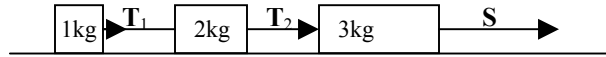


Løsningsforslag til MEF1000 Material og energi - Kapittel 2 – Høsten 2005

Utarbeidet av A. E. Gunnæs

Oppgave 2.1**

a) Hva er akselerasjonen?



Newton's 2. lov sier at summen av kreftene på et objekt er lik objektets masse ganger akselerasjonen til objektet. $\Sigma F = ma$, hvor F og a er vektorer.

Kraften S trekker på hele systemet av klosser og vi har at $S = (1 \text{ kg} + 2 \text{ kg} + 3 \text{ kg}) \cdot a = 3 \text{ N}$
Løser mhp a,

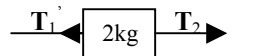
$$a = 3 \text{ N} / 6 \text{ kg} = \underline{0,5 \text{ m/s}^2}$$

b) Hva er dragkraften T_1 og T_2 ?

Vi har at alle klossene har en akselerasjon lik $0,5 \text{ m/s}^2$. Bruker N. 2. lov $\Sigma F = ma$, på et system av gangen.

$$T_1 = 1 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m/s}^2 = \underline{0,5 \text{ N}} \quad \text{og} \quad T_2 = (1 \text{ kg} + 2 \text{ kg}) \cdot 0,5 \text{ m/s}^2 = \underline{1,5 \text{ N}}$$

c) Kan N. 3. lov verifiseres i dette tilfellet?



Ser på kreftene som virker på den midterste klossen og bruker N. 2. lov.

$$\Sigma F = T_2 - T_1' = ma$$

$$\text{Løser mhp } T_1': \quad T_1' = ma - T_2 = 2 \text{ kg} \cdot 0,5 \text{ m/s}^2 - 1,5 \text{ N} = \underline{-0,5 \text{ N}}$$

Vi har vist at $T_1' = -T_1$ som er i overensstemmelse med N. 3. lov om at kraft = motkraft.

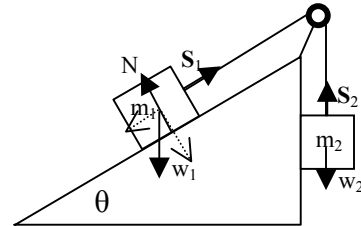
Tilsvarende kan det vises at det eksisterer en kraft $T_2' = -T_2$ som virker på den fremste klossen.

Oppgave 2.2**

Hva er akselerasjonen til klossene?

$$\theta = 28^\circ, m_1 = 3,70 \text{ kg}, m_2 = 1,86 \text{ kg}$$

Tegn inn alle krefter som virker på klossene.



Fra N. 3. lov får vi at $S_1 = S_2$.

N. 2. lov brukt på de to systemene (kloss 1 og kloss 2) gir oss at:

$$\text{Kloss 1: } \Sigma \mathbf{F} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{w}_1 + \mathbf{N} = m_1 \mathbf{a} \quad (\text{vektorform})$$

$$\text{Kloss 2: } \Sigma \mathbf{F} = \mathbf{S}_2 + \mathbf{w}_2 = m_2 \mathbf{a} \quad (\text{vektorform})$$

Definerer nedover som positiv retning for kloss 1 og oppover for kloss 2.

Dekomponerer kreftene som virker på kloss 1 i x og y retning (x-akse parallell med skråplanet og y-akse normalt på skråplanet) og setter inn i N. 2. lov:

$$(2) \quad \Sigma F_x = -S_1 + w_{1x} = m_1 a, \quad w_{1x} = m_1 g \sin \theta$$

$$(3) \quad \Sigma F_y = -w_{1y} + N = 0, \quad w_{1y} = m_1 g \cos \theta$$

For kloss 2 har vi:

$$(4) \quad \Sigma F_y = S_2 - w_2 = m_2 a \quad \text{som løses mhp } S_2$$

$$S_2 = S_1 = m_2 a + w_2, \quad \text{settes inn for } S_1 \text{ i (2):}$$

$$-(m_2 a + m_2 g) + m_1 g \sin \theta = m_1 a, \quad \text{som kan løses mhp akselerasjonene } a:$$

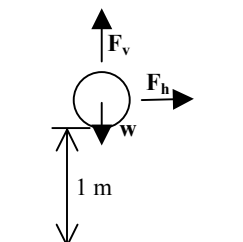
$$a = -m_2 g + m_1 g \sin \theta / (m_2 + m_1)$$

$$a = 1,86 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 + 3,70 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \sin 28^\circ / (3,70 \text{ kg} + 1,86 \text{ kg})$$

$$\underline{a = 0,22 \text{ m/s}^2}$$

Oppgave 2.3** Knall og fall

Kula på 1 kg gis en impuls på 1 Ns i enten (a) vertikal eller (b) horisontal retning. (1) Hvor lang tid tar det før kula treffer bakken? Og (2) hvor langt har den beveget seg i horisontalretningen?



Impuls er lik endringen i bevegelsesmengde: $P = mv_1 - mv_0$, $v_0 = 0$
 Etter impulsen har kula en hastighet $v_1 = P/m = 1 \text{ Ns} / 1 \text{ kg} = \underline{1 \text{ m/s}}$

(a, 1)

Kula følger bevegelseslikningen : $s = vt + 1/2at^2$ hvor $a = -g$
 Høyden h_2 kan bestemmes fra energibetraktning:

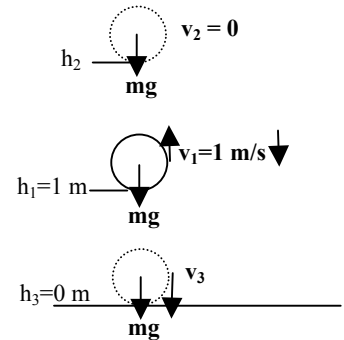
$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2} \quad \text{hvor } E_{k2} = 0$$

$$1/2mv_1^2 + mgh_1 = mgh_2$$

$$h_2 = (1/2v_1^2 + gh_1)/g$$

$$h_2 = (1/2 * (1 \text{ m/s})^2 + 9,8 \text{ m/s}^2 * 1 \text{ m}) / 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$\underline{h_2 = 1,05 \text{ m}}$$



Tiden det tar for kula å stige fra h_1 til h_2 er lik tiden det tar å falle tilbake til h_1 .

Vi finner tiden det tar å gå fra h_2 til h_1 og h_2 til h_3 ved å løse bev. likn. mhp t .

Totaltiden er summen av disse.

$$t_{2-1} = (2 * (h_2 - h_1) / g)^{1/2}$$

$$t_{2-1} = (2 * (0,05 \text{ m}) / 9,8 \text{ m/s}^2)^{1/2}$$

$$t_{2-1} = 0,10 \text{ s}$$

$$t_{2-3} = (2 * (h_2 - h_3) / g)^{1/2}$$

$$t_{2-3} = (2 * (1,05 \text{ m}) / 9,8 \text{ m/s}^2)^{1/2}$$

$$t_{2-3} = 0,46 \text{ s}$$

$$t_{\text{total}} = 0,10 \text{ s} + 0,46 \text{ s} = \underline{0,56 \text{ s}}$$

(a, 2)

Forflytningen langs horisontalretningen $\underline{s_x = 0 \text{ m}}$

(b, 1, 2)

Kula følger bevegelseslikningen : $s = vt + 1/2at^2$, Dekomponert langs x- og y-akse har vi følgende:

(1) $s_x = v_x t$

(2) $s_y = 1/2gt^2 = h$ Løser mhp t for å finne tiden det tar for kula å nå bakken

$$t = (2h/g)^{1/2} = (2 * 1 \text{ m} / 9,8 \text{ m/s}^2)^{1/2} = \underline{0,45 \text{ s}}$$

Setter inn tiden og farten funnet tidligere i oppgaven i (1):

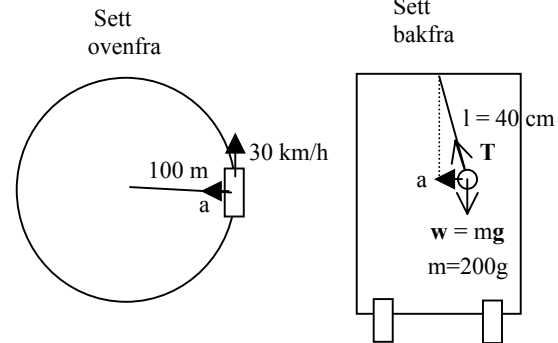
$$s_x = 1 \text{ m/s} * 0,45 \text{ s} = \underline{0,45 \text{ m}}$$

Oppgave 2.4*** Et tog

Hvilken vinkel danner snoren med vertikalretningen?

Toget går i sirkelbane og har sentripitalakselerasjon lik:

$$a_s = v^2/r = (30 \cdot 10^3 \text{ m} / 60 \cdot 60 \text{ s})^2 / 100 \text{ m}$$
$$a_s = 0,69 \text{ m/s}^2$$



Bruker N.2. lov $\Sigma \mathbf{F} = \mathbf{T} + \mathbf{w} = \mathbf{ma}$ (vektorform) og dekomponerer i x- og y- retning:

$$\Sigma F_x = T \cdot \sin\theta = ma_s \quad \Sigma F_y = T \cdot \cos\theta - w = 0$$

$$(w/\cos\theta) \cdot \sin\theta = ma_s \quad T = w/\cos\theta$$

$$\tan\theta = ma_s/w = a_s/g$$

$$\theta = \arctan(0,69/9,8)$$

$$\theta = 4,0^\circ$$

Oppgave 2.5*

- Totalt bevegelsesmengde til de to bilene $P=0$
- Hva er den totale energien $E = E_{k1} + E_{k2} = 771 \text{ kJ}$

Oppgave 2.6*

Dårlig oppgave!

Oppgave 2.7**

Energien til et 1 kg lodd som er i ro

- uendelig langt ute i verdensrommet

Når r går mot uendelig går gravitasjonskraften og g mot 0 slik at $E = mgh = 0$.

- 10 km over jordoverflaten

$g \sim 9,8 \text{ m/s}^2$ og den potensielle energien er gitt ved $mgh = 1 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 10000 \text{ m}$

$$\underline{E = 98 \text{ J}}$$

- $h=0$

$$\underline{E=mgh=0}$$

Oppgave 2.8*

Sandsekkens kinetisk energi når den treffer bakken er lik sekkens potensielle energi når den var i ro i lufta: $E_{k2}=E_{p1}=\underline{9,8 \text{ kJ}}$

Oppgave 2.9*

a) Hvor stor energireserve utgjør innsjøen?

Innsjøen har pot.energi gitt ved $E_p = mgh$, hvor m er lik volumet av innsjøen* tettheten av vann. $V=1*10^8 \text{ m}^3$, $\rho=998 \text{ kg/m}^3$. $\underline{E_p=9,78*10^{14} \text{ J}}$.

Oppgave 2.10*

a) Hva er potensialforskjellen mellom platene?

$$V=Es=0,01 \text{ V}$$

b) Hvor lang tid tar det for et elektron å gå fra den negative til den positive siden?

Kraften som virker på elektronet er gitt ved $F=Eq_e$. Fra N. 2. lov har vi også at $F=m_e a$. Dette gir $a=Eq_e/m_e$. Elektronet følger bevegelseslikningen : $s=vt+1/2at^2$ hvor $v=0$ (elektronet er i ro på negativ plate ved start). Løst mhp t har vi at:

$$t=(2s/a)^{1/2}=(2sm_e/Eq_e)^{1/2}=\underline{3,37*10^{-11} \text{ s}}$$

Oppgave 2.11**

Hvilket forhold er det mellom gravitasjonskraften og den elektrostatiske tiltrekningen mellom H kjernen og dets elektron?

$$F_g=\gamma m_1 m_2 / r^2 = 4.06 * 10^{-47} \text{ N}, \quad F_e = k_e q_1 q_2 / r^2 = 9.2 * 10^{-8} \text{ N}$$

$$\underline{F_e/F_g = 2,3 * 10^{39}}$$

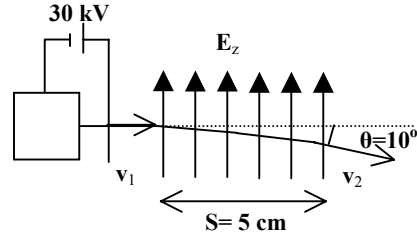
Oppgave 2.12***

Hva må E_Z være for å bøye av et elektron med totalt 10°?

1. Elektronenes pot. energi går over til kinetisk energi når de akselereres.

$E_p = 30 \text{ kV} \cdot q_e = E_k = 1/2 m_e v_1^2$ Løses mhp v:

$v_1 = (2E_p/m_e)^{1/2} = 1,03 \cdot 10^8 \text{ m/s}$



2. Det virker en kraft $F = q_e E_Z$, N.2. lov gir også at $F = ma$. F og a virker i motsatt retning av E_Z da elektronene har negativ ladning. Løser mhp akselerasjonen a:

$a = q_e E_Z / m$

3. Siden elektronene kun akselereres i y-retning vil komponenten v_{2x} være lik v_{1x} = v₁. Vi har da at $v_{2x} = v_1 = v_2 \cos 10^\circ$ og $v_{2y} = v_2 \sin 10^\circ = v_1 \sin 10^\circ / \cos 10^\circ = v_1 \tan 10^\circ$

$v_{2y} = at$ og $t = s/v_1$ som gir:

$v_{2y} = q_e E_Z s / v_1 m = v_1 \tan 10^\circ$ Løser dette uttrykket mhp E_Z:

$E_Z = m v_1^2 \tan 10^\circ / q_e s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/C}$

(Benevningen for elektrisk feltstyrke kan alternativt angis som V/m)

Oppgave 2.13**

Regn ut banen til et elektron med hastighet v i konstant magnetfelt

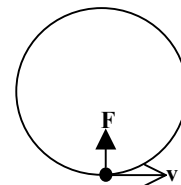
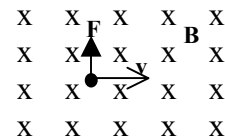
Elektronet føler en konstant kraft F gitt ved $F = q(v \times B)$

som virker normalt på hastighetsvektoren. Dette gir

elektronet en sentripital akselerasjon gitt ved:

$a = F/m = v^2/r$, hvilket betyr at elektronet vil gå i en sirkelbane med radius r:

$r = m v^2 / F = m v / q B = 5,7 \cdot 10^{-4} \text{ m}$



Oppgave 2.14**

Hva er strømmen i en rektangulær spole med sidekanter a og b og motstand R når den utsettes for et vekslende magnetfelt $B = B_0 \sin(\omega t)$?

$V = R \cdot I, \quad V = A dB/dt, \quad A = ab, \quad dB/dt = B_0 \omega \cos(\omega t)$

$$I = V/R = abB_0 \omega \cos(\omega t) / R$$

Oppgave 2.15*

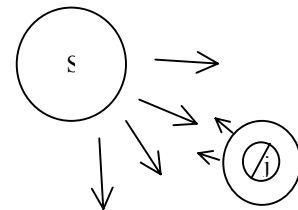
Ved hvilken bølgelengde har strålingen sin maksimale intensitet?

$$\lambda = a/T = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Oppgave 2.16**

Hva ville jordens gj.snitts temperatur være dersom vi ikke hadde atmosfære?

Antar at jordens utstråling er lik absorpsjon av energi fra solen.
30% av solenergien blir direkte reflektert.



1) Jordens absorpsjon av energi fra sola pr. tidsenhet:

$$W_{\text{abs}} = S_j \cdot A_t \cdot 0,7 = \underline{1,22 \cdot 10^{17} \text{ W}}$$

hvor S_j solarkonstanten, A_t er tverrsnittsarealet av jorda og 0,7 angir at 70% absorberes.

2) Utstråling fra Jorden med overflateareal A_o :

$$M_e = \sigma T^4 = W_{\text{abs}} / A_o \quad \text{Løses mhp } T$$

$$T = (W_{\text{abs}} / A_o \sigma)^{1/4} = \underline{255 \text{ K} = -18^\circ \text{ C}}$$

Oppgave 2.17*

Regn ut største fart fotoelektronene har dersom overflaten av kalium blir bestrålt med lys med bølgelengde $\lambda = 436 \text{ nm}$.

$$E_k = 1/2 m_e v^2 = hf - W \quad \text{hvor } f \text{ er frekvens og } W \text{ arbeidsfunksjonene til materialet.}$$

$$f = 1/T = c/\lambda \quad \text{hvor } T \text{ periodetid og } c \text{ lyshastighet.}$$

Løser mhp v:

$$v = (2(hc/\lambda - W)/m_e)^{1/2} = \underline{4,6 \cdot 10^5 \text{ m/s}}$$

Oppgave 2.18*

Palladium bestråles med ultrafiolett lys

a) Maksimum kinetisk energi på fotoelektronene som sendes ut.

$$E_k = \frac{1}{2}m_e v^2 = hf - W \quad f = 1/T = c/\lambda$$

$$\underline{E_k = 1,92 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

b) Bølgelengden til elektronene.

$$\lambda = h/mv \quad v = (2E_k/m)^{1/2}$$

$$\underline{\lambda = 1,1 \text{ nm}}$$

c) Lengste bølgelengde som kan gi fotoelektrisk effekt i palladium.

$$E_k > 0 \quad \rightarrow \quad hf > W$$

$$hc/\lambda > W \quad \rightarrow \quad \lambda < hc/W$$

$$\underline{\lambda = 248 \text{ nm}}$$

Oppgave 2.19*

Fotoelektrisk eksperiment.

$$W = hc/\lambda - E_k = W_{Cu}$$

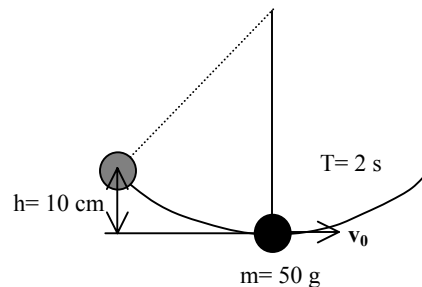
Oppgave 2.20**

a) Kulens mekaniske energi:

$$E = mgh = (1/2mv_0^2) = \underline{0,049 \text{ J}}$$

b) Hvor stor del hf utgjør av den mekaniske energien:

$$E/hf = ET/h = \underline{1,5 \cdot 10^{32}} \quad (hf = 3,3 \cdot 10^{-34} \text{ J})$$



Oppgave 2.21***

a) Plancks strålingslov går mot Rayleigh-Jeans lov når frekvensen går mot 0.

$$I(f,T) = (2\pi f^2/c^2) hf / (e^{hf/kT} - 1)$$

Rekkeutvikler $e^{hf/kT} = 1 + hf/kT$

$$I(f,T) = (2\pi f^2/c^2) hf / (1 + hf/kT - 1)$$

$$\underline{I(f,T) = (2\pi f^2/c^2) kT}$$

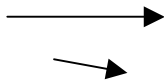
b) Wiens forskyvningslov når frekvensen går mot uendelig.

$$dI(f,T)/df = 0 ?$$

Oppgave 2.22*

Elektromagnetiske bølger for

a) Hvitt lys (forskjellig bølgelengder, vektorretninger og fase)



b) Monokromatisk lys (en bølgelengde, ikke nødv. i fase)



c) Polarisert lys (Svinger kunn i et plan, uavh. av bølgelengde og fase)



d) Koherent lys (monokromatisk lys i fase)

