15. september, 2008

MAT-INF 1100: Obligatorisk oppgave 1

Innleveringsfrist: 3/10-2008, kl. 14:30

Informasjon

Den skriftlige besvarelsen skal leveres på ekspedisjonskontoret i 7. et. i Niels Henrik Abels hus senest *kl. 14.30 fredag 3/10.* Besvarelsen *skal* være skrevet av deg selv, for hånd eller på datamaskin. Programmet i oppgave 3c og (deler av) simuleringen leveres som utskrift fra skriver.

Studenter som blir syke eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse for denne obligatoriske oppgaven, må ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (7. et. Niels Henrik Abels hus, telefon 22 8558 88, e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før innleveringsfristen.

Det oppfordres til samarbeid underveis i arbeidet med oppgavene, og gruppelærerne har anledning til å svare på generelle spørsmål, men kan ikke servere ferdige løsninger. *Den endelige besvarelsen som du leverer skal utarbeides av deg selv, og du må kunne redegjøre for innholdet ved en eventuell muntlig høring (aktuelt ved mistanke om avskrift).*

Husk at de to obligatoriske oppgavene i MAT-INF 1100 begge må bestås for å kunne gå opp til endelig eksamen i kurset. *For å få bestått på denne første obligatoriske oppgaven må du gjøre seriøse løsningsforsøk på alle oppgavene, og minst fire av de seks deloppgavene bør være riktig besvart (hele oppgave 1 regnes her som en deloppgave).*

Oppgaver

Oppgave 1. Uttrykk følgende tall som en sifferutvikling i 2-tallsystemet, det vil si skriv dem på formen $(d_n d_{n-1} \dots d_1 d_0 \,.\, d_{-1} d_{-2} \dots)_2$. Angi den repeterende sekvensen i de tilfellene der sifrene gjentar seg.

a) aaf_{16}

b) $2/3$

c) $3/5$

d) $-17/10$

e) $3ad_{16}/10_{16}$.

Oppgave 2. En følge er gitt ved differensligningen

$$x_n = \frac{x_{n-1}}{2} + \frac{(n+1)}{n}, \quad \text{for } n \geq 1, \text{ der } x_0 = 2. \tag{1}$$

Vis ved induksjon at $2 \leq x_n \leq 3$ for alle heltall $n \geq 0$.

Oppgave 3. I denne oppgave skal vi studere differensligningen

$$x_{n+2} - \frac{5}{2} x_{n+1} + x_n = 0, \quad x_0 = 1,\, x_1 = 1/2. \tag{2}$$

a) Bestem den generelle løsningen av ligningen, og den spesielle løsningen som svarer til de gitte initialverdiene.

b) Hva forventer du vil skje om du simulerer ligningen numerisk?

c) Gjør en numerisk simulering der du beregner $\{x_i\}_{i=2}^{3200}$ ved hjelp av differensligningen (2) og forklar resultatene (bruk 64-bits flyttall).

Oppgave 4. Anta at du skal skrive et program for å beregne de reelle røttene til annengradspolynomet $ax^2+bx+c=0$, der koeffisientene a, b og c er gitte, reelle tall (de vil typisk leses inn i starten av programmet). De tradisjonelle formlene for de to løsningene er

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Identifiser situasjoner (verdier av koeffisientene) der formlene ikke gir mening eller fører til store avrundingsfeil, og foreslå alternative formler som kan brukes i disse tilfellene for å unngå problemene. (Du trenger ikke skrive programmet!)

Lykke til!!