UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	INF3170/4170 — Logikk
Eksamensdag:	9. juni 2005
Tid for eksamen:	14:30 – 17:30
Oppgavesettet er på 2 sider.	
Vedlegg:	Ingen
Tillatte hjelpemidler:	Ingen

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1 Tablåkalkyle (20 %)

(a) Forklar (med 30 ord eller mindre) hva det vil si at en tablåkalkyle er komplett.

(b) Forklar (med 100 ord eller mindre) hva det vil si at et fri-variabel tablå er oppfyllbart.

Bevis formelen

$$\exists x(Px \rightarrow \forall x Px)$$

(c) i grunn tablåkalkyle **(d)** i fri-variabel tablåkalkyle.

Oppgave 2 Naturlig deduksjon (15 %)

Bevis følgende formler i naturlig deduksjon.

$$\textbf{(a)} \quad P \rightarrow (Q \rightarrow (P \land Q))$$

$$\textbf{(b)} \quad \forall x(Px \rightarrow Qx) \rightarrow \forall x(\neg Qx \rightarrow \neg Px)$$

Oppgave 3 Induksjon (10 %)

La S være en mengde utsagnslogiske formler som inneholder $P_i \rightarrow P_{i+1}$ for alle naturlige tall $i \geq 1$, dvs. $S = \{P_1 \rightarrow P_2, P_2 \rightarrow P_3, P_3 \rightarrow P_4, \ldots\}$. Vis ved induksjon at $P_1 \rightarrow P_k$ er en logisk konsekvens av S for alle naturlige tall $k > 1$.

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 4 Hilbert-Frege-systemer (15 %)

(a) Det enkleste Hilbert-Frege-systemet, med tre aksiomer og en slutningsregel, er sunt og komplett for utsagnslogikk. Forklar (med ikke mer enn 100 ord) hva sunnhet av systemet betyr og hvorfor systemet er sunt.

(b) Bruk deduksjonsteoremet og vis at følgende formel er et teorem.

$$(P \to (Q \to R)) \to (Q \to (P \to R))$$

Oppgave 5 Hintikka-mengder (20 %)

La $L(R, F, C)$ være et førsteordens språk gitt av $R = \{P, Q\}$, $F = \emptyset$ og $C = \{a, b\}$, hvor P har aritet 1 og Q har aritet 2.

For hver av formlene nedenfor, finn en Hintikka-mengde som inneholder formelen. Er formlene oppfyllbare? Forklar hvorfor eller hvorfor ikke.

$$\neg(\forall x P x \to \exists x (P x \land Q a x))$$

$$\forall x \exists y Q x y \land \neg \exists y \forall x Q x y$$

Oppgave 6 Sant eller usant? (20 %)

Er følgende påstander sanne eller usanne? Hvis påstanden er usann, så gi et moteksempel. (X, Y and Z står for lukkede første-ordens formler.)

1. For alle X, så er X eller $\neg X$ oppfyllbar.
2. For alle X, så er X eller $\neg X$ gyldig.
3. Hvis $X \to Y$ er gyldig, så er $X \to (Y \lor Z)$ gyldig.
4. Hvis $X \to Y$ er gyldig, så er $X \to (Y \land Z)$ gyldig.