OPPGAVER I SLI 110 - Høsten 2002

Ingen hjelpemidler tillatt.

Om noen av spørsmålene er uklare eller tvetydige eller du er usikker på notasjon eller formuleringer, så gjør dine egne presiseringer og redegjør for dem..

1. Undersøk om følgende er gyldig eller gi en falsifikasjon. Bruk sannhetsverditabeller.

a. $((A \wedge B) \wedge C) \rightarrow (A \wedge (B \wedge C))$
b. $((A \wedge B) \vee C) \rightarrow (A \wedge (B \vee C))$
c. $((A \vee B) \wedge C) \rightarrow (A \vee (B \wedge C))$
d. $((A \vee B) \vee C) \rightarrow (A \vee (B \vee C))$

2. Oversett følgende til utsagnslogikk, og vis ved hjelp av analysetrær at det siste utsagnet er en logisk konsekvens av de fire første.

a. Hvis bladene er matte og mister farge, da får ikke planten nok lys.
b. Hvis bladene er bleke, da får planten for mye lys.
c. Hvis bladene mister farge, da er de bleke.
d. Hvis planten får for mye lys, da får den nok lys.
e. Hvis bladene er matte og mister farge, da hiver jeg planten i komposten.

3. Oversett følgende til predikatlogikk.

a. Hver dag har noen fødselsdag, men ingen har fødselsdag hver dag.
b. Alle kjenner noen andre som har fødselsdag på samme dag som seg selv.
c. Noen har fødselsdag og navnedag på samme dag.
d. Alle har en fødselsdag, men ikke alle har en navnedag.

4. Vi har gitt de to utsagnene

a. $\forall x.\forall y.\ Pxy \rightarrow \exists y.\forall x.\ Pxy$
b. $\forall x.\forall y.\ x=y \leftarrow \exists y.\forall x.\ x=y$

Skriv om til negasjons normalform, og vis ved hjelp av analysetrær at begge utsagnene er gyldige.

5. Vi har gitt utsagnene

a1.	$\forall x.\forall y.\ Pxy \rightarrow \forall y.\forall x.\ Pxy$		**b1.**	$\forall x.\forall y.\ x=y \rightarrow \forall y.\forall x.\ x=y$
a2.	$\forall x.\exists y.\ Pxy \rightarrow \exists y.\forall x.\ Pxy$		**b2.**	$\forall x.\exists y.\ x=y \rightarrow \exists y.\forall x.\ x=y$
a3.	$\forall x.\exists y.\ Pxy \rightarrow \forall y.\exists x.\ Pxy$		**b3.**	$\forall x.\exists y.\ x=y \rightarrow \forall y.\exists x.\ x=y$
a4.	$\forall x.\exists y.\ Pxy \rightarrow \exists y.\forall x.\ Pxy$		**b4.**	$\forall x.\exists y.\ x=y \rightarrow \exists y.\forall x.\ x=y$

Noen av disse er gyldige, mens andre ikke er det. Legg merke til at hvert utsagn til høyre er identisk med utsagnet til venstre, bortsett fra at Pxy er erstattet med x=y.

a. Forklar generelt hvorfor utsagnet til høyre i en linje er gyldig hvis utsagnet til venstre er det.

b. Hvilke av de åtte utsagnene er gyldige? Hvis du mener at et utsagn er gyldig, behøver du ikke grunngi (og slett ikke bevise) dette. Hvis du mener at et utsagn er falsifiserbart, skal dette begrunnes med en falsifiserende struktur.

6. Vi har gitt de to regulære uttrykkene $(aa \vee b)^*$ og $(b \vee ab \vee aab)^* (\varepsilon \vee a \vee aa)^*$

a. Forklar i ord hvilke språk de to uttrykkene definerer.
b. Lag endelige automater som definerer de samme språkene.
c. Angi regulære uttrykk som definerer komplementene til de to språkene.

7. Vi har gitt de tre språkene

$L_0 = \{a^m b^m c^m \mid m \geq 0\}$, $L_1 = \{a^m b^m c^n \mid m,n \geq 0\}$, $L_2 = \{a^m b^n c^n \mid m,n \geq 0\}$.

a. Lag en kontekstfri grammatikk for L_1.
b. Lag en stakkautomat som aksepterer L_2.
c. Lag en turingmaskin som aksepterer L_0. Mer presist: Når maskinen starter, inneholder tapen en streng over alfabetet {a,b,c}, og deretter symbolet ■ helt til høyre. Ellers er tapen fylt opp med blanke. Lesehodet står helt til høyre, altså på ■. Maskinen har to stoppetilstander, JA og NEI, og stopper i JA hvis inputstrengen er i L_0, og i NEI ellers.
d. Hva sier pumpelemmaet for kontekstfrie språk, og hvordan vet vi fra dette at L_0 ikke er et kontekstfritt språk? Forklar videre hvordan dette forteller oss at de kontekstfrie språkene ikke er lukket under snitt, og heller ikke under komplement.

------------- SLUTT PÅ OPPGAVESETTET -----------------------------