INF3170 – Logikk

Forelesning 16: Repetisjon

Christian Mahesh Hansen

Institutt for informatikk, Universitetet i Oslo

4. juni 2007

Dagens plan

1. Kompletthet
2. Førsteordens sekventkalkyle
3. Intuisjonistisk logikk

Kompletthet

Definisjon (Kompletthet)

Sekventkalkylen LK *er komplett hvis enhver gyldig sekvent er* LK*-bevisbar.*

Kompletthet

Definisjon (Kompletthet)

Sekventkalkylen LK *er komplett hvis enhver gyldig sekvent er* LK*-bevisbar.*

- Beviset for kompletthet bygger på *modelleksistensteoremet*:

Kompletthet

Definisjon (Kompletthet)

Sekventkalkylen LK *er* *komplett* *hvis enhver gyldig sekvent er* LK*-bevisbar.*

- Beviset for kompletthet bygger på *modelleksistensteoremet*:

Teorem (Modelleksistens)

Hvis en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke er bevisbar i* LK*, så har den en motmodell.*

Kompletthet følger fra modelleksistens

- Anta nå at vi har vist modelleksistens.

Kompletthet følger fra modelleksistens

- Anta nå at vi har vist modelleksistens.
- Kompletthet av LK følger umiddelbart fra modelleksistens.

Kompletthet følger fra modelleksistens

- Anta nå at vi har vist modelleksistens.
- Kompletthet av LK følger umiddelbart fra modelleksistens.

Påstand

Sekventkalkylen LK er komplett.

Kompletthet følger fra modelleksistens

- Anta nå at vi har vist modelleksistens.
- Kompletthet av LK følger umiddelbart fra modelleksistens.

Påstand

Sekventkalkylen LK er komplett.

Skal vise: $\Gamma \vdash \Delta$ gyldig $\Rightarrow$ $\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar i LK

Kompletthet følger fra modelleksistens

- Anta nå at vi har vist modelleksistens.
- Kompletthet av LK følger umiddelbart fra modelleksistens.

Påstand

Sekventkalkylen LK er komplett.

Skal vise: $\Gamma \vdash \Delta$ gyldig $\Rightarrow$ $\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar i LK

Kontrapositivt: $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* bevisbar i LK $\Rightarrow$ $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* gyldig

Kompletthet følger fra modelleksistens

- Anta nå at vi har vist modelleksistens.
- Kompletthet av LK følger umiddelbart fra modelleksistens.

Påstand

Sekventkalkylen LK er komplett.

Skal vise: $\Gamma \vdash \Delta$ gyldig $\Rightarrow$ $\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar i LK
Kontrapositivt: $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* bevisbar i LK $\Rightarrow$ $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* gyldig

Bevis

Anta at sekventen $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke er bevisbar i* LK.

Kompletthet følger fra modelleksistens

- Anta nå at vi har vist modelleksistens.
- Kompletthet av LK følger umiddelbart fra modelleksistens.

Påstand

Sekventkalkylen LK er komplett.

Skal vise: $\Gamma \vdash \Delta$ gyldig $\Rightarrow$ $\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar i LK

Kontrapositivt: $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* bevisbar i LK $\Rightarrow$ $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* gyldig

Bevis

Anta at sekventen $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke er bevisbar i* LK. *Da har* $\Gamma \vdash \Delta$ *en motmodell, ved modelleksistensteoremet.*

Kompletthet følger fra modelleksistens

- Anta nå at vi har vist modelleksistens.
- Kompletthet av LK følger umiddelbart fra modelleksistens.

Påstand

Sekventkalkylen LK er komplett.

Skal vise:	$\Gamma \vdash \Delta$ gyldig	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ bevisbar i LK
Kontrapositivt:	$\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* bevisbar i LK	$\Rightarrow$	$\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* gyldig

Bevis

Anta at sekventen $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke er bevisbar i* LK. *Da har* $\Gamma \vdash \Delta$ *en motmodell, ved modelleksistensteoremet. Men da er* $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke gyldig.*

Hvordan vise modelleksistens?

Modelleksistens for både utsagnslogikk og førsteordens logikk er basert på den samme idéen:

Hvordan vise modelleksistens?

Modelleksistens for både utsagnslogikk og førsteordens logikk er basert på den samme idéen:

1. Lag en maksimal utledning for en ikke-bevisbar sekvent.

Hvordan vise modelleksistens?

Modelleksistens for både utsagnslogikk og førsteordens logikk er basert på den samme idéen:

1. Lag en maksimal utledning for en ikke-bevisbar sekvent.
2. Siden sekventen ikke er bevisbar, må den maksimale utledningen ha minst én åpen gren.

Hvordan vise modelleksistens?

Modelleksistens for både utsagnslogikk og førsteordens logikk er basert på den samme idéen:

1. Lag en maksimal utledning for en ikke-bevisbar sekvent.
2. Siden sekventen ikke er bevisbar, må den maksimale utledningen ha minst én åpen gren.
3. Konstruér en motmodell til rotsekventen fra den åpne grenen.

Hvordan vise modelleksistens?

Modelleksistens for både utsagnslogikk og førsteordens logikk er basert på den samme idéen:

1. Lag en maksimal utledning for en ikke-bevisbar sekvent.
2. Siden sekventen ikke er bevisbar, må den maksimale utledningen ha minst én åpen gren.
3. Konstruér en motmodell til rotsekventen fra den åpne grenen.

Kjernen i beviset blir å vise at valuasjonen eller modellen man konstruerer fra den åpne grenen faktisk er en motmodell til rotsekventen i utledningen.

Hvordan vise modelleksistens?

Modelleksistens for både utsagnslogikk og førsteordens logikk er basert på den samme idéen:

1. Lag en maksimal utledning for en ikke-bevisbar sekvent.
2. Siden sekventen ikke er bevisbar, må den maksimale utledningen ha minst én åpen gren.
3. Konstruér en motmodell til rotsekventen fra den åpne grenen.

Kjernen i beviset blir å vise at valuasjonen eller modellen man konstruerer fra den åpne grenen faktisk er en motmodell til rotsekventen i utledningen.

Vi viser dette ved induksjon på formlene i grenen.

Modelleksistens for utsagnslogikk

Teorem (Modelleksistens)

Hvis en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke er bevisbar i* LK, *så har den en motmodell.*

Modelleksistens for utsagnslogikk

Teorem (Modelleksistens)

Hvis en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke er bevisbar i* LK, *så har den en motmodell.*

- Anta at $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* er bevisbar.

Modelleksistens for utsagnslogikk

Teorem (Modelleksistens)

Hvis en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke er bevisbar i* LK, *så har den en motmodell.*

- Anta at $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* er bevisbar.
- Lag en *maksimal* LK-utledning π for $\Gamma \vdash \Delta$, dvs. en utledning der enhver formel på enhver gren er ekspandert.

Modelleksistens for utsagnslogikk

Teorem (Modelleksistens)

Hvis en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke er bevisbar i* LK, *så har den en motmodell.*

- Anta at $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* er bevisbar.
- Lag en *maksimal* LK-utledning π for $\Gamma \vdash \Delta$, dvs. en utledning der enhver formel på enhver gren er ekspandert.
- I utsagnslogikk er π en *endelig* objekt, siden vi startet med et endelig antall formler i rotsekventen og hver formel kun kan ekspanderes én gang i hver gren.

Modelleksistens for utsagnslogikk

Teorem (Modelleksistens)

Hvis en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke er bevisbar i* LK, *så har den en motmodell.*

- Anta at $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* er bevisbar.
- Lag en *maksimal* LK-utledning π for $\Gamma \vdash \Delta$, dvs. en utledning der enhver formel på enhver gren er ekspandert.
- I utsagnslogikk er π en *endelig* objekt, siden vi startet med et endelig antall formler i rotsekventen og hver formel kun kan ekspanderes én gang i hver gren.
- Siden $\Gamma \vdash \Delta$ ikke er bevisbar, så må π ha en åpen gren G.

Modelleksistens for utsagnslogikk

Teorem (Modelleksistens)

Hvis en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke er bevisbar i* LK, *så har den en motmodell.*

- Anta at $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* er bevisbar.
- Lag en *maksimal* LK-utledning π for $\Gamma \vdash \Delta$, dvs. en utledning der enhver formel på enhver gren er ekspandert.
- I utsagnslogikk er π en *endelig* objekt, siden vi startet med et endelig antall formler i rotsekventen og hver formel kun kan ekspanderes én gang i hver gren.
- Siden $\Gamma \vdash \Delta$ ikke er bevisbar, så må π ha en åpen gren G. (Hvis ikke, ville $\Gamma \vdash \Delta$ vært bevisbar.)
- Vi definerer to mengder:

Modelleksistens for utsagnslogikk

Teorem (Modelleksistens)

Hvis en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke er bevisbar i* LK, *så har den en motmodell.*

- Anta at $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* er bevisbar.
- Lag en *maksimal* LK-utledning π for $\Gamma \vdash \Delta$, dvs. en utledning der enhver formel på enhver gren er ekspandert.
- I utsagnslogikk er π en *endelig* objekt, siden vi startet med et endelig antall formler i rotsekventen og hver formel kun kan ekspanderes én gang i hver gren.
- Siden $\Gamma \vdash \Delta$ ikke er bevisbar, så må π ha en åpen gren G. (Hvis ikke, ville $\Gamma \vdash \Delta$ vært bevisbar.)
- Vi definerer to mengder:
  - $G^\top$ inneholder alle antecedentformler på G

Modelleksistens for utsagnslogikk

Teorem (Modelleksistens)

Hvis en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke er bevisbar i* LK, *så har den en motmodell.*

- Anta at $\Gamma \vdash \Delta$ *ikke* er bevisbar.
- Lag en *maksimal* LK-utledning π for $\Gamma \vdash \Delta$, dvs. en utledning der enhver formel på enhver gren er ekspandert.
- I utsagnslogikk er π en *endelig* objekt, siden vi startet med et endelig antall formler i rotsekventen og hver formel kun kan ekspanderes én gang i hver gren.
- Siden $\Gamma \vdash \Delta$ ikke er bevisbar, så må π ha en åpen gren G. (Hvis ikke, ville $\Gamma \vdash \Delta$ vært bevisbar.)
- Vi definerer to mengder:
  - $G^{\top}$ inneholder alle antecedentformler på G
  - $G^{\perp}$ inneholder alle succedentformler på G

Konstruksjon av valuasjon

- Vi konstrerer en valuasjon v på utsagnsvariable P som følger:

Konstruksjon av valuasjon

- Vi konstrerer en valuasjon v på utsagnsvariable P som følger:

$$v(P) = \mathbf{1} \quad \text{hvis og bare hvis} \quad P \in \mathsf{G}^{\top}$$

Konstruksjon av valuasjon

- Vi konstrerer en valuasjon v på utsagnsvariable P som følger:

$$v(P) = \mathbf{1} \quad \text{hvis og bare hvis} \quad P \in \mathsf{G}^{\top}$$

- Valuasjonen v er *veldefinert*, dvs. at ikke både $v(P) = \mathbf{1}$ og $v(P) = \mathbf{0}$ for en utsagnsvariabel P. Dette følger fra at G *ikke* er lukket.

Konstruksjon av valuasjon

- Vi konstrerer en valuasjon v på utsagnsvariable P som følger:

$$v(P) = \mathbf{1} \quad \text{hvis og bare hvis} \quad P \in \mathrm{G}^\top$$

- Valuasjonen v er *veldefinert*, dvs. at ikke både $v(P) = \mathbf{1}$ og $v(P) = \mathbf{0}$ for en utsagnsvariabel P. Dette følger fra at G *ikke* er lukket.

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

Konstruksjon av valuasjon

- Vi konstrerer en valuasjon v på utsagnsvariable P som følger:

$$v(P) = \mathbf{1} \quad \text{hvis og bare hvis} \quad P \in \mathrm{G}^{\top}$$

- Valuasjonen v er *veldefinert*, dvs. at ikke både $v(P) = \mathbf{1}$ og $v(P) = \mathbf{0}$ for en utsagnsvariabel P. Dette følger fra at G *ikke* er lukket.

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$

Konstruksjon av valuasjon

- Vi konstrerer en valuasjon v på utsagnsvariable P som følger:
$$v(P) = \mathbf{1} \quad \text{hvis og bare hvis} \quad P \in \mathrm{G}^{\top}$$
- Valuasjonen v er *veldefinert*, dvs. at ikke både $v(P) = \mathbf{1}$ og $v(P) = \mathbf{0}$ for en utsagnsvariabel P. Dette følger fra at G *ikke* er lukket.

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Konstruksjon av valuasjon

- Vi konstrerer en valuasjon v på utsagnsvariable P som følger:

$$v(P) = \mathbf{1} \quad \text{hvis og bare hvis} \quad P \in \mathrm{G}^{\top}$$

- Valuasjonen v er *veldefinert*, dvs. at ikke både $v(P) = \mathbf{1}$ og $v(P) = \mathbf{0}$ for en utsagnsvariabel P. Dette følger fra at G *ikke* er lukket.

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

- Anta at vi har vist påstanden over.

Konstruksjon av valuasjon

- Vi konstrerer en valuasjon v på utsagnsvariable P som følger:

$$v(P) = \mathbf{1} \quad \text{hvis og bare hvis} \quad P \in \mathrm{G}^{\top}$$

- Valuasjonen v er *veldefinert*, dvs. at ikke både $v(P) = \mathbf{1}$ og $v(P) = \mathbf{0}$ for en utsagnsvariabel P. Dette følger fra at G *ikke* er lukket.

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

- Anta at vi har vist påstanden over.
- Siden $\Gamma \subseteq \mathrm{G}^{\top}$ har vi at $v \models \Gamma$.

Konstruksjon av valuasjon

- Vi konstrerer en valuasjon v på utsagnsvariable P som følger:

$$v(P) = \mathbf{1} \quad \text{hvis og bare hvis} \quad P \in \mathrm{G}^{\top}$$

- Valuasjonen v er *veldefinert*, dvs. at ikke både $v(P) = \mathbf{1}$ og $v(P) = \mathbf{0}$ for en utsagnsvariabel P. Dette følger fra at G *ikke* er lukket.

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

- Anta at vi har vist påstanden over.
- Siden $\Gamma \subseteq \mathrm{G}^{\top}$ har vi at $v \models \Gamma$.
- Siden $\Delta \subseteq \mathrm{G}^{\perp}$ har vi at v falsifiserer alle formlene i Δ.

Konstruksjon av valuasjon

- Vi konstrerer en valuasjon v på utsagnsvariable P som følger:
$$v(P) = \mathbf{1} \quad \text{hvis og bare hvis} \quad P \in \mathrm{G}^{\top}$$
- Valuasjonen v er *veldefinert*, dvs. at ikke både $v(P) = \mathbf{1}$ og $v(P) = \mathbf{0}$ for en utsagnsvariabel P. Dette følger fra at G *ikke* er lukket.

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

- Anta at vi har vist påstanden over.
- Siden $\Gamma \subseteq \mathrm{G}^{\top}$ har vi at $v \models \Gamma$.
- Siden $\Delta \subseteq \mathrm{G}^{\perp}$ har vi at v falsifiserer alle formlene i Δ.
- Dermed er v en motmodell til rotsekventen $\Gamma \vdash \Delta$.

Konstruert valuasjon er motmodell

Konstruksjon av v: $v(P) = \mathbf{1}$ hvis og bare hvis $P \in \mathsf{G}^\top$

Konstruert valuasjon er motmodell

Konstruksjon av v: $v(P) = \mathbf{1}$ hvis og bare hvis $P \in \mathsf{G}^{\top}$

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathsf{G}$ har vi at

- $A \in \mathsf{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathsf{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Konstruert valuasjon er motmodell

Konstruksjon av v: $v(P) = \mathbf{1}$ hvis og bare hvis $P \in \mathrm{G}^{\top}$

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis

Ved strukturell induksjon på $A \in \mathrm{G}$.

Konstruert valuasjon er motmodell

Konstruksjon av v: $v(P) = \mathbf{1}$ hvis og bare hvis $P \in \mathrm{G}^\top$

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^\top$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^\perp$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis

Ved strukturell induksjon på $A \in \mathrm{G}$.
Basistilfelle: *Anta at A er en utsagnsvariabel P.*

Konstruert valuasjon er motmodell

Konstruksjon av v: $v(P) = \mathbf{1}$ hvis og bare hvis $P \in \mathrm{G}^{\top}$

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis

Ved strukturell induksjon på $A \in \mathrm{G}$.
Basistilfelle: *Anta at A er en utsagnsvariabel P. Det følger da fra definisjonen av v at $v(P) = \mathbf{1}$ hvis $P \in \mathrm{G}^{\top}$ og $v(P) = \mathbf{0}$ hvis $P \in \mathrm{G}^{\perp}$.*

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathsf{G}$ har vi at

- $A \in \mathsf{G}^\top$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathsf{G}^\perp$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathsf{G}$ har vi at

- $A \in \mathsf{G}^\top$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathsf{G}^\bot$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis ($B \wedge C \in \mathsf{G}^\top$)

Induksjonssteg: *Anta at A er på formen $B \wedge C$, og at $B \wedge C \in \mathsf{G}^\top$.*

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^\top$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^\perp$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis ($B \wedge C \in \mathrm{G}^\top$)

Induksjonssteg: Anta at A er på formen $B \wedge C$, og at $B \wedge C \in \mathrm{G}^\top$. Vi må vise at $v(B \wedge C) = \mathbf{1}$.

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis ($B \wedge C \in \mathrm{G}^{\top}$)

Induksjonssteg: Anta at A er på formen $B \wedge C$, og at $B \wedge C \in \mathrm{G}^{\top}$. Vi må vise at $v(B \wedge C) = \mathbf{1}$.

Siden utledningen er maksimal, vet vi at $B \wedge C$ er hovedformel i en L$\wedge$*-slutning på* G.

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis ($B \land C \in \mathrm{G}^{\top}$)

Induksjonssteg: Anta at A er på formen $B \land C$, og at $B \land C \in \mathrm{G}^{\top}$. Vi må vise at $v(B \land C) = \mathbf{1}$.
Siden utledningen er maksimal, vet vi at $B \land C$ er hovedformel i en L$\land$*-slutning på* G. *Derfor har vi at $B \in \mathrm{G}^{\top}$ og $C \in \mathrm{G}^{\top}$.*
Siden B og C er av enklere struktur enn $B \land C$, kan vi bruke induksjonshypotesen på B og C.

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis ($B \wedge C \in \mathrm{G}^{\top}$)

Induksjonssteg: Anta at A er på formen $B \wedge C$, og at $B \wedge C \in \mathrm{G}^{\top}$. Vi må vise at $v(B \wedge C) = \mathbf{1}$.
Siden utledningen er maksimal, vet vi at $B \wedge C$ er hovedformel i en L$\wedge$*-slutning på* G. *Derfor har vi at $B \in \mathrm{G}^{\top}$ og $C \in \mathrm{G}^{\top}$.*
Siden B og C er av enklere struktur enn $B \wedge C$, kan vi bruke induksjonshypotesen på B og C. Vi får at $v(B) = \mathbf{1}$ og $v(C) = \mathbf{1}$.

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis ($B \wedge C \in \mathrm{G}^{\top}$)

Induksjonssteg: Anta at A er på formen $B \wedge C$, og at $B \wedge C \in \mathrm{G}^{\top}$. Vi må vise at $v(B \wedge C) = \mathbf{1}$.
Siden utledningen er maksimal, vet vi at $B \wedge C$ er hovedformel i en L$\wedge$*-slutning på* G. *Derfor har vi at $B \in \mathrm{G}^{\top}$ og $C \in \mathrm{G}^{\top}$.*
Siden B og C er av enklere struktur enn $B \wedge C$, kan vi bruke induksjonshypotesen på B og C. Vi får at $v(B) = \mathbf{1}$ og $v(C) = \mathbf{1}$. Men da har vi at $v(B \wedge C) = \mathbf{1}$, pr. def. av valuasjoner.

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathsf{G}$ har vi at

- $A \in \mathsf{G}^\top$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathsf{G}^\perp$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis ($B \rightarrow C \in \mathsf{G}^\top$)

Induksjonssteg: *Anta at* A *er på formen* $B \rightarrow C$, *og at* $B \rightarrow C \in \mathsf{G}^\top$.

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathsf{G}$ har vi at

- $A \in \mathsf{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathsf{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis ($B \rightarrow C \in \mathsf{G}^{\top}$)

<u>Induksjonssteg:</u> Anta at A er på formen $B \rightarrow C$, og at $B \rightarrow C \in \mathsf{G}^{\top}$. Vi må vise at $v(B \rightarrow C) = \mathbf{1}$.
Siden utledningen er maksimal, vet vi at $B \rightarrow C$ er hovedformel i en L$\rightarrow$*-slutning på* G.

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis ($B \rightarrow C \in \mathrm{G}^{\top}$)

Induksjonssteg: Anta at A er på formen $B \rightarrow C$, og at $B \rightarrow C \in \mathrm{G}^{\top}$. Vi må vise at $v(B \rightarrow C) = \mathbf{1}$.
Siden utledningen er maksimal, vet vi at $B \rightarrow C$ er hovedformel i en L$\rightarrow$*-slutning på* G. *Derfor har vi at (1) $B \in \mathrm{G}^{\perp}$*

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathsf{G}$ har vi at

- $A \in \mathsf{G}^\top$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathsf{G}^\perp$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis ($B \rightarrow C \in \mathsf{G}^\top$)

Induksjonssteg: Anta at A er på formen $B \rightarrow C$, og at $B \rightarrow C \in \mathsf{G}^\top$. Vi må vise at $v(B \rightarrow C) = \mathbf{1}$.
Siden utledningen er maksimal, vet vi at $B \rightarrow C$ er hovedformel i en L$\rightarrow$*-slutning på* G*. Derfor har vi at (1) $B \in \mathsf{G}^\perp$ eller at (2) $C \in \mathsf{G}^\top$.*

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis ($B \rightarrow C \in \mathrm{G}^{\top}$)

Induksjonssteg: *Anta at* A *er på formen* $B \rightarrow C$, *og at* $B \rightarrow C \in \mathrm{G}^{\top}$. *Vi må vise at* $v(B \rightarrow C) = \mathbf{1}$.
Siden utledningen er maksimal, vet vi at $B \rightarrow C$ *er hovedformel i en* L$\rightarrow$*-slutning på* G. *Derfor har vi at (1)* $B \in \mathrm{G}^{\perp}$ *eller at (2)* $C \in \mathrm{G}^{\top}$. *Siden* B *og* C *er av enklere struktur enn* $B \rightarrow C$, *kan vi bruke bruke induksjonshypotesen (IH) i begge tilfellene.*
I tilfelle (1) har vi ved IH at $v(B) = \mathbf{0}$.

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathrm{G}$ har vi at

- $A \in \mathrm{G}^{\top}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathrm{G}^{\perp}$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis ($B \rightarrow C \in \mathrm{G}^{\top}$)

Induksjonssteg: *Anta at A er på formen $B \rightarrow C$, og at $B \rightarrow C \in \mathrm{G}^{\top}$. Vi må vise at $v(B \rightarrow C) = \mathbf{1}$.*
Siden utledningen er maksimal, vet vi at $B \rightarrow C$ er hovedformel i en L$\rightarrow$*-slutning på* G. *Derfor har vi at (1) $B \in \mathrm{G}^{\perp}$ eller at (2) $C \in \mathrm{G}^{\top}$. Siden B og C er av enklere struktur enn $B \rightarrow C$, kan vi bruke bruke induksjonshypotesen (IH) i begge tilfellene.*
I tilfelle (1) har vi ved IH at $v(B) = \mathbf{0}$. I tilfelle (2) har vi ved IH at $v(C) = \mathbf{1}$.

Konstruert valuasjon er motmodell

Påstand

For alle *formler* $A \in \mathsf{G}$ har vi at

- $A \in \mathsf{G}^\top$ impliserer at $v(A) = \mathbf{1}$, og
- $A \in \mathsf{G}^\perp$ impliserer at $v(A) = \mathbf{0}$.

Bevis ($B \rightarrow C \in \mathsf{G}^\top$)

Induksjonssteg: Anta at A er på formen $B \rightarrow C$, og at $B \rightarrow C \in \mathsf{G}^\top$. Vi må vise at $v(B \rightarrow C) = \mathbf{1}$.
Siden utledningen er maksimal, vet vi at $B \rightarrow C$ er hovedformel i en L$\rightarrow$*-slutning på* G*. Derfor har vi at (1) $B \in \mathsf{G}^\perp$ eller at (2) $C \in \mathsf{G}^\top$. Siden B og C er av enklere struktur enn $B \rightarrow C$, kan vi bruke bruke induksjonshypotesen (IH) i begge tilfellene.*
I tilfelle (1) har vi ved IH at $v(B) = \mathbf{0}$. I tilfelle (2) har vi ved IH at $v(C) = \mathbf{1}$. Uansett har vi da at $v(B \rightarrow C) = \mathbf{1}$, pr. def. av valuasjoner.

Konstruert valuasjon er motmodell

- De andre tilfellene går tilsvarende: $\neg B \in \mathsf{G}^{\top}$, $\neg B \in \mathsf{G}^{\perp}$, $B \wedge C \in \mathsf{G}^{\perp}$, $B \vee C \in \mathsf{G}^{\top}$, $B \vee C \in \mathsf{G}^{\perp}$ og $B \rightarrow C \in \mathsf{G}^{\perp}$

Konstruert valuasjon er motmodell

- De andre tilfellene går tilsvarende: $\neg B \in \mathsf{G}^\top$, $\neg B \in \mathsf{G}^\perp$, $B \land C \in \mathsf{G}^\perp$, $B \lor C \in \mathsf{G}^\top$, $B \lor C \in \mathsf{G}^\perp$ og $B \to C \in \mathsf{G}^\perp$
- Vi har nå vist utsagnslogisk modelleksistens.

Konstruert valuasjon er motmodell

- De andre tilfellene går tilsvarende: $\neg B \in \mathsf{G}^\top$, $\neg B \in \mathsf{G}^\perp$, $B \wedge C \in \mathsf{G}^\perp$, $B \vee C \in \mathsf{G}^\top$, $B \vee C \in \mathsf{G}^\perp$ og $B \rightarrow C \in \mathsf{G}^\perp$
- Vi har nå vist utsagnslogisk modelleksistens.
- Beviset for førsteordens modelleksistens går tilsvarende, men det er et par ting vi må passe på...

Modelleksistens for førsteordens logikk

- *Grenseutledning:* Objektet vi får når vi gjøre alle mulige ekspansjoner i hver gren er *uendelig* pga. γ-slutningene.

Modelleksistens for førsteordens logikk

- *Grenseutledning:* Objektet vi får når vi gjøre alle mulige ekspansjoner i hver gren er *uendelig* pga. γ-slutningene.
- *Rettferdig strategi:* Vi må sørge for å instansiere γ-formler med alle mulige termer i hver gren.

Modelleksistens for førsteordens logikk

- *Grenseutledning:* Objektet vi får når vi gjøre alle mulige ekspansjoner i hver gren er *uendelig* pga. γ-slutningene.
- *Rettferdig strategi:* Vi må sørge for å instansiere γ-formler med alle mulige termer i hver gren.
- *Herbrandmodeller:* Vi konstruerer en Herbrandmodell $\mathcal{M}$ fra en åpen gren G i grenseutledningen.

Modelleksistens for førsteordens logikk

- *Grenseutledning:* Objektet vi får når vi gjøre alle mulige ekspansjoner i hver gren er *uendelig* pga. γ-slutningene.
- *Rettferdig strategi:* Vi må sørge for å instansiere γ-formler med alle mulige termer i hver gren.
- *Herbrandmodeller:* Vi konstruerer en Herbrandmodell $\mathcal{M}$ fra en åpen gren G i grenseutledningen.
    - Domenet til modellen er Herbranduniverset til G.

Modelleksistens for førsteordens logikk

- *Grenseutledning:* Objektet vi får når vi gjøre alle mulige ekspansjoner i hver gren er *uendelig* pga. γ-slutningene.
- *Rettferdig strategi:* Vi må sørge for å instansiere γ-formler med alle mulige termer i hver gren.
- *Herbrandmodeller:* Vi konstruerer en Herbrandmodell $\mathcal{M}$ fra en åpen gren G i grenseutledningen.
  - Domenet til modellen er Herbranduniverset til G.
  - Lukkede termer tolkes som seg selv.

Modelleksistens for førsteordens logikk

- *Grenseutledning:* Objektet vi får når vi gjøre alle mulige ekspansjoner i hver gren er *uendelig* pga. γ-slutningene.
- *Rettferdig strategi:* Vi må sørge for å instansiere γ-formler med alle mulige termer i hver gren.
- *Herbrandmodeller:* Vi konstruerer en Herbrandmodell $\mathcal{M}$ fra en åpen gren G i grenseutledningen.
  - Domenet til modellen er Herbranduniverset til G.
  - Lukkede termer tolkes som seg selv.
  - $\mathcal{M} \models P(t_1, \ldots, t_n)$ hvis og bare hvis $P(t_1, \ldots, t_n) \in \mathsf{G}^\top$

Modelleksistens for førsteordens logikk

- *Grenseutledning:* Objektet vi får når vi gjøre alle mulige ekspansjoner i hver gren er *uendelig* pga. γ-slutningene.
- *Rettferdig strategi:* Vi må sørge for å instansiere γ-formler med alle mulige termer i hver gren.
- *Herbrandmodeller:* Vi konstruerer en Herbrandmodell $\mathcal{M}$ fra en åpen gren G i grenseutledningen.
  - Domenet til modellen er Herbranduniverset til G.
  - Lukkede termer tolkes som seg selv.
  - $\mathcal{M} \models P(t_1, \ldots, t_n)$ hvis og bare hvis $P(t_1, \ldots, t_n) \in \mathsf{G}^\top$
- *Modelleksistens:* Induksjonen er lik som i utsagnslogikk for α- og β-formler. I tillegg må vi ta for oss γ- og δ-formler.

Førsteordens sekventkalkyle

- Vi har sett på to sekventkalkyler for førsteordens logikk:

Førsteordens sekventkalkyle

- Vi har sett på to sekventkalkyler for førsteordens logikk:
  - Én kalkyle *uten* frie variable som vi kaller for grunn LK.

Førsteordens sekventkalkyle

- Vi har sett på to sekventkalkyler for førsteordens logikk:
  - Én kalkyle *uten* frie variable som vi kaller for grunn LK.
  - Én kalkyle *med* frie variable som vi kaller for fri-variabel LK.

Førsteordens sekventkalkyle

- Vi har sett på to sekventkalkyler for førsteordens logikk:
  - Én kalkyle *uten* frie variable som vi kaller for grunn LK.
  - Én kalkyle *med* frie variable som vi kaller for fri-variabel LK.
- For førsteordens sekventkalkyle introduserte vi to nye regeltyper:

Førsteordens sekventkalkyle

- Vi har sett på to sekventkalkyler for førsteordens logikk:
  - Én kalkyle *uten* frie variable som vi kaller for grunn LK.
  - Én kalkyle *med* frie variable som vi kaller for fri-variabel LK.
- For førsteordens sekventkalkyle introduserte vi to nye regeltyper:
  - γ-regler for analyse av "for alle"-uttrykk; for *alle* elementer ...

Førsteordens sekventkalkyle

- Vi har sett på to sekventkalkyler for førsteordens logikk:
  - Én kalkyle *uten* frie variable som vi kaller for grunn LK.
  - Én kalkyle *med* frie variable som vi kaller for fri-variabel LK.
- For førsteordens sekventkalkyle introduserte vi to nye regeltyper:
  - γ-regler for analyse av "for alle"-uttrykk; for *alle* elementer ...
  - δ-regler for analyse av "eksisterer"-uttrykk; for *ett* element ...

Førsteordens sekventkalkyle

- Vi har sett på to sekventkalkyler for førsteordens logikk:
  - Én kalkyle *uten* frie variable som vi kaller for grunn LK.
  - Én kalkyle *med* frie variable som vi kaller for fri-variabel LK.
- For førsteordens sekventkalkyle introduserte vi to nye regeltyper:
  - γ-regler for analyse av "for alle"-uttrykk; for *alle* elementer ...
  - δ-regler for analyse av "eksisterer"-uttrykk; for *ett* element ...
- Termer tolkes som elementer i domenet, derfor må vi i γ-formler kunne sette vilkårlige termer.

Førsteordens sekventkalkyle

- Vi har sett på to sekventkalkyler for førsteordens logikk:
  - Én kalkyle *uten* frie variable som vi kaller for grunn LK.
  - Én kalkyle *med* frie variable som vi kaller for fri-variabel LK.
- For førsteordens sekventkalkyle introduserte vi to nye regeltyper:
  - γ-regler for analyse av "for alle"-uttrykk; for *alle* elementer ...
  - δ-regler for analyse av "eksisterer"-uttrykk; for *ett* element ...
- Termer tolkes som elementer i domenet, derfor må vi i γ-formler kunne sette vilkårlige termer.
- Tilsvarende må vi i δ-formler sette inn en *termrepresentant* for det ene elementet som skal eksistere.

Førsteordens sekventkalkyle

- Vi har sett på to sekventkalkyler for førsteordens logikk:
  - Én kalkyle *uten* frie variable som vi kaller for grunn LK.
  - Én kalkyle *med* frie variable som vi kaller for fri-variabel LK.
- For førsteordens sekventkalkyle introduserte vi to nye regeltyper:
  - γ-regler for analyse av "for alle"-uttrykk; for *alle* elementer ...
  - δ-regler for analyse av "eksisterer"-uttrykk; for *ett* element ...
- Termer tolkes som elementer i domenet, derfor må vi i γ-formler kunne sette vilkårlige termer.
- Tilsvarende må vi i δ-formler sette inn en *termrepresentant* for det ene elementet som skal eksistere.
- Husk at vi *falsifiserer* succedentformler!

Førsteordens sekventkalkyle

- Vi har sett på to sekventkalkyler for førsteordens logikk:
  - Én kalkyle *uten* frie variable som vi kaller for grunn LK.
  - Én kalkyle *med* frie variable som vi kaller for fri-variabel LK.
- For førsteordens sekventkalkyle introduserte vi to nye regeltyper:
  - γ-regler for analyse av "for alle"-uttrykk; for *alle* elementer ...
  - δ-regler for analyse av "eksisterer"-uttrykk; for *ett* element ...
- Termer tolkes som elementer i domenet, derfor må vi i γ-formler kunne sette vilkårlige termer.
- Tilsvarende må vi i δ-formler sette inn en *termrepresentant* for det ene elementet som skal eksistere.
- Husk at vi *falsifiserer* succedentformler!
  - $\neg\forall x\varphi$ er ekvivalent med $\exists x\neg\varphi$

Førsteordens sekventkalkyle

- Vi har sett på to sekventkalkyler for førsteordens logikk:
  - Én kalkyle *uten* frie variable som vi kaller for grunn LK.
  - Én kalkyle *med* frie variable som vi kaller for fri-variabel LK.
- For førsteordens sekventkalkyle introduserte vi to nye regeltyper:
  - γ-regler for analyse av "for alle"-uttrykk; for *alle* elementer ...
  - δ-regler for analyse av "eksisterer"-uttrykk; for *ett* element ...
- Termer tolkes som elementer i domenet, derfor må vi i γ-formler kunne sette vilkårlige termer.
- Tilsvarende må vi i δ-formler sette inn en *termrepresentant* for det ene elementet som skal eksistere.
- Husk at vi *falsifiserer* succedentformler!
  - $\neg\forall x\varphi$ er ekvivalent med $\exists x\neg\varphi$
  - $\neg\exists x\varphi$ er ekvivalent med $\forall x\neg\varphi$

Grunn LK

γ-reglene i grunn LK:

$$\frac{\Gamma, \forall x\varphi, \varphi[t/x] \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x\varphi \vdash \Delta}\ \mathrm{L}\forall \qquad \frac{\Gamma \vdash \Delta, \exists x\varphi, \varphi[t/x]}{\Gamma \vdash \Delta, \exists x\varphi}\ \mathrm{R}\exists$$

t er en lukket term

δ-reglene i grunn LK:

$$\frac{\Gamma, \varphi[a/x] \vdash \Delta}{\Gamma, \exists x\varphi \vdash \Delta}\ \mathrm{L}\exists \qquad \frac{\Gamma \vdash \Delta, \varphi[a/x]}{\Gamma \vdash \Delta, \forall x\varphi}\ \mathrm{R}\forall$$

a er en parameter som ikke forekommer i konklusjonen

Fri-variabel LK

γ-reglene i fri-variabel LK:

$$\frac{\Gamma, \forall x\varphi, \varphi[u/x] \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x\varphi \vdash \Delta}\ \mathsf{L}\forall \qquad \frac{\Gamma \vdash \Delta, \exists x\varphi, \varphi[u/x]}{\Gamma \vdash \Delta, \exists x\varphi}\ \mathsf{R}\exists$$

u er en variabel som ikke forekommer fritt i utledningen fra før

δ-reglene i fri-variabel LK:

$$\frac{\Gamma, \varphi[f(\vec{u})/x] \vdash \Delta}{\Gamma, \exists x\varphi \vdash \Delta}\ \mathsf{L}\exists \qquad \frac{\Gamma \vdash \Delta, \varphi[f(\vec{u})/x]}{\Gamma \vdash \Delta, \forall x\varphi}\ \mathsf{R}\forall$$

f er en Skolemfunksjon som ikke forekommer i utledningen fra før
$\vec{u} = u_1, \ldots, u_n$ er de frie variablene i hovedformelen

Fri-variabel LK

Fri-variabel LK-bevis:

Fri-variabel LK

Fri-variabel LK-bevis:

Et fri-variabel LK-bevis for en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ er et par $\langle \pi, \sigma \rangle$ slik at

Fri-variabel LK

Fri-variabel LK-bevis:

Et fri-variabel LK-bevis for en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ er et par $\langle \pi, \sigma \rangle$ slik at

- π er en fri-variabel LK-utledning for $\Gamma \vdash \Delta$

Fri-variabel LK

Fri-variabel LK-bevis:

Et fri-variabel LK-bevis for en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ er et par $\langle \pi, \sigma \rangle$ slik at

- π er en fri-variabel LK-utledning for $\Gamma \vdash \Delta$
- σ er en *grunn* substitusjon som lukker alle løvsekventene i π

Fri-variabel LK

Fri-variabel LK-bevis:

Et fri-variabel LK-bevis for en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ er et par $\langle \pi, \sigma \rangle$ slik at

- π er en fri-variabel LK-utledning for $\Gamma \vdash \Delta$
- σ er en *grunn* substitusjon som lukker alle løvsekventene i π

- Støtten til en substitusjon σ er mengden av variable x slik at $x\sigma \neq x$.

Fri-variabel LK

Fri-variabel LK-bevis:

Et fri-variabel LK-bevis for en sekvent $\Gamma \vdash \Delta$ er et par $\langle \pi, \sigma \rangle$ slik at

- π er en fri-variabel LK-utledning for $\Gamma \vdash \Delta$
- σ er en *grunn* substitusjon som lukker alle løvsekventene i π

- Støtten til en substitusjon σ er mengden av variable x slik at $x\sigma \neq x$.
- En substitusjon σ er grunn hvis $x\sigma$ er en grunn term (lukket term) for alle variable x i støtten til σ.

Intuisjonistisk logikk

- Kontradiksjonsprinsippet: $\neg(P \wedge \neg P)$ – en påstand og dens negasjon kan ikke være sanne samtidig

Intuisjonistisk logikk

- Kontradiksjonsprinsippet: $\neg(P \land \neg P)$ – en påstand og dens negasjon kan ikke være sanne samtidig
- Loven om det utelukkede tredje: $P \lor \neg P$ – en påstand er enten sann eller usann

Intuisjonistisk logikk

- Kontradiksjonsprinsippet: $\neg(P \wedge \neg P)$ – en påstand og dens negasjon kan ikke være sanne samtidig
- Loven om det utelukkede tredje: $P \vee \neg P$ – en påstand er enten sann eller usann
- I klassisk logikk holder begge, men i intuisjonistisk logikk holder bare kontradiksjonsprinsippet.

Intuisjonistisk logikk

- Kontradiksjonsprinsippet: $\neg(P \wedge \neg P)$ – en påstand og dens negasjon kan ikke være sanne samtidig
- Loven om det utelukkede tredje: $P \vee \neg P$ – en påstand er enten sann eller usann
- I klassisk logikk holder begge, men i intuisjonistisk logikk holder bare kontradiksjonsprinsippet.
- Sannhet betyr at vi kan verifisere.

Intuisjonistisk logikk

- Kontradiksjonsprinsippet: $\neg(P \wedge \neg P)$ – en påstand og dens negasjon kan ikke være sanne samtidig
- Loven om det utelukkede tredje: $P \vee \neg P$ – en påstand er enten sann eller usann
- I klassisk logikk holder begge, men i intuisjonistisk logikk holder bare kontradiksjonsprinsippet.
- Sannhet betyr at vi kan verifisere.
- Intuisjonistisk sekvent: $\Gamma \vdash A$ eller $\Gamma \vdash$

Intuisjonistisk logikk

- Kontradiksjonsprinsippet: $\neg(P \land \neg P)$ – en påstand og dens negasjon kan ikke være sanne samtidig
- Loven om det utelukkede tredje: $P \lor \neg P$ – en påstand er enten sann eller usann
- I klassisk logikk holder begge, men i intuisjonistisk logikk holder bare kontradiksjonsprinsippet.
- Sannhet betyr at vi kan verifisere.
- Intuisjonistisk sekvent: $\Gamma \vdash A$ eller $\Gamma \vdash$
- Sekventkalkylen LJ: essensielt LJ begrenset til intuisjonistiske sekventer.

Intuisjonistisk logikk

- Kontradiksjonsprinsippet: $\neg(P \land \neg P)$ – en påstand og dens negasjon kan ikke være sanne samtidig
- Loven om det utelukkede tredje: $P \lor \neg P$ – en påstand er enten sann eller usann
- I klassisk logikk holder begge, men i intuisjonistisk logikk holder bare kontradiksjonsprinsippet.
- Sannhet betyr at vi kan verifisere.
- Intuisjonistisk sekvent: $\Gamma \vdash A$ eller $\Gamma \vdash$
- Sekventkalkylen LJ: essensielt LJ begrenset til intuisjonistiske sekventer.
- Husk: Alt som er bevisbart i LJ er også bevisbart i LK, men *ikke* omvendt!

Kripkesemantikk

- En Kripke-modell er et trippel $(S, \leq, \Vdash')$ der S er en mengde punkter, og $\leq$ er en partiell ordning på S.

Kripkesemantikk

- En Kripke-modell er et trippel $(S, \leq, \Vdash')$ der S er en mengde punkter, og $\leq$ er en partiell ordning på S.
- $\Vdash'$ er en binær *relasjon* fra S til mengden av atomære formler. $\Vdash'$ er monoton, dvs. hvis $x \Vdash' P$ og $x \leq y$, så $y \Vdash' P$.

Kripkesemantikk

- En Kripke-modell er et trippel $(S, \leq, \Vdash')$ der S er en mengde punkter, og $\leq$ er en partiell ordning på S.
- $\Vdash'$ er en binær *relasjon* fra S til mengden av atomære formler. $\Vdash'$ er monoton, dvs. hvis $x \Vdash' P$ og $x \leq y$, så $y \Vdash' P$.
- $\Vdash'$ utvides til $\Vdash$, som er def. for alle formler:

Kripkesemantikk

- En Kripke-modell er et trippel $(S, \leq, \Vdash')$ der S er en mengde punkter, og $\leq$ er en partiell ordning på S.
- $\Vdash'$ er en binær *relasjon* fra S til mengden av atomære formler. $\Vdash'$ er monoton, dvs. hvis $x \Vdash' P$ og $x \leq y$, så $y \Vdash' P$.
- $\Vdash'$ utvides til $\Vdash$, som er def. for alle formler:
  - $x \Vdash P$ hviss $x \Vdash' P$ for atomær P

Kripkesemantikk

- En Kripke-modell er et trippel $(S, \leq, \Vdash')$ der S er en mengde punkter, og $\leq$ er en partiell ordning på S.
- $\Vdash'$ er en binær *relasjon* fra S til mengden av atomære formler. $\Vdash'$ er monoton, dvs. hvis $x \Vdash' P$ og $x \leq y$, så $y \Vdash' P$.
- $\Vdash'$ utvides til $\Vdash$, som er def. for alle formler:
  - $x \Vdash P$ hviss $x \Vdash' P$ for atomær P
  - $x \Vdash A \land B$ hviss $x \Vdash A$ og $x \Vdash B$

Kripkesemantikk

- En Kripke-modell er et trippel $(S, \leq, \Vdash')$ der S er en mengde punkter, og $\leq$ er en partiell ordning på S.
- $\Vdash'$ er en binær *relasjon* fra S til mengden av atomære formler. $\Vdash'$ er monoton, dvs. hvis $x \Vdash' P$ og $x \leq y$, så $y \Vdash' P$.
- $\Vdash'$ utvides til $\Vdash$, som er def. for alle formler:
  - $x \Vdash P$ hviss $x \Vdash' P$ for atomær P
  - $x \Vdash A \land B$ hviss $x \Vdash A$ og $x \Vdash B$
  - $x \Vdash A \lor B$ hviss $x \Vdash A$ eller $x \Vdash B$

Kripkesemantikk

- En Kripke-modell er et trippel $(S, \leq, \Vdash')$ der S er en mengde punkter, og $\leq$ er en partiell ordning på S.
- $\Vdash'$ er en binær *relasjon* fra S til mengden av atomære formler. $\Vdash'$ er monoton, dvs. hvis $x \Vdash' P$ og $x \leq y$, så $y \Vdash' P$.
- $\Vdash'$ utvides til $\Vdash$, som er def. for alle formler:
  - $x \Vdash P$ hviss $x \Vdash' P$ for atomær P
  - $x \Vdash A \land B$ hviss $x \Vdash A$ og $x \Vdash B$
  - $x \Vdash A \lor B$ hviss $x \Vdash A$ eller $x \Vdash B$
  - $x \Vdash A \rightarrow B$ hviss vi for enhver y slik at $x \leq y$ har at:
    hvis $y \Vdash A$, så $y \Vdash B$

Kripkesemantikk

- En Kripke-modell er et trippel $(S, \leq, \Vdash')$ der S er en mengde punkter, og $\leq$ er en partiell ordning på S.
- $\Vdash'$ er en binær *relasjon* fra S til mengden av atomære formler. $\Vdash'$ er monoton, dvs. hvis $x \Vdash' P$ og $x \leq y$, så $y \Vdash' P$.
- $\Vdash'$ utvides til $\Vdash$, som er def. for alle formler:
  - $x \Vdash P$ hviss $x \Vdash' P$ for atomær P
  - $x \Vdash A \wedge B$ hviss $x \Vdash A$ og $x \Vdash B$
  - $x \Vdash A \vee B$ hviss $x \Vdash A$ eller $x \Vdash B$
  - $x \Vdash A \rightarrow B$ hviss vi for enhver y slik at $x \leq y$ har at: hvis $y \Vdash A$, så $y \Vdash B$
  - $x \Vdash \neg A$ hviss for enhver y slik at $x \leq y$: $y \nVdash A$

Kripkesemantikk

- En Kripke-modell er et trippel $(S, \leq, \Vdash')$ der S er en mengde punkter, og $\leq$ er en partiell ordning på S.
- $\Vdash'$ er en binær *relasjon* fra S til mengden av atomære formler. $\Vdash'$ er monoton, dvs. hvis $x \Vdash' P$ og $x \leq y$, så $y \Vdash' P$.
- $\Vdash'$ utvides til $\Vdash$, som er def. for alle formler:
  - $x \Vdash P$ hviss $x \Vdash' P$ for atomær P
  - $x \Vdash A \wedge B$ hviss $x \Vdash A$ og $x \Vdash B$
  - $x \Vdash A \vee B$ hviss $x \Vdash A$ eller $x \Vdash B$
  - $x \Vdash A \rightarrow B$ hviss vi for enhver y slik at $x \leq y$ har at: hvis $y \Vdash A$, så $y \Vdash B$
  - $x \Vdash \neg A$ hviss for enhver y slik at $x \leq y$: $y \nVdash A$
- Et punkt i x i en Kripke-modell er en motmodell til en sekvent $\Gamma \vdash C$ hvis $x \Vdash \Gamma$ and $x \nVdash C$. Hvis det finnes et slikt punkt i modellen sier vi at *Kripke-modellen* er en motmodell til sekventen.

Kripkesemantikk

- En Kripke-modell er et trippel $(S, \leq, \Vdash')$ der S er en mengde punkter, og $\leq$ er en partiell ordning på S.
- $\Vdash'$ er en binær *relasjon* fra S til mengden av atomære formler. $\Vdash'$ er monoton, dvs. hvis $x \Vdash' P$ og $x \leq y$, så $y \Vdash' P$.
- $\Vdash'$ utvides til $\Vdash$, som er def. for alle formler:
  - $x \Vdash P$ hviss $x \Vdash' P$ for atomær P
  - $x \Vdash A \wedge B$ hviss $x \Vdash A$ og $x \Vdash B$
  - $x \Vdash A \vee B$ hviss $x \Vdash A$ eller $x \Vdash B$
  - $x \Vdash A \rightarrow B$ hviss vi for enhver y slik at $x \leq y$ har at: hvis $y \Vdash A$, så $y \Vdash B$
  - $x \Vdash \neg A$ hviss for enhver y slik at $x \leq y$: $y \nVdash A$
- Et punkt i x i en Kripke-modell er en motmodell til en sekvent $\Gamma \vdash C$ hvis $x \Vdash \Gamma$ and $x \nVdash C$. Hvis det finnes et slikt punkt i modellen sier vi at *Kripke-modellen* er en motmodell til sekventen.
- Merk: $x \nVdash F$ betyr $\langle x, F \rangle \notin \Vdash$

Eksempel: $P \lor \neg P$

Eksempel: $P \vee \neg P$

Det å vise at formelen $P \vee \neg P$ ikke er intuisjonistisk gyldig tilsvarer å vise at den intuisjonistiske sekventen $\vdash P \vee \neg P$ ikke er gyldig.

Eksempel: $P \vee \neg P$

Det å vise at formelen $P \vee \neg P$ ikke er intuisjonistisk gyldig tilsvarer å vise at den intuisjonistiske sekventen $\vdash P \vee \neg P$ ikke er gyldig.

- Kripkemodellen må ha et punkt x slik at $x \nVdash P \vee \neg P$.

Eksempel: $P \vee \neg P$

Det å vise at formelen $P \vee \neg P$ ikke er intuisjonistisk gyldig tilsvarer å vise at den intuisjonistiske sekventen $\vdash P \vee \neg P$ ikke er gyldig.

- Kripkemodellen må ha et punkt x slik at $x \nVdash P \vee \neg P$.
- Pr. def. av Kripkemodeller må da $x \nVdash P$ og $x \nVdash \neg P$.

Eksempel: $P \vee \neg P$

Det å vise at formelen $P \vee \neg P$ ikke er intuisjonistisk gyldig tilsvarer å vise at den intuisjonistiske sekventen $\vdash P \vee \neg P$ ikke er gyldig.

- Kripkemodellen må ha et punkt x slik at $x \nVdash P \vee \neg P$.
- Pr. def. av Kripkemodeller må da $x \nVdash P$ og $x \nVdash \neg P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.

Eksempel: $P \vee \neg P$

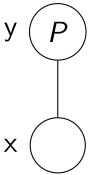
Det å vise at formelen $P \vee \neg P$ ikke er intuisjonistisk gyldig tilsvarer å vise at den intuisjonistiske sekventen $\vdash P \vee \neg P$ ikke er gyldig.

- Kripkemodellen må ha et punkt x slik at $x \nVdash P \vee \neg P$.
- Pr. def. av Kripkemodeller må da $x \nVdash P$ og $x \nVdash \neg P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- $x \nVdash \neg P$: det finnes et punkt y slik at $x \leq y$ og $y \Vdash P$.

Eksempel: $P \vee \neg P$

Det å vise at formelen $P \vee \neg P$ ikke er intuisjonistisk gyldig tilsvarer å vise at den intuisjonistiske sekventen $\vdash P \vee \neg P$ ikke er gyldig.

- Kripkemodellen må ha et punkt x slik at $x \nVdash P \vee \neg P$.
- Pr. def. av Kripkemodeller må da $x \nVdash P$ og $x \nVdash \neg P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- $x \nVdash \neg P$: det finnes et punkt y slik at $x \leq y$ og $y \Vdash P$.



Eksempel: $P \vdash \neg P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.1)

Eksempel: $P \vdash \neg P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.1)

- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash P$ og $x \nVdash \neg P$.

Eksempel: $P \vdash \neg P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.1)

- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash P$ og $x \nVdash \neg P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.

Eksempel: $P \vdash \neg P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.1)

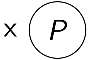
- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash P$ og $x \nVdash \neg P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- $x \nVdash \neg P$: det finnes et punkt y slik at $x \leq y$ og $y \Vdash P$.

Eksempel: $P \vdash \neg P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.1)

- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash P$ og $x \nVdash \neg P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- $x \nVdash \neg P$: det finnes et punkt y slik at $x \leq y$ og $y \Vdash P$.
- Men hvorfor ikke velge x? Husk at $x \leq x$!

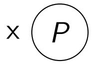
Eksempel: $P \vdash \neg P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.1)

- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash P$ og $x \nVdash \neg P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- $x \nVdash \neg P$: det finnes et punkt y slik at $x \leq y$ og $y \Vdash P$.
- Men hvorfor ikke velge x? Husk at $x \leq x$!



Eksempel: $P \vdash \neg P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.1)

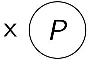
- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash P$ og $x \nVdash \neg P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- $x \nVdash \neg P$: det finnes et punkt y slik at $x \leq y$ og $y \Vdash P$.
- Men hvorfor ikke velge x? Husk at $x \leq x$!



Verifikasjon: $x \Vdash P$ og $x \nVdash \neg P$

Eksempel: $P \vdash \neg P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.1)

- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash P$ og $x \nVdash \neg P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- $x \nVdash \neg P$: det finnes et punkt y slik at $x \leq y$ og $y \Vdash P$.
- Men hvorfor ikke velge x? Husk at $x \leq x$!

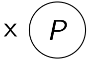


Verifikasjon: $x \Vdash P$ og $x \nVdash \neg P$

1. $x \Vdash P$ (siden $x \Vdash' P$)

Eksempel: $P \vdash \neg P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.1)

- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash P$ og $x \nVdash \neg P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- $x \nVdash \neg P$: det finnes et punkt y slik at $x \leq y$ og $y \Vdash P$.
- Men hvorfor ikke velge x? Husk at $x \leq x$!



Verifikasjon: $x \Vdash P$ og $x \nVdash \neg P$

1. $x \Vdash P$ (siden $x \Vdash' P$)
2. 1. og $x \leq x$ medfører at $x \nVdash \neg P$ (pr. def. av $\Vdash$)

Eksempel: $\neg P \vdash P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.2)

Eksempel: $\neg P \vdash P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.2)

- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash \neg P$ og $x \nVdash P$.

Eksempel: $\neg P \vdash P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.2)

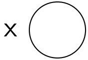
- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash \neg P$ og $x \nVdash P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.

Eksempel: $\neg P \vdash P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.2)

- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash \neg P$ og $x \nVdash P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- Derfor må $x \nVdash P$ og for alle $x \leq y$: $y \nVdash P$.

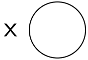
Eksempel: $\neg P \vdash P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.2)

- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash \neg P$ og $x \nVdash P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- Derfor må $x \nVdash P$ og for alle $x \leq y$: $y \nVdash P$.



Eksempel: $\neg P \vdash P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.2)

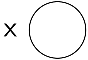
- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash \neg P$ og $x \nVdash P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- Derfor må $x \nVdash P$ og for alle $x \leq y$: $y \nVdash P$.



Verifikasjon: $x \Vdash \neg P$ og $x \nVdash P$

Eksempel: $\neg P \vdash P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.2)

- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash \neg P$ og $x \nVdash P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- Derfor må $x \nVdash P$ og for alle $x \leq y$: $y \nVdash P$.

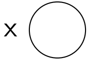


Verifikasjon: $x \Vdash \neg P$ og $x \nVdash P$

1. $x \nVdash P$ (siden $x \nVdash' P$)

Eksempel: $\neg P \vdash P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.2)

- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash \neg P$ og $x \nVdash P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- Derfor må $x \nVdash P$ og for alle $x \leq y$: $y \nVdash P$.

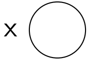


Verifikasjon: $x \Vdash \neg P$ og $x \nVdash P$

1. $x \nVdash P$ (siden $x \nVdash' P$)
2. Det finnes ingen punkter y slik at $x < y$.

Eksempel: $\neg P \vdash P$ (oppgavesett 5, oppgave 2.2)

- Modellen må ha et punkt x slik at $x \Vdash \neg P$ og $x \nVdash P$.
- $x \Vdash \neg P$ hviss for alle y slik at $x \leq y$: $y \nVdash P$.
- Derfor må $x \nVdash P$ og for alle $x \leq y$: $y \nVdash P$.



Verifikasjon: $x \Vdash \neg P$ og $x \nVdash P$

1. $x \nVdash P$ (siden $x \nVdash' P$)
2. Det finnes ingen punkter y slik at $x < y$.
3. 1. og 2. medfører at $x \Vdash \neg P$ (pr. def. av $\Vdash$)

Eksempel: $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.3)

Eksempel: $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.3)

- Må ha punkt x slik at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$

Eksempel: $\neg Q \rightarrow \neg P \vdash P \rightarrow Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.3)

- Må ha punkt x slik at $x \Vdash \neg Q \rightarrow \neg P$ og $x \nVdash P \rightarrow Q$
- $x \nVdash P \rightarrow Q$: finnes punkt $y \geq x$ s.a. $y \Vdash P$ og $y \nVdash Q$

Eksempel: $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.3)

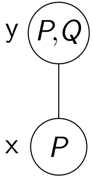
- Må ha punkt x slik at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$
- $x \nVdash P \to Q$: finnes punkt $y \geq x$ s.a. $y \Vdash P$ og $y \nVdash Q$
- $x \Vdash \neg Q \to \neg P$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash \neg Q$ eller $y \Vdash \neg P$

Eksempel: $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.3)

- Må ha punkt x slik at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$
- $x \nVdash P \to Q$: finnes punkt $y \geq x$ s.a. $y \Vdash P$ og $y \nVdash Q$
- $x \Vdash \neg Q \to \neg P$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash \neg Q$ eller $y \Vdash \neg P$
- $y \nVdash \neg Q$: finnes $z \geq y$ s.a. $z \Vdash Q$

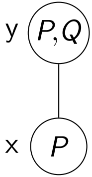
Eksempel: $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.3)

- Må ha punkt x slik at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$
- $x \nVdash P \to Q$: finnes punkt $y \geq x$ s.a. $y \Vdash P$ og $y \nVdash Q$
- $x \Vdash \neg Q \to \neg P$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash \neg Q$ eller $y \Vdash \neg P$
- $y \nVdash \neg Q$: finnes $z \geq y$ s.a. $z \Vdash Q$



Eksempel: $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.3)

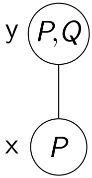
- Må ha punkt x slik at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$
- $x \nVdash P \to Q$: finnes punkt $y \geq x$ s.a. $y \Vdash P$ og $y \nVdash Q$
- $x \Vdash \neg Q \to \neg P$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash \neg Q$ eller $y \Vdash \neg P$
- $y \nVdash \neg Q$: finnes $z \geq y$ s.a. $z \Vdash Q$



Verifikasjon: $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$

Eksempel: $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.3)

- Må ha punkt x slik at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$
- $x \nVdash P \to Q$: finnes punkt $y \geq x$ s.a. $y \Vdash P$ og $y \nVdash Q$
- $x \Vdash \neg Q \to \neg P$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash \neg Q$ eller $y \Vdash \neg P$
- $y \nVdash \neg Q$: finnes $z \geq y$ s.a. $z \Vdash Q$

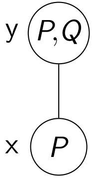


Verifikasjon: $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$

1. $y \Vdash Q$ (siden $y \Vdash' Q$)

Eksempel: $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.3)

- Må ha punkt x slik at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$
- $x \nVdash P \to Q$: finnes punkt $y \geq x$ s.a. $y \Vdash P$ og $y \nVdash Q$
- $x \Vdash \neg Q \to \neg P$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash \neg Q$ eller $y \Vdash \neg P$
- $y \nVdash \neg Q$: finnes $z \geq y$ s.a. $z \Vdash Q$

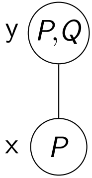


Verifikasjon: $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$

1. $y \Vdash Q$ (siden $y \Vdash' Q$)
2. 1. og $y \leq y$ medfører at $y \nVdash \neg Q$ (pr. def. av $\Vdash$)

Eksempel: $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.3)

- Må ha punkt x slik at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$
- $x \nVdash P \to Q$: finnes punkt $y \geq x$ s.a. $y \Vdash P$ og $y \nVdash Q$
- $x \Vdash \neg Q \to \neg P$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash \neg Q$ eller $y \Vdash \neg P$
- $y \nVdash \neg Q$: finnes $z \geq y$ s.a. $z \Vdash Q$

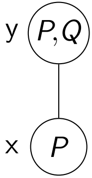


Verifikasjon: $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$

1. $y \Vdash Q$ (siden $y \Vdash' Q$)
2. 1. og $y \leq y$ medfører at $y \nVdash \neg Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
3. 1. og $x \leq y$ medfører at $x \nVdash \neg Q$ (pr. def. av $\Vdash$)

Eksempel: $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.3)

- Må ha punkt x slik at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$
- $x \nVdash P \to Q$: finnes punkt $y \geq x$ s.a. $y \Vdash P$ og $y \nVdash Q$
- $x \Vdash \neg Q \to \neg P$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash \neg Q$ eller $y \Vdash \neg P$
- $y \nVdash \neg Q$: finnes $z \geq y$ s.a. $z \Vdash Q$

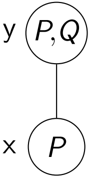


Verifikasjon: $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$

1. $y \Vdash Q$ (siden $y \Vdash' Q$)
2. 1. og $y \leq y$ medfører at $y \nVdash \neg Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
3. 1. og $x \leq y$ medfører at $x \nVdash \neg Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
4. 2. og 3. medfører at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ (pr. def. av $\Vdash$)

Eksempel: $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.3)

- Må ha punkt x slik at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$
- $x \nVdash P \to Q$: finnes punkt $y \geq x$ s.a. $y \Vdash P$ og $y \nVdash Q$
- $x \Vdash \neg Q \to \neg P$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash \neg Q$ eller $y \Vdash \neg P$
- $y \nVdash \neg Q$: finnes $z \geq y$ s.a. $z \Vdash Q$

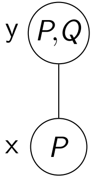


Verifikasjon: $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$

1. $y \Vdash Q$ (siden $y \Vdash' Q$)
2. 1. og $y \leq y$ medfører at $y \nVdash \neg Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
3. 1. og $x \leq y$ medfører at $x \nVdash \neg Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
4. 2. og 3. medfører at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ (pr. def. av $\Vdash$)
5. $x \Vdash P$ og $x \nVdash Q$ (siden $x \Vdash' P$ og $x \nVdash' Q$)

Eksempel: $\neg Q \to \neg P \vdash P \to Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.3)

- Må ha punkt x slik at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$
- $x \nVdash P \to Q$: finnes punkt $y \geq x$ s.a. $y \Vdash P$ og $y \nVdash Q$
- $x \Vdash \neg Q \to \neg P$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash \neg Q$ eller $y \Vdash \neg P$
- $y \nVdash \neg Q$: finnes $z \geq y$ s.a. $z \Vdash Q$



Verifikasjon: $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ og $x \nVdash P \to Q$

1. $y \Vdash Q$ (siden $y \Vdash' Q$)
2. 1. og $y \leq y$ medfører at $y \nVdash \neg Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
3. 1. og $x \leq y$ medfører at $x \nVdash \neg Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
4. 2. og 3. medfører at $x \Vdash \neg Q \to \neg P$ (pr. def. av $\Vdash$)
5. $x \Vdash P$ og $x \nVdash Q$ (siden $x \Vdash' P$ og $x \nVdash' Q$)
6. 5. og $x \leq x$ medfører at $x \nVdash P \to Q$ (pr. def. av $\Vdash$)

Eksempel: $\neg(P \land Q) \vdash \neg P \lor \neg Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.4)

Eksempel: $\neg(P \wedge Q) \vdash \neg P \vee \neg Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.4)

- Må ha x slik at $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ og $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$

Eksempel: $\neg(P \land Q) \vdash \neg P \lor \neg Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.4)

- Må ha x slik at $x \Vdash \neg(P \land Q)$ og $x \nVdash \neg P \lor \neg Q$
- $x \Vdash \neg(P \land Q)$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P \land Q$

Eksempel: $\neg(P \wedge Q) \vdash \neg P \vee \neg Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.4)

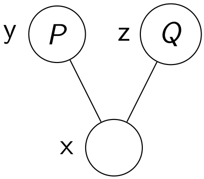
- Må ha x slik at $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ og $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$
- $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P \wedge Q$
- $y \nVdash P \wedge Q$: $y \nVdash P$ eller $y \nVdash Q$

Eksempel: $\neg(P \land Q) \vdash \neg P \lor \neg Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.4)

- Må ha x slik at $x \Vdash \neg(P \land Q)$ og $x \nVdash \neg P \lor \neg Q$
- $x \Vdash \neg(P \land Q)$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P \land Q$
- $y \nVdash P \land Q$: $y \nVdash P$ eller $y \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P \lor \neg Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash \neg Q$

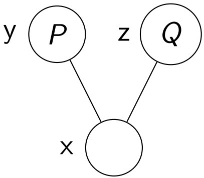
Eksempel: $\neg(P \wedge Q) \vdash \neg P \vee \neg Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.4)

- Må ha x slik at $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ og $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$
- $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P \wedge Q$
- $y \nVdash P \wedge Q$: $y \nVdash P$ eller $y \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash \neg Q$



Eksempel: $\neg(P \wedge Q) \vdash \neg P \vee \neg Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.4)

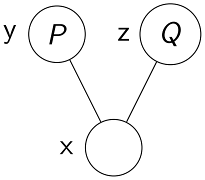
- Må ha x slik at $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ og $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$
- $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P \wedge Q$
- $y \nVdash P \wedge Q$: $y \nVdash P$ eller $y \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash \neg Q$



Verifikasjon: $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ og $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$

Eksempel: $\neg(P \land Q) \vdash \neg P \lor \neg Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.4)

- Må ha x slik at $x \Vdash \neg(P \land Q)$ og $x \nVdash \neg P \lor \neg Q$
- $x \Vdash \neg(P \land Q)$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P \land Q$
- $y \nVdash P \land Q$: $y \nVdash P$ eller $y \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P \lor \neg Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash \neg Q$

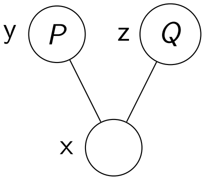


Verifikasjon: $x \Vdash \neg(P \land Q)$ og $x \nVdash \neg P \lor \neg Q$

1. $x \nVdash P \land Q$, $y \nVdash P \land Q$ og $z \nVdash P \land Q$ (pr. def. av $\Vdash$)

Eksempel: $\neg(P \wedge Q) \vdash \neg P \vee \neg Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.4)

- Må ha x slik at $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ og $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$
- $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P \wedge Q$
- $y \nVdash P \wedge Q$: $y \nVdash P$ eller $y \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash \neg Q$

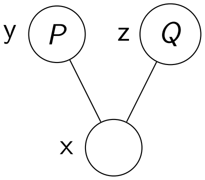


Verifikasjon: $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ og $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$

1. $x \nVdash P \wedge Q$, $y \nVdash P \wedge Q$ og $z \nVdash P \wedge Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
2. 1. medfører $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ (pr. def. av $\Vdash$)

Eksempel: $\neg(P \wedge Q) \vdash \neg P \vee \neg Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.4)

- Må ha x slik at $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ og $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$
- $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P \wedge Q$
- $y \nVdash P \wedge Q$: $y \nVdash P$ eller $y \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash \neg Q$

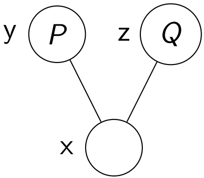


Verifikasjon: $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ og $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$

1. $x \nVdash P \wedge Q$, $y \nVdash P \wedge Q$ og $z \nVdash P \wedge Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
2. 1. medfører $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ (pr. def. av $\Vdash$)
3. $y \Vdash P$ og $x \leq y$ medfører $x \nVdash \neg P$ (pr. def. av $\Vdash$)

Eksempel: $\neg(P \wedge Q) \vdash \neg P \vee \neg Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.4)

- Må ha x slik at $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ og $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$
- $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P \wedge Q$
- $y \nVdash P \wedge Q$: $y \nVdash P$ eller $y \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash \neg Q$

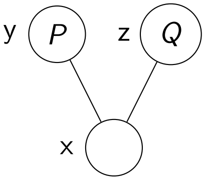


Verifikasjon: $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ og $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$

1. $x \nVdash P \wedge Q$, $y \nVdash P \wedge Q$ og $z \nVdash P \wedge Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
2. 1. medfører $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ (pr. def. av $\Vdash$)
3. $y \Vdash P$ og $x \leq y$ medfører $x \nVdash \neg P$ (pr. def. av $\Vdash$)
4. $z \Vdash Q$ og $x \leq z$ medfører $x \nVdash \neg Q$ (pr. def. av $\Vdash$)

Eksempel: $\neg(P \wedge Q) \vdash \neg P \vee \neg Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.4)

- Må ha x slik at $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ og $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$
- $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P \wedge Q$
- $y \nVdash P \wedge Q$: $y \nVdash P$ eller $y \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash \neg Q$



Verifikasjon: $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ og $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$

1. $x \nVdash P \wedge Q$, $y \nVdash P \wedge Q$ og $z \nVdash P \wedge Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
2. 1. medfører $x \Vdash \neg(P \wedge Q)$ (pr. def. av $\Vdash$)
3. $y \Vdash P$ og $x \leq y$ medfører $x \nVdash \neg P$ (pr. def. av $\Vdash$)
4. $z \Vdash Q$ og $x \leq z$ medfører $x \nVdash \neg Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
5. 3. og 4. medfører at $x \nVdash \neg P \vee \neg Q$ (pr. def. av $\Vdash$)

Eksempel: $P \rightarrow Q \vdash \neg P \vee Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.5)

Eksempel: $P \to Q \vdash \neg P \lor Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.5)

- Må ha x slik at $x \Vdash P \to Q$ og $x \nVdash \neg P \lor Q$

Eksempel: $P \rightarrow Q \vdash \neg P \vee Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.5)

- Må ha x slik at $x \Vdash P \rightarrow Q$ og $x \nVdash \neg P \vee Q$
- $x \Vdash P \rightarrow Q$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P$ eller $y \Vdash Q$

Eksempel: $P \rightarrow Q \vdash \neg P \vee Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.5)

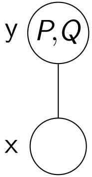
- Må ha x slik at $x \Vdash P \rightarrow Q$ og $x \nVdash \neg P \vee Q$
- $x \Vdash P \rightarrow Q$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P$ eller $y \Vdash Q$
- $x \nVdash \neg P \vee Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash Q$

Eksempel: $P \rightarrow Q \vdash \neg P \vee Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.5)

- Må ha x slik at $x \Vdash P \rightarrow Q$ og $x \not\Vdash \neg P \vee Q$
- $x \Vdash P \rightarrow Q$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \not\Vdash P$ eller $y \Vdash Q$
- $x \not\Vdash \neg P \vee Q$: $x \not\Vdash \neg P$ og $x \not\Vdash Q$
- $x \not\Vdash \neg P$: finnes $z \geq x$ s.a. $z \Vdash P$

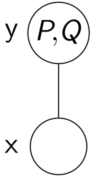
Eksempel: $P \to Q \vdash \neg P \lor Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.5)

- Må ha x slik at $x \Vdash P \to Q$ og $x \nVdash \neg P \lor Q$
- $x \Vdash P \to Q$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P$ eller $y \Vdash Q$
- $x \nVdash \neg P \lor Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P$: finnes $z \geq x$ s.a. $z \Vdash P$



Eksempel: $P \rightarrow Q \vdash \neg P \vee Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.5)

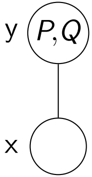
- Må ha x slik at $x \Vdash P \rightarrow Q$ og $x \nVdash \neg P \vee Q$
- $x \Vdash P \rightarrow Q$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P$ eller $y \Vdash Q$
- $x \nVdash \neg P \vee Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P$: finnes $z \geq x$ s.a. $z \Vdash P$



Verifikasjon: $x \Vdash P \rightarrow Q$ og $x \nVdash \neg P \vee Q$

Eksempel: $P \to Q \vdash \neg P \lor Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.5)

- Må ha x slik at $x \Vdash P \to Q$ og $x \nVdash \neg P \lor Q$
- $x \Vdash P \to Q$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P$ eller $y \Vdash Q$
- $x \nVdash \neg P \lor Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P$: finnes $z \geq x$ s.a. $z \Vdash P$

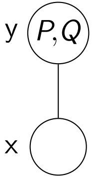


Verifikasjon: $x \Vdash P \to Q$ og $x \nVdash \neg P \lor Q$

1. $x \nVdash P$ og $y \Vdash Q$ (siden $x \nVdash' P$ og $y \Vdash' Q$)

Eksempel: $P \to Q \vdash \neg P \vee Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.5)

- Må ha x slik at $x \Vdash P \to Q$ og $x \nVdash \neg P \vee Q$
- $x \Vdash P \to Q$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P$ eller $y \Vdash Q$
- $x \nVdash \neg P \vee Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P$: finnes $z \geq x$ s.a. $z \Vdash P$

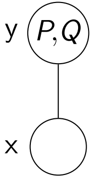


Verifikasjon: $x \Vdash P \to Q$ og $x \nVdash \neg P \vee Q$

1. $x \nVdash P$ og $y \Vdash Q$ (siden $x \nVdash' P$ og $y \Vdash' Q$)
2. 1. medfører at $x \Vdash P \to Q$ (pr. def. av $\Vdash$)

Eksempel: $P \to Q \vdash \neg P \lor Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.5)

- Må ha x slik at $x \Vdash P \to Q$ og $x \nVdash \neg P \lor Q$
- $x \Vdash P \to Q$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P$ eller $y \Vdash Q$
- $x \nVdash \neg P \lor Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P$: finnes $z \geq x$ s.a. $z \Vdash P$

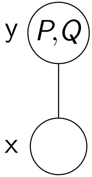


Verifikasjon: $x \Vdash P \to Q$ og $x \nVdash \neg P \lor Q$

1. $x \nVdash P$ og $y \Vdash Q$ (siden $x \nVdash' P$ og $y \Vdash' Q$)
2. 1. medfører at $x \Vdash P \to Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
3. $y \Vdash P$ (siden $y \Vdash' P$)

Eksempel: $P \rightarrow Q \vdash \neg P \vee Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.5)

- Må ha x slik at $x \Vdash P \rightarrow Q$ og $x \nVdash \neg P \vee Q$
- $x \Vdash P \rightarrow Q$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P$ eller $y \Vdash Q$
- $x \nVdash \neg P \vee Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P$: finnes $z \geq x$ s.a. $z \Vdash P$

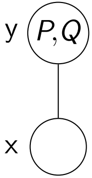


Verifikasjon: $x \Vdash P \rightarrow Q$ og $x \nVdash \neg P \vee Q$

1. $x \nVdash P$ og $y \Vdash Q$ (siden $x \nVdash' P$ og $y \Vdash' Q$)
2. 1. medfører at $x \Vdash P \rightarrow Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
3. $y \Vdash P$ (siden $y \Vdash' P$)
4. 3. og $x \leq y$ medfører at $x \nVdash \neg P$ (pr. def. av $\Vdash$)

Eksempel: $P \rightarrow Q \vdash \neg P \vee Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.5)

- Må ha x slik at $x \Vdash P \rightarrow Q$ og $x \nVdash \neg P \vee Q$
- $x \Vdash P \rightarrow Q$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P$ eller $y \Vdash Q$
- $x \nVdash \neg P \vee Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P$: finnes $z \geq x$ s.a. $z \Vdash P$

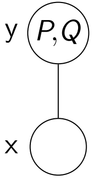


Verifikasjon: $x \Vdash P \rightarrow Q$ og $x \nVdash \neg P \vee Q$

1. $x \nVdash P$ og $y \Vdash Q$ (siden $x \nVdash' P$ og $y \Vdash' Q$)
2. 1. medfører at $x \Vdash P \rightarrow Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
3. $y \Vdash P$ (siden $y \Vdash' P$)
4. 3. og $x \leq y$ medfører at $x \nVdash \neg P$ (pr. def. av $\Vdash$)
5. $x \nVdash Q$ (siden $x \nVdash' Q$)

Eksempel: $P \rightarrow Q \vdash \neg P \vee Q$ (oppg.sett 5, oppg. 2.5)

- Må ha x slik at $x \Vdash P \rightarrow Q$ og $x \nVdash \neg P \vee Q$
- $x \Vdash P \rightarrow Q$: $y \geq x \;\Rightarrow\; y \nVdash P$ eller $y \Vdash Q$
- $x \nVdash \neg P \vee Q$: $x \nVdash \neg P$ og $x \nVdash Q$
- $x \nVdash \neg P$: finnes $z \geq x$ s.a. $z \Vdash P$



Verifikasjon: $x \Vdash P \rightarrow Q$ og $x \nVdash \neg P \vee Q$

1. $x \nVdash P$ og $y \Vdash Q$ (siden $x \nVdash' P$ og $y \Vdash' Q$)
2. 1. medfører at $x \Vdash P \rightarrow Q$ (pr. def. av $\Vdash$)
3. $y \Vdash P$ (siden $y \Vdash' P$)
4. 3. og $x \leq y$ medfører at $x \nVdash \neg P$ (pr. def. av $\Vdash$)
5. $x \nVdash Q$ (siden $x \nVdash' Q$)
6. 4. og 5. medfører $x \nVdash \neg P \vee Q$ (pr. def. av $\Vdash$)

Tips og triks

- $x \nVdash F$ betyr at $x \Vdash F$ *ikke* holder!

Tips og triks

- $x \nVdash F$ betyr at $x \Vdash F$ *ikke* holder!
- Lage Kripkemotmodell:

Tips og triks

- $x \nVdash F$ betyr at $x \Vdash F$ *ikke* holder!
- Lage Kripkemotmodell:
  - Finn ut hva slags egenskaper Kripkemodellen må ha ved å bruke definisjonen av $\Vdash$.

Tips og triks

- $x \nVdash F$ betyr at $x \Vdash F$ *ikke* holder!
- Lage Kripkemotmodell:
  - Finn ut hva slags egenskaper Kripkemodellen må ha ved å bruke definisjonen av $\Vdash$.
  - Kombinér egenskapene til en modell.

Tips og triks

- $x \nVdash F$ betyr at $x \Vdash F$ *ikke* holder!
- Lage Kripkemotmodell:
  - Finn ut hva slags egenskaper Kripkemodellen må ha ved å bruke definisjonen av $\Vdash$.
  - Kombinér egenskapene til en modell.
  - Verifisér at modellen faktisk falsifiserer sekventen.

Tips og triks

- $x \nVdash F$ betyr at $x \Vdash F$ *ikke* holder!
- Lage Kripkemotmodell:
  - Finn ut hva slags egenskaper Kripkemodellen må ha ved å bruke definisjonen av $\Vdash$.
  - Kombinér egenskapene til en modell.
  - Verifisér at modellen faktisk falsifiserer sekventen.
- Hvis en sekvent $\Gamma \vdash C$ *ikke* er bevisbar i LK, så er den heller ikke bevisbar i LJ. (Husk: LJ er en begrenset versjon av LK.)

Tips og triks

- $x \nVdash F$ betyr at $x \Vdash F$ *ikke* holder!
- Lage Kripkemotmodell:
  - Finn ut hva slags egenskaper Kripkemodellen må ha ved å bruke definisjonen av $\Vdash$.
  - Kombinér egenskapene til en modell.
  - Verifisér at modellen faktisk falsifiserer sekventen.
- Hvis en sekvent $\Gamma \vdash C$ *ikke* er bevisbar i LK, så er den heller ikke bevisbar i LJ. (Husk: LJ er en begrenset versjon av LK.)
- Hvis en sekvent $\Gamma \vdash C$ ikke er gyldig i *klassisk* logikk, så:

Tips og triks

- $x \nVdash F$ betyr at $x \Vdash F$ *ikke* holder!
- Lage Kripkemotmodell:
    - Finn ut hva slags egenskaper Kripkemodellen må ha ved å bruke definisjonen av $\Vdash$.
    - Kombinér egenskapene til en modell.
    - Verifisér at modellen faktisk falsifiserer sekventen.
- Hvis en sekvent $\Gamma \vdash C$ *ikke* er bevisbar i LK, så er den heller ikke bevisbar i LJ. (Husk: LJ er en begrenset versjon av LK.)
- Hvis en sekvent $\Gamma \vdash C$ ikke er gyldig i *klassisk* logikk, så:
    - er den heller ikke *intuisjonistisk* gyldig

Tips og triks

- $x \nVdash F$ betyr at $x \Vdash F$ *ikke* holder!
- Lage Kripkemotmodell:
  - Finn ut hva slags egenskaper Kripkemodellen må ha ved å bruke definisjonen av $\Vdash$.
  - Kombinér egenskapene til en modell.
  - Verifisér at modellen faktisk falsifiserer sekventen.
- Hvis en sekvent $\Gamma \vdash C$ *ikke* er bevisbar i LK, så er den heller ikke bevisbar i LJ. (Husk: LJ er en begrenset versjon av LK.)
- Hvis en sekvent $\Gamma \vdash C$ ikke er gyldig i *klassisk* logikk, så:
  - er den heller ikke *intuisjonistisk* gyldig
  - har den en Kripkemotmodell bestående av ett punkt (tilsvarende en falsifiserende valuasjon)

Lykke til på eksamen!

Takk for nå og lykke til på eksamen!

Husk å svare på emneevalueringen!