UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	INF3440/4440 — Signalbehandling
Eksamensdag:	18. oktober 2005
Tid for eksamen:	09.00 – 12.00
Oppgavesettet er på 5 sider.	
Vedlegg:	Ingen
Tillatte hjelpemidler:	Ingen

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1

Sekvensene $x_1(n)$ og $x_2(n)$ er gitt som følger:

$$\begin{aligned} x_1(n) &= \{3, -1, -\underset{\uparrow}{2}, 5, 0, 4, -1\} \\ x_2(n) &= \{2, -1, -3, -\underset{\uparrow}{2}, 0\} \end{aligned}$$

Gjør følgende beregninger:

a) $y_1(n) = x_1(n) + x_2(n)$. 1 p.

b) $y_2(n) = 1/3\ x_1(n) - 2/3\ x_2(n)$. 1 p.

c) $y_3(n) = x_1(n)\ x_2(n)$. 1 p.

Oppgave 2

Impulsresponsen, $h(n)$, til et lineært tidsinvariant system er gitt som

$$h(n) = a^n u(n), \quad a \in \Re,\ |a| < 1.$$

a) Bestem Fourier transformasjonen $H(w)$ til impulsresponsen $h(n)$. 1 p.

b) Bestem den Diskrete Fourier transformasjonen $H(k)$ (N punkts DFT) til $h(n)$ for intervallet $0 \leq n \leq N-1$. 1 p.

c) Hvordan kan $H(k)$ i b) bestemmes fra $H(w)$ i a)? 1 p.

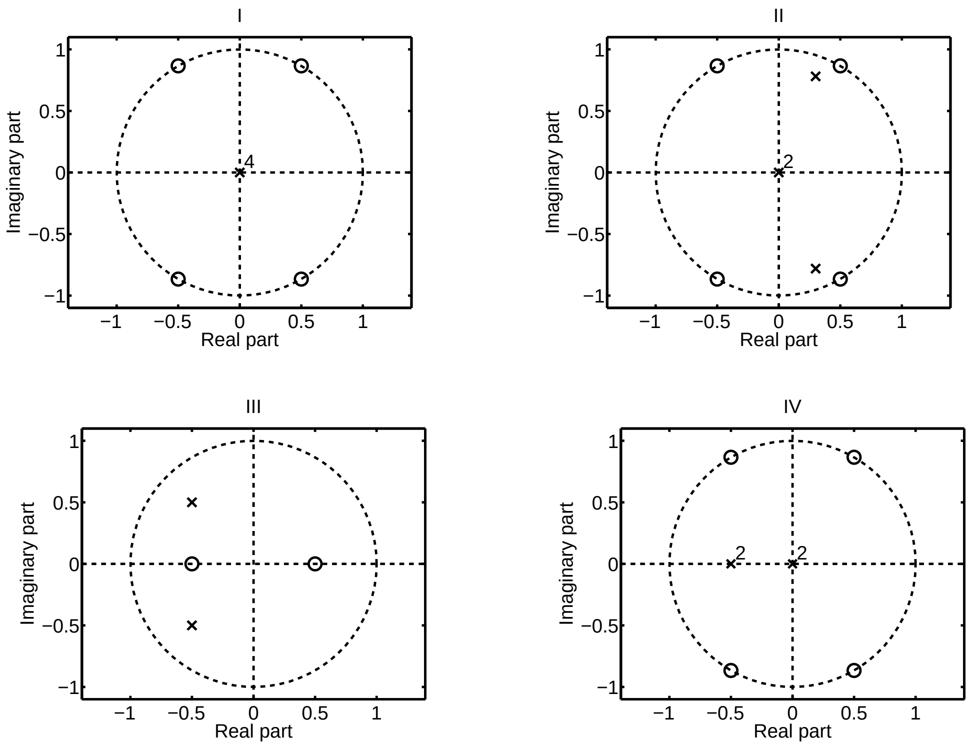
(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 3

Figur 1 viser fire pol-nullpunkts diagram, figur 2 viser fire amplitudefunksjoner og figur 3 viser fire fasefunksjoner.

a) Par sammen korrekte pol-nullpunkts diagram (I-IV) og amplitudefunksjoner (A-D) (1/2 poeng for hvert korrekt par).

b) Par sammen korrekte pol-nullpunkts diagram (I-IV) og fasefunksjoner (E-H) (1/2 poeng for hvert korrekt par).



Figur 1: Fire pol-nullpunktsdiagram

Oppgave 4

Impulsresponsen til en krets er gitt som $h(n) = \{\underset{\uparrow}{2}, -4, 2\}$.

a) Bestem $H(w)$ (forenkle utrykket). 1 p.

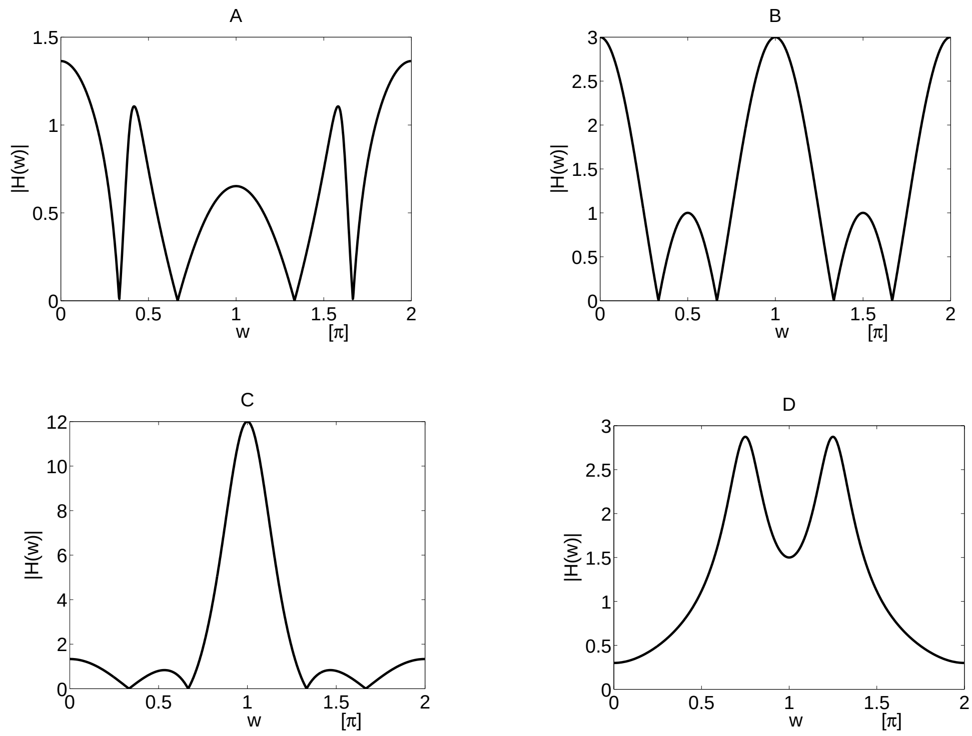
b) Bestem $H(z)$. 2 p.

c) Bestem poler og nullpunkter til $H(z)$ og lag ett pol-nullpunkts plott. 2 p.

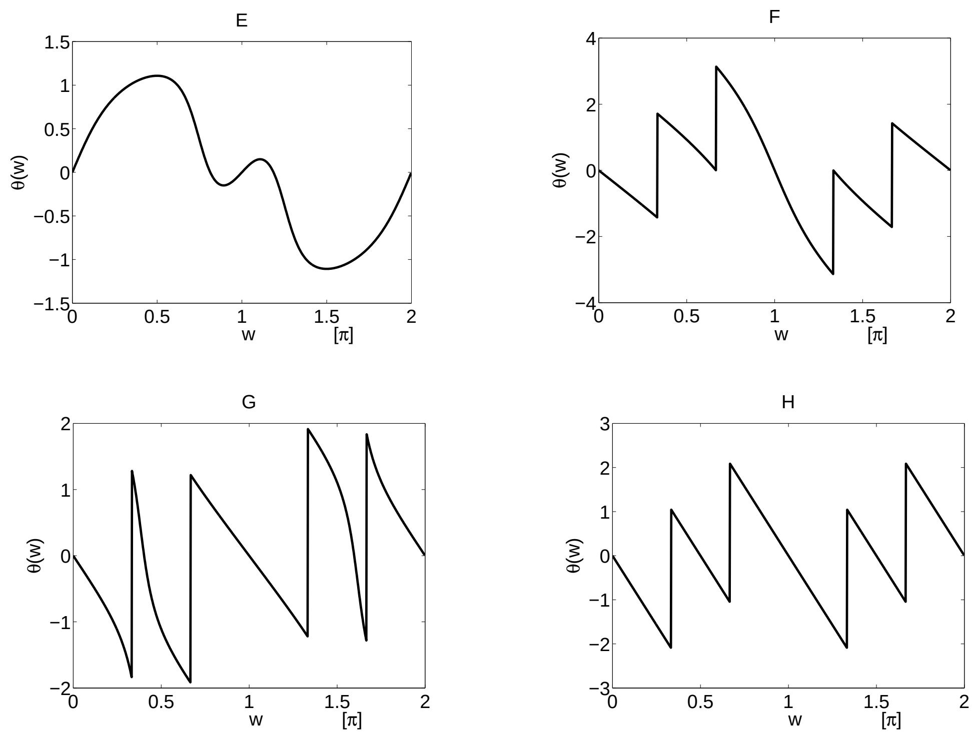
d) Bestem kretsens differens likning. 1 p.

e) Bestem utsignalet $y(n) = h(n) * x(n) = \sum_k h(k)x(n-k)$ for inngangssignalet $x(n) = 3\delta(n) + 4\delta(n-2) + \delta(n-3)$. 1 p.

(Fortsettes på side 3.)



Figur 2: Fire amplitudefunksjoner



Figur 3: Fire fasefunksjoner

(Fortsettes på side 4.)

Oppgave 5

Et tidsdiskret filter er gitt av differens likningen

$$y(n) = y(n-1) - 0.5y(n-2) + x(n) - 0.5x(n-2).$$

a) Bestem og skisser poler og nullpunkter. 2 p.

b) Skisser $|H(w)|$ for $0 \leq w \leq 2\pi$. 1 p.

c) Bestem $y(n)$ om innsignalet er $x(n) = \cos(2\pi\ 0.5\ n)$ for alle n. 1 p.

Formelsamling

Grunnleggende sammenhenger:

$$\begin{aligned}
\sin(\alpha \pm \beta) &= \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta \\
\cos(\alpha \pm \beta) &= \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta \\
\sin 2\alpha &= 2\sin\alpha\cos\alpha \\
\cos 2\alpha &= 2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\
\sin\alpha + \sin\beta &= 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \\
\sin\alpha - \sin\beta &= 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2} \\
\cos\alpha + \cos\beta &= 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2} \\
\cos\alpha - \cos\beta &= -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2} \\
\cos^2\alpha + \sin^2\alpha &= 1 \\
\cos\alpha &= \frac{1}{2}(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}) \\
\sin\alpha &= \frac{1}{2j}(e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}) \\
\sum_{n=0}^{N-1} a^n &= \begin{cases} N & \text{for } a = 1 \\ \frac{1-a^N}{1-a} & \text{for } a \neq 1 \end{cases} \\
ax^2 + bx + c = 0 &\Leftrightarrow x_\pm = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}
\end{aligned}$$

Konvolusjon:

$$y(n) = x(n)*h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(n-k)h(k) = h(n)*x(n)$$

(Fortsettes på side 5.)

Diskret tids Fourier transform (DTFT):

$$\begin{aligned}\text{Analyse:} \qquad X(w) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-jwn} \\ \text{Syntese:} \qquad x(n) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(w)e^{jwn}dw\end{aligned}$$

Diskret Fourier transform (DFT):

$$\text{Analyse:} \qquad X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi kn/N}, \quad 0 \leq k \leq N-1$$

$$\text{Syntese:} \qquad x(n) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{j2\pi kn/N}, \quad 0 \leq k \leq N-1$$

z-transform:

$$\text{Analyse:} \qquad X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

Lykke til!!!