UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i	INF3470 — Digital signalbehandling
Eksamensdag:	9. desember 2009
Tid for eksamen:	14.30 – 17.30
Oppgavesettet er på 3 sider.	
Vedlegg:	Ingen
Tillatte hjelpemidler:	Ingen

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgave 1 Ymse

a) Impulsresponsen til et LTI system er gitt som

$$h[n] = \alpha^{n-1}u[n-2],$$

hvor $|\alpha| < 1$ og u er enhets-sprangfunksjonen.

Avgjør og begrunn hvorvidt systemet er

- Kausalt .5 p.
- Stabilt .5 p.

b) Tegn pol-nullpunktsplott, finn ROC og avgjør stabilitet for følgende IIR-filter:

- $h[n] = (0.5)^n u[n] + (1.1)^n u[-n-1]$ 1 p.

Oppgave 2 Filterimplementasjon

Impulsresponsen til et FIR filter er gitt som

$$h[n] = \begin{cases} \alpha^n, & 0 \le n \le 6 \\ 0, & \text{ellers.} \end{cases}$$

a) Tegn en direkte form realisering av dette systemet. 1 p.

b) Vis at systemfunksjonen til filteret er gitt som

$$H(z) = \frac{1-\alpha^7 z^{-7}}{1-\alpha z^{-1}}, \quad z \neq \alpha,$$

og bruk dette til å tegne en realisering med tilbakekobling (et IIR system). 1 p.

(Fortsettes på side 2.)

c) Diskuter kort fordeler og ulemper for de to forskjellige realiseringene som du fant i a) og b). 1 p.

Oppgave 3 z-transformasjon / frekvensanalyse

a) Et signal $x[n]$ har z-transformasjonen $X(z)$, dvs

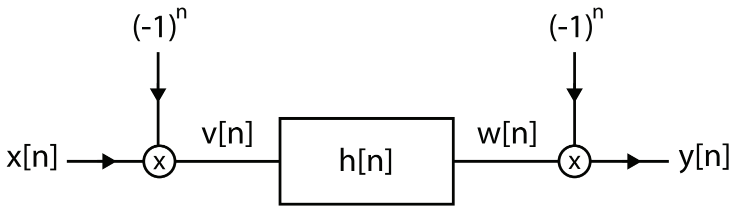
$$x[n] \Leftarrow \boxed{\text{ZT}} \Rightarrow X(z).$$

Vis da at en multiplikasjon av $x[n]$ med en kompleks eksponensial α^n tilsvarer en skalering i z-domenet, dvs 1 p.

$$\alpha^n x[n] \Leftarrow \boxed{\text{ZT}} \Rightarrow X(\alpha^{-1}z).$$

b) La $h[n]$ være impulsresponsen til et ideelt lavpassfilter med knekkfrekvens $\Omega_c = \pi/4$. La filteret $h[n]$ ha frekvensrespons $H(\Omega)$.

Filteret benyttes i systemet vist i figuren under. For dette systemet, finn frekvensresponsen som relaterer inngangen $x[n]$ til utgangen $y[n]$ uttrykt ved $H(\Omega)$. (I figuren betyr "X med ring" multiplikasjon). 1 p.



Oppgave 4 IIR-filtre

Vi skal i denne oppgaven se på IIR-filtre med ett sett med komplekskonjugerte poler. Anta at et slikt filter har systemfunksjonen:

$$H(z) = \frac{1}{1 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}, \tag{1}$$

samt polene z_p og z_p^*.

a) Vis at et system som tilfredsstiller de ovenfor nevnte kriteriene har $a_1, a_2 \in \Re$. 1 p.

b) Gitt nå et filter spesifisert ved $H(z)$ som gitt i likning (1) og hvor $a_1 = 0$ og $a_2 = 0.81$. Tegn pol-nullpunktsplott for dette filteret og skisser dets magnituderespons $|H(\Omega)|$. 1 p.

(Fortsettes på side 3.)

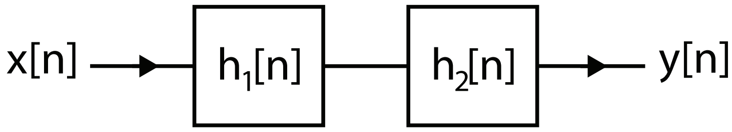
Oppgave 5 Glidende midlingsfiltre (MA-filtre)

Et MA-filter av orden $K-1$ er et kausalt FIR-filter med K like koeffisienter, og en impulsrespons gitt ved:

$$h[n] = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \delta[n-k]$$

a) Finn frekvensresponsen $H(\Omega)$ til MA-filteret av orden $K-1$. 1 p.

b) Hvis vi setter to FIR-filtre med impulsrespons $h_1[n]$ og $h_2[n]$ i kaskade som vist i figuren under, så kan det resulterende systemet beskrives med en effektiv impulsrespons $h_{\text{tot}}[n]$. Regn ut $h_{\text{tot}}[n]$ hvis begge filtrene i kaskaden er MA-filtre av orden $K-1$. 1 p.



c) Finn frekvensresponsen til systemet vi får når vi setter N MA-filtre av orden $(K-1)$ i kaskade. 1 p.