Litt notasjon:

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ – naturlige tall

$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$ – hele tall

a er delelig med b $\Longleftrightarrow$ $a = q \cdot b$ for et heltall $q > 1$ $(a, b \in \mathbb{N})$

a ikke delelig med noe heltall > 1 så er a et primtall.

Faktorisering: $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

Et naturlig tall $a > 1$ kan skrives som et produkt av primtall på en entydig måte.

Partall $= \{2, 4, 6, 8, \ldots\} = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$

Oddetall $= \{1, 3, 5, 7, 9, \ldots\} = \{2n-1 \mid n \in \mathbb{N}\}$

Summetegn

Summen $1+2+3+4+5+\dots+99+100$

$$= \sum_{n=1}^{100} n$$

$$2+4+6+8+10 = \sum_{n=1}^{5} 2n$$

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{10} = \sum_{n=1}^{10} \frac{1}{n}$$

Generelt summetegn:

$$\sum_{n=k}^{m} a_n = a_k + a_{k+1} + \dots + a_m$$

n - summasjonsindeks

k, m - nedre og øvre summasjonsgrenser

Egenskaper ved summer:

(i) $\sum_{n=k}^{m} a_n + \sum_{n=k}^{m} b_n = \sum_{n=k}^{m} (a_n + b_n)$

(ii) $\sum_{n=k}^{m} c \cdot a_n = c \sum_{n=k}^{m} a_n$

(iii) $\sum_{n=k}^{m} a_n + \sum_{n=m+1}^{l} a_n = \sum_{n=k}^{l} a_n$

Bevis for (ii):

$$\sum_{n=k}^{m} c \cdot a_n = c\, a_k + c\, a_{k+1} + c\, a_{k+2} + \cdots + c\, a_m$$

$$= c\,(a_k + a_{k+1} + a_{k+2} + \cdots + a_m)$$

$$= c \sum_{n=k}^{m} a_n$$

$$\sum_{n=1}^{5} 2n = \underset{c}{2} \cdot \underset{a_1}{1} + 2 \cdot \underset{a_2}{2} + 2 \cdot \underset{a_3}{3} + 2 \cdot \underset{a_4}{4} + 2 \cdot \underset{a_5}{5}$$

$$= 2(1 + 2 + 3 + 4 + 5)$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 9$$

$$= \left(\sum_{n=1}^{9} n\right) - 5$$

Bytte av summasjonsindeks.

Har to summer: $\sum_{k=-3}^{11} (-1)^k x^{k+3}$, $\sum_{k=0}^{14} (-1)^{k+1} x^k$

Vis at de er like uten å skrive de ut.

$$(-1)^{-3} = \frac{1}{(-1)^3} = \frac{1}{(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$S = \sum_{k=-3}^{11} (-1)^k x^{k+3} = -\underset{\overset{\shortparallel}{1}}{x^0} + x - x^2 + x^3 - \dots + (-1) \cdot x^{14}$$

$$S = \sum_{k=-3}^{11} (-1)^k x^{k+3} \quad , \quad i = k+3 \quad , \quad k = i-3$$

$$= \sum_{i=0}^{14} (-1)^{i-3} x^i \quad , \quad (-1)^{i-3} = (-1)^{i-3} \cdot 1 = (-1)^{i-3} \cdot (-1)(-1)$$

$$= (-1)^{i-1} \cdot 1 = (-1)^{i-1} (-1)(-1)$$

$$= (-1)^{i+1}$$

$$= \sum_{i=0}^{14} (-1)^{i+1} x^i$$

$$= \sum_{k=0}^{14} (-1)^{k+1} x^k$$

-1, 1, -1, 1, -1

0   1   2   3   4