbart

Definisjon (Tellbar)

En uendelig mengde S er tellbar hvis det fins en en-til-en korrespondanse mellom elementene i S og de naturlige tallene.

Tellbart vs. overtellbart

Definisjon (Tellbar)

En uendelig mengde S er tellbar hvis det fins en en-til-en korrespondanse mellom elementene i S og de naturlige tallene. Hvis ikke, er S overtellbar.

Tellbart vs. overtellbart

Definisjon (Tellbar)

En uendelig mengde S er tellbar hvis det fins en en-til-en korrespondanse mellom elementene i S og de naturlige tallene. Hvis ikke, er S overtellbar.

- Alle endelige mengder er tellbare.

Tellbart vs. overtellbart

Definisjon (Tellbar)

En uendelig mengde S er tellbar hvis det fins en en-til-en korrespondanse mellom elementene i S og de naturlige tallene. Hvis ikke, er S overtellbar.

- Alle endelige mengder er tellbare.
- Når en uendelig mengde S er tellbar fins det en bijektiv funksjon fra S til $\mathbb{N}$.

Tellbart vs. overtellbart

Definisjon (Tellbar)

En uendelig mengde S er tellbar hvis det fins en en-til-en korrespondanse mellom elementene i S og de naturlige tallene. Hvis ikke, er S overtellbar.

- Alle endelige mengder er tellbare.
- Når en uendelig mengde S er tellbar fins det en bijektiv funksjon fra S til $\mathbb{N}$.

Eksempel

- *Mengden $2\mathbb{N}$ av alle partall er tellbar.*

Tellbart vs. overtellbart

Definisjon (Tellbar)

En uendelig mengde S er tellbar hvis det fins en en-til-en korrespondanse mellom elementene i S og de naturlige tallene. Hvis ikke, er S overtellbar.

- Alle endelige mengder er tellbare.
- Når en uendelig mengde S er tellbar fins det en bijektiv funksjon fra S til $\mathbb{N}$.

Eksempel

- *Mengden $2\mathbb{N}$ av alle partall er tellbar.*
- *Mengden $\mathbb{B}$ av binære tall er tellbar.*

Tellbart vs. overtellbart

Definisjon (Tellbar)

En uendelig mengde S er tellbar hvis det fins en en-til-en korrespondanse mellom elementene i S og de naturlige tallene. Hvis ikke, er S overtellbar.

- Alle endelige mengder er tellbare.
- Når en uendelig mengde S er tellbar fins det en bijektiv funksjon fra S til $\mathbb{N}$.

Eksempel

- *Mengden* $2\mathbb{N}$ *av alle partall er tellbar.*
- *Mengden* $\mathbb{B}$ *av binære tall er tellbar.*
- *Mengden* $\mathbb{Q}$ *av brøktall er tellbar.*

Tellbart vs. overtellbart

Definisjon (Tellbar)

En uendelig mengde S er tellbar hvis det fins en en-til-en korrespondanse mellom elementene i S og de naturlige tallene. Hvis ikke, er S overtellbar.

- Alle endelige mengder er tellbare.
- Når en uendelig mengde S er tellbar fins det en bijektiv funksjon fra S til $\mathbb{N}$.

Eksempel

- *Mengden $2\mathbb{N}$ av alle partall er tellbar.*
- *Mengden $\mathbb{B}$ av binære tall er tellbar.*
- *Mengden $\mathbb{Q}$ av brøktall er tellbar.*
- *Mengden av nålevende mennesker er tellbar.*

Tellbart vs. overtellbart

Definisjon (Tellbar)

En uendelig mengde S er tellbar hvis det fins en en-til-en korrespondanse mellom elementene i S og de naturlige tallene. Hvis ikke, er S overtellbar.

- Alle endelige mengder er tellbare.
- Når en uendelig mengde S er tellbar fins det en bijektiv funksjon fra S til $\mathbb{N}$.

Eksempel

- *Mengden $2\mathbb{N}$ av alle partall er tellbar.*
- *Mengden $\mathbb{B}$ av binære tall er tellbar.*
- *Mengden $\mathbb{Q}$ av brøktall er tellbar.*
- *Mengden av nålevende mennesker er tellbar.*
- *Mengden $\mathbb{R}$ av reelle tall er ikke tellbar.*