# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

| | |
|---|---|
| Eksamen i | IN 256 — Signalbehandling |
| Eksamensdag: | 24. mai 2000 |
| Tid for eksamen: | 9.00 – 15.00 |
| Oppgavesettet er på 3 sider. | |
| Vedlegg: | Ingen |
| Tillatte hjelpemidler: | Alle trykte og skrevne |

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Dette oppgavesettet består av 3 oppgaver som kan løses uavhengig av hverandre. Skulle noe være uklart i en oppgave, så skriv klart hvilke forutsetninger du gjør for å løse oppgaven, og gå videre! Husk å besvare alle deloppgaver da disse vektes likt ved sensuren.

## Oppgave 1 A/D omforming

Gitt et båndbegrenset kontinuerlig og reellt signal $x_c(t)$ der $X_c(j\Omega) = 0,\ |\Omega| > \Omega_N$. Signalet samples med frekvens $\Omega_s$ og resultatet er sekvensen $x[n] = x_c[nT]$ der $\Omega_s = 2\pi/T$.

### 1a

Vi ser først på effekten av kvantiseringsfeil. Anta at man i en A/D omformer basert på oversampling (men *ikke* $\Sigma{-}\Delta$) har oppnådd et signal til støyforhold på 80 dB. Hvor mye må man øke oversamplingen med for å oppnå et signal til støyforhold på 90 dB?

### 1b

Alternativt kan den samme økningen i signal til støyforholdet oppnås ved å øke antall bit i kvantiseringen. Hvor mange flere bit må en da minst operere med?

### 1c

Vi ser nå bort fra kvantiseringsfeil og antar i stedet at det av og til kan oppstå en enkeltstående feil under samplingen slik at sekvensen man ender opp med er $\hat{x}[n] = x[n] + A\delta[n - n_0]$ der $A$ og $n_0$ er ukjente. (Om en slik feil har oppstått eller ikke vil en kunne se ved å bruke en feildetekterende kode.)

*(Fortsettes på side 2.)*

En ønsker å korrigere feilen via nedsampling og må da først finne ut om $n_0$ er et odde eller like tall. Dette gjør en ved å innrette seg slik at $\hat{X}(e^{j\pi/2}) = A(-j)^{n_0}$. En reell verdi betyr at $n_0$ er like, mens en imaginær verdi betyr at $n_0$ er odde. Hvilke krav setter dette til $\Omega_s$?

### 1d

Ved hjelp av nedsampling og oppsampling er det nå mulig å rekonstruere den korrekte sekvensen. Vis hvordan dette kan gjøres ved å skissere modul av den tilhørende Fourier transformen på hvert trinn i prosessen.

## Oppgave 2 Digital filtrering

Kodeeksempelet i denne oppgaven er skrevet i en Matlab-liknende syntaks med følgende egenskaper:
- ingen vektor eller matriseoperasjoner finnes annet enn “zeros” og “length”
- arrayer indekseres fra 1 og oppover

Inngangsarray er x(1:n), utgangen er y(1:N) og filterkoeffisientene er b(1:M):

```
b=[0.0386 0.4614 0.4614 0.0386];
y= zeros(1,N); % y[1],..., y[N] er alle 0
M= length(b);
for n= 1:N,
  for m=1:min(M,n),
    y(n)= y(n) + b(m)*x(n-m+1);
  end
end
```

### 2a

Finn forsterkningen ved $\omega = 0$ og $\pi$ og forklar hva slags filter dette er. Forklar også hvordan de første $M-1$ samplene ut av filteret beregnes.

### 2b

Finn og plott faseresponsen.

### 2c

Finn filterets poler og nullpunkter.

### 2d

Skriv om koden slik at antall multiplikasjoner reduseres. Bruk parametere som N og M i koden, ikke tall som 4 for M osv. Anta også at M kan være både et odde og like tall.

*(Fortsettes på side 3.)*

### 2e

Skriv så om den opprinnelige koden slik at den kan behandle et rekursivt filter som f.eks. dette Butterworth-filteret der arrayet a inneholder koeffesientene for den rekursive delen:
b=[0.0317 0.0951 0.0951 0.0317]; a= [1.0000 -1.4590 0.9104 -0.1978];

Koden skal skrives for en generell asymmetrisk b. Forklar hvordan du behandler transientdelen av responsen i koden din.

## Oppgave 3 Lineære systemer

Et lineært system med impulsrespons

$$h[n] = \begin{cases} -1 & \text{for } n = 0 \\ 2 & \text{for } n = 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

har inngangssignal $x[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$ der $u[n]$ er enhets sprangfunksjonen.

### 3a

Vis at utgangssignalet kan skrives som $w[n] = -5x[n] + 4\delta[n]$.

### 3b

Finn spekteret $|W(e^{j\omega})|^2$.

### 3c

Signalet $w[n]$ sendes inn på et stabilt og kausalt filter $H_c(z)$ med utgang $y[n]$. Finn $H_c(z)$ slik at $|Y(e^{j\omega})|^2 = |X(e^{j\omega})|^2$.

### 3d

Hva er energien i signalet $y[n]$ sammenliknet med $x[n]$?

### 3e

Finn differenslikningen som gir sammenhengen mellom $y[n]$ og $x[n]$.

Lykke til!