

# Numeriske derivasjonsformler med feil

Knut Mørken

12. november 2014

I seksjon 11.2 i kompendiet er det beskrevet en prosedyre for å utlede metoder for numerisk derivasjon. Prototypen er metoden i seksjon 11.1, der vi interpolerer funksjonen som skal deriveres med en sekant. For alle metodene er det gjennomført en feilanalyse. Denne følger også en oppskrift, men regningen blir mer komplisert etter som metodene involverer flere punkter.

Målet i MAT-INF1100 er at dere skal forstå prinsippet for hvordan vi kan utlede ulike metoder (seksjon 11.2), at dere forstår prinsippet for feilanalysen og at dere forstår forskjellen mellom metodene. Prinsippet for feilanalysen er desidert lettest å få med seg gjennom analysen av den enkleste metoden i seksjon 11.1.

For å se forskjellen mellom metodene er det greit med en systematisk oppsummering (her er  $\epsilon^* \approx 10^{-16}$ ):

Formel	Feil $\approx$
$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$	$\frac{h}{2} f''(a) + \frac{2\epsilon^*}{h} f(a)$
$f'(a) \approx \frac{f(a+h) - f(a-h)}{2h}$	$\frac{h^2}{6} f'''(a) + \frac{\epsilon^*}{h} f(a)$
$f'(a) \approx \frac{f(a-2h) - 8f(a-h) + 8f(a+h) - f(a+2h)}{12h}$	$\frac{h^4}{18} f^{(iv)}(a) + \frac{3\epsilon^*}{h} f(a)$
$f''(a) \approx \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2}$	$\frac{h^2}{12} f^{(iv)}(a) + \frac{3\epsilon^*}{h^2} f(a)$