24. oktober 2019

MAT-IN1105

Obligatorisk oppgave 7 av 7

Innleveringsfrist

Torsdag 7. november 2019, klokken 14:30 i Devilry (devilry.ifi.uio.no).

Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

I oppgaver der du blir bedt om å programmere må du legge ved programkoden og levere den sammen med resten av besvarelsen. Det er viktig at programkoden du leverer inneholder et kjøreeksempel, slik at det er lett å se hvilket resultat programmet gir.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må du samle de påkrevde 28 poengene i ett og samme semester. Det er mulig å oppnå til sammen 20 poeng på denne obligatoriske oppgaven. I hver deloppgave står det hvor mange poeng den kan gi.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

Det er viktig at du skriver slik at det er lett for andre å forstå hva du mener og forklarer hvorfor du mener resultatene av kjøringer, plott og lignende er rimelige eller urimelige. Pass spesielt på at svarene på oppgavene kommer i kronologisk rekkefølge, det gjør det mye enklere for den som skal rette å finne fram i besvarelsen.

Oppgaver

Oppgave 1. Ved hjelp av en GPS har vi målt farten v til et objekt som beveger seg. Målingene er gjort ved $N+1$ tidspunkter $(t_i)_{i=0}^N$ slik at resultatet er en følge av tall-par $(t_i, v_i)_{i=0}^N$ der v_i angir farten ved tidspunktet t_i.

a) (3 poeng) Gi en algoritme for å beregne en tilnærming til objektets akselerasjon $a(t) = v'(t)$ ut fra de beregnede verdiene (t_i, v_i) av farten.

b) (3 poeng) Gi en algoritme for å beregne en tilnærming til objektets avstand $s(t)$ fra startpunktet ut fra de beregnede verdiene når $v(t) = s'(t)$ og $s(t_0) = 0$.

c) (3 poeng) Fila

http://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/MAT-INF1100/h19/obliger/running.txt

er en logfil fra en løpetur, der vi på hver linje finner kommaseparerte tid/fart-verdier. Du har lært at du kan lese inn verdiene fra denne fila i to vektorer `t` og `v` ved hjelp av følgende kode:

```
t = []
v = []
infile = open('running.txt','r')
for line in infile:
    tnext, vnext = line.strip().split(',')
    t.append(float(tnext))
    v.append(float(vnext))
infile.close()
```

Last ned fila `running.txt` og kjør denne koden, og bruk algoritmene fra a) og b) til å lage to plott: Ett der du plotter objektets akselerasjon mot tid, og ett der du plotter objektets avstand fra startpunktet mot tid.

Hvor lang var løpeturen?

Oppgave 2. Vi har differensialligningen

$$x' = x(2 - x), \quad x(0) = 1. \tag{1}$$

a) (3 poeng) Finn løsningen $x(t)$ av differensialligningen analytisk. (Hint: Ligningen er separabel.)

b) (3 poeng) Løs ligningen numerisk på intervallet $[0, 3]$ ved å ta 6 steg med Eulers metode (med kalkulator eller datamaskin). Plott den numeriske løsningen sammen med den eksakte løsningen (for hånd eller ved hjelp av datamaskin).

c) (3 poeng) Gjenta (b), men bruk Eulers midtpunktmetode istedenfor Euler's metode. Plott den numeriske løsningen du nå får sammen med løsningene du plottet i (b).

d) (2 poeng) Forklar hvorfor løsningen $x(t)$ alltid vil være begrenset av $1 \leq x(t) \leq 2$ for $t \geq 0$. Gjelder den samme begrensningen for Eulers metode, uansett hvor mange tidssteg du tar? Begrunn svaret ditt.