4.1.3

b) $x_{n+2} + 2x_{n+1} + 4x_n = 0$

kar. likning: $r^2 + 2r + 4 = 0$

$$r = \frac{-2 \pm \sqrt{4-16}}{2} = -1 \pm i\sqrt{3}$$

Vi velger $r = -1 + i\sqrt{3}$, og skriver denne på polarform:

modulus: $\sqrt{1+3} = 2$

argument θ: $\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{-1} = -\sqrt{3} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$

$\Rightarrow r = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ (polarformen til r)

kompleks form: (setning 4.1.16)

$$x_n = Cr^n + \bar{C}\bar{r}^n = \underline{\underline{C(-1+i\sqrt{3})^n + \bar{C}(-1-i\sqrt{3})^n}}$$

reell form:

$$x_n = \underline{\underline{E2^n\cos\left(\frac{2\pi n}{3}\right) + F2^n\sin\left(\frac{2\pi n}{3}\right)}}$$

4.1.9+ a_n = antall sekvenser

$a_1 = 1$ (siden første siffer må være 1)

$a_2 = 1$ (siden 1 alltid etterfølges av 0)

Vi skal vise: $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$:

Alle sekvenser av lengde n kan splittes i to kategorier:

de kan slutte på 0, eller 1

a_{n-1}, siden de n-1 første siffer kan velges vilkårlig

må da også slutte på 01

a_{n-2} — " —

$\Rightarrow a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$

kar likning: $r^2 - r - 1 = 0$

$\Rightarrow r = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

generell løsning: $a_n = C\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + D\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$

initialbetingelser:

$a_1 = 1$: $C(1+\sqrt{5}) + D(1-\sqrt{5}) = 2$

$a_2 = 1$ $C(3+\sqrt{5}) + D(3-\sqrt{5}) = 2$ $\quad (1+\sqrt{5})^2 = 6+2\sqrt{5}$

(L.2 − L.1)

trekk fra hverandre: $2C + 2D = 0 \Leftrightarrow D = -C$

Sett inn $D = -C$ i første likning: $2C\sqrt{5} = 2 \Leftrightarrow C = \frac{\sqrt{5}}{5}$

, dermed $D = -\frac{\sqrt{5}}{5}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{a_n = \frac{\sqrt{5}}{5}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{\sqrt{5}}{5}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}}$$

5.2.4 i kompendiet

b) Vi skal regne ut $9{,}834 + 2.45$, når tallene rep. som i 5.2 (algoritme 5.8)

Det største tallet er 9,834, som blir $\underline{0.9834 \times 10^1}$ på normalisert form

Det andre tallet: $\underline{0.2450 \times 10^1}$

Legger sammen signifikander: $0{,}9834 + 0.2450 = 1{,}2284$ slik at summen blir $1{,}2284 \times 10^1$, som på normalisert form blir 0.1228×10^2 (mistet siste siffer på grunn av avrunding)

5.2.5

a) Et normalisert tall i base β blir

$\alpha \cdot \beta^n$ der α er et tall mellom $\frac{1}{\beta}$ og 1 ~~0,1 og 1~~

(med 4 siffer), og n er eksponenten (1 siffer)

b) Som avrundingsregelen til m siffer for base 10:

Vi regner ut med å erstatte med det nærmeste tallet der alle tall etter siffer m er 0:

1. I oktalsystemet: Rund oppover hvis siffer m+1 er en av 4, 5, 6, 7, nedover ellers.
2. I hexadesimalsystemet: Rund oppover hvis siffer m+1 er 8, 9, a, b, c, d, e, f. Nedover ellers.

5.2.7

Python-kode

```
x = 0.0
while x <= 2.0 :
    print x
    x = x + 0.1
```

0.0
⋮
1.9

(2.0 blir ikke skrevet, fordi tallet vil være rundet av til noe litt større)

test også:

```
x = 0.0
while x ≤ 3.0 :
    print x
    x = x + 0.3
```

5.41

a) $\overbrace{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}^{\to \text{ kansellering, når } x \text{ stor.}} \Rightarrow \frac{x+1-x}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$.

som ikke har problemet med kansellering.

b) $\overbrace{\ln x^2 - \ln(x^2+x)}^{\to \text{ kansellering.}} = \ln \frac{x^2}{x^2+x} = \ln \frac{x}{x+1}$)

som heller ikke har kanselleringsproblemet.

c) $\cos^2 x - \sin^2 x$ (problem med kansellering for x nær $\frac{\pi}{4}$

$= \cos 2x$, som heller ikke har kanselleringsproblemet.