

# UNIVERSITETET I OSLO

## Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i: MAT-INF 1100 — Modellering og beregninger.

Eksamensdag: Onsdag 8. oktober 2014.

Tid for eksamen: 15:00 – 17:00.

Oppgavesettet er på 0 sider.

Vedlegg: Formelark.

Tillatte hjelpemidler: Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Svarene føres på eget svarark.

De 10 første oppgavene teller 2 poeng hver, de siste 10 teller 3 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er 5 svaralternativer for hvert spørsmål, men det er bare ett av disse som er riktig. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av på et spørsmål, får du null poeng. Du blir altså ikke "straffet" med minuspoeng for å svare feil. *Lykke til!*

**NB. Husk å sjekke at du har ført inn svarene riktig på svararket!**

### Oppgaveark

**Oppgave 1.** Det desimale tallet 154 representeres i totaltallsystemet som

**A:**  $1001\ 1110_2$

**B:**  $1011\ 1010_2$

**C:**  $1101\ 1010_2$

**D:**  $1001\ 1010_2$

**E:**  $1011\ 1011_2$

**Oppgave 2.** I 16-tallsystemet blir det binære tallet  $1010\ 0010.11_2$  skrevet som

**A:**  $c2.3_{16}$

**B:**  $a2.c_{16}$

**C:**  $a2.3_{16}$

**D:**  $c2.c_{16}$

**E:**  $c4.c_{16}$

(Fortsettes på side 2.)

**Oppgave 3.** Det binære tallet  $10\ 1001_2$  representerer det desimale tallet

- A: 41
- B: 31
- C: 37
- D: 43
- E: 39

**Oppgave 4.** Det rasjonale tallet  $17/32$  kan skrives i 2-tallsystemet som

- A:  $0.1101\ 1101\ 1101 \cdots_2$  der sifrene 1101 gjentas uendelig mange ganger
- B:  $0.1000\ 1_2$
- C:  $0.1000\ 01_2$
- D:  $0.1101\ 1101_2$
- E:  $0.1011\ 0011\ 0011 \cdots_2$  der sifrene 0011 gjentas uendelig mange ganger

**Oppgave 5.** Det binære tallet  $11\ 0100\ 1001_2$  representeres i 8-tallsystemet som

- A:  $1571_8$
- B:  $1631_8$
- C:  $1421_8$
- D:  $1301_8$
- E:  $1511_8$

**Oppgave 6.** Kun ett av følgende utsagn er sant, hvilket?

- A: Det rasjonale tallet  $65/29$  kan representeres med en endelig sifferutvikling i 6-tallsystemet
- B: Det rasjonale tallet  $5/14$  kan representeres med en endelig sifferutvikling i 7-tallsystemet
- C: Det rasjonale tallet  $5/14$  kan representeres med en endelig sifferutvikling i 2-tallsystemet
- D: Både  $1/7$  og  $1/8$  kan representeres med endelige sifferutviklinger i 112-tallsystemet
- E: Det rasjonale tallet  $5/30$  kan representeres med en endelig sifferutvikling i 15-tallsystemet

**Oppgave 7.** Hva er minste øvre skranke for mengden

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x < 2\}?$$

- A:  $-4$
- B:  $-2$
- C:  $1$
- D:  $4$
- E:  $\sqrt{2}$

(Fortsettes på side 3.)

**Oppgave 8.** For hvilken verdi av  $\beta$  har vi at  $110_\beta = 36_{2\beta}$ , med andre ord at 110 i  $\beta$ -tallsystemet er lik 36 i siffersystemet med grunntall  $2\beta$ ?

**A:**  $\beta = 2$

**B:**  $\beta = 5$

**C:**  $\beta = 6$

**D:**  $\beta = 7$

**E:**  $\beta = 8$

**Oppgave 9.** Subtraksjonen  $434_{16} - 152_{16}$  (der begge tallene er representert i 16-tallsystemet) gir som resultat

**A:**  $2e6_{16}$

**B:**  $1f2_{16}$

**C:**  $2e2_{16}$

**D:**  $274_{16}$

**E:**  $282_{16}$

**Oppgave 10.** For hvilke enkodings vil særnorske bokstaver (som æ, ø, å) kodes med en byte?

**A:** ASCII og UTF-32

**B:** ISO Latin 1

**C:** ISO Latin 1 og UTF-8

**D:** UTF-16

**E:** ASCII og UTF-16

**Oppgave 11.** Anta at vi har en datamaskin som representerer tall på normalform i 10-tallsystemet, med 4 siffer for signifikanden og 1 siffer for eksponenten. Addisjonen  $47.11 + 56.22$  vil da gi resultatet

**A:** 103.4

**B:** 104

**C:** 103

**D:** 103.33

**E:** 103.3

**Oppgave 12.** Hvilket av følgende uttrykk vil gi stor relativ feil om det evalueres for svært store positive flyttall?

**A:**  $\ln(x^2) + \ln(x)$

**B:**  $x - e^x$

**C:**  $x - \sin x$

**D:**  $\sqrt{x^2 + x} - x$

**E:**  $x^4 - x^2$

(Fortsettes på side 4.)

**Oppgave 13.** Vi skal se på tallet  $0.1100\ 1100\ 1100_2$  i totalssystemet. Hvis vi runder av dette tallet til 6 binære siffer blir den absolutte feilen

**A:**  $\frac{3}{1024}$

**B:**  $\frac{1}{1024}$

**C:**  $\frac{5}{1024}$

**D:**  $\frac{1}{256}$

**E:**  $\frac{3}{256}$

**Oppgave 14.** Hvilken av følgende differensligninger er lineær med konstante koeffisienter?

**A:**  $x_{n+1}^2 + 2x_n = 3$

**B:**  $x_{n+2} + x_{n+1} x_n = 1$

**C:**  $x_{n+3} - \sin n x_{n+2} + 3x_{n+1} - x_n = \cos n$

**D:**  $x_{n+2} + n x_{n+1} - x_n = 4$

**E:**  $x_{n+2} + 4x_{n+1} - x_n = \sin n$

**Oppgave 15.** Differensligningen

$$x_{n+1} + 2x_n = 3n, \quad n \geq 0$$

med startverdi  $x_0 = 1$  har løsningen

**A:**  $x_n = \frac{4}{3}(-2)^n + n + \frac{1}{3}$

**B:**  $x_n = \frac{4}{3}2^n + n - \frac{1}{3}$

**C:**  $x_n = n - \frac{1}{3}$

**D:**  $x_n = (-2)^n$

**E:**  $x_n = \frac{4}{3}(-2)^n + n - \frac{1}{3}$

**Oppgave 16.** En annenordens lineær og homogen differensligning med konstante koeffisienter har den generelle løsningen

$$x_n = C2^{-n} + D(-4)^n.$$

Hva kan da ligningen være?

**A:**  $2x_{n+2} + 7x_{n+1} - 4x_n = 0$

**B:**  $2x_{n+2} + 7x_{n+1} + 4x_n = 0$

**C:**  $x_{n+2} + 7x_{n+1} - 2x_n = 0$

**D:**  $3x_{n+2} + 7x_{n+1} + 4x_n = 0$

**E:**  $2x_{n+2} - 7x_{n+1} - 4x_n = 0$

**Oppgave 17.** Vi har gitt en differensligning med tilhørende startverdier,

$$x_{n+2} - 4x_{n+1} + 4x_n = 2, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 5, \quad x_1 = 10.$$

Hva er løsningen?

**A:**  $x_n = 2 + 3 \cdot 2^n - n2^n$

**B:**  $x_n = 2 + 3 \cdot 2^n$

**C:**  $x_n = 2 + 3 \cdot 2^n + n2^n$

**D:**  $x_n = 5 \cdot 2^n$

**E:**  $x_n = 5$

(Fortsettes på side 5.)

**Oppgave 18.** Vi har differensligningen

$$5x_{n+1} - x_n = 1/3, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 1/12$$

og simulerer denne med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store  $n$  vil da den beregnede løsningen  $\bar{x}_n$  gi som resultat

**A:** verdier nær  $1/12$ , men aldri eksakt  $1/12$

**B:**  $1/12$

**C:**  $5^{-n}$

**D:** overflow

**E:** 0

**Oppgave 19.** Vi har differensligningen

$$3x_{n+2} - 10x_{n+1} + 3x_n = 0, \quad n \geq 0.$$

For hvilket par av startverdier vil den eksakte løsningen forbli begrenset mens den simulerte løsningen (med 64 bits flyttall) vil gi overflow?

**A:**  $x_0 = 1, \quad x_1 = 3$

**B:**  $x_0 = 0, \quad x_1 = 1$

**C:**  $x_0 = 1, \quad x_1 = 2$

**D:**  $x_0 = 2, \quad x_1 = 6$

**E:**  $x_0 = 1, \quad x_1 = 1/3$

**Oppgave 20.** Vi lar  $\{x_n\}$  være løsningen av differenslikningen

$$x_{n+2} - x_{n+1} - x_n = 0, \quad \text{for } n \geq 1, \quad x_1 = 3, x_2 = 1.$$

For hvert naturlig tall  $n$  lar vi  $P_n$  betegne påstanden

$$P_n : x_n \leq 2^n.$$

Et induksjonsbevis for at  $P_n$  er sann for alle naturlige tall kan være som følger:

1. Vi ser lett at  $P_1$  og  $P_2$  er sanne.
2. Anta nå at vi har bevist at  $P_n$  er sann for  $n = 1, 2, \dots, k$ . For å fullføre induksjonsbeviset må vi vise at da er også  $P_n$  sann for  $n = k + 1$ . Vi ser at

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + x_{k-1} \\ &\leq 2^k + 2^{k-1} \\ &= 2^{k+1} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) \\ &= 2^{k+1} \cdot \frac{3}{4} \leq 2^{k+1}. \end{aligned}$$

Dermed stemmer formelen også for  $n = k + 1$ , så påstanden  $P_n$  er sann for alle naturlige tall  $n$ .

(Fortsettes på side 6.)

Hvilket av følgende utsagn er sant?

**A:** Påstanden  $P_n$  er sann for  $n \geq 1$ , men del 2 av induksjonsbeviset er feil

**B:** Påstanden  $P_n$  er ikke sann for alle  $n \geq 1$ , og del 2 av induksjonsbeviset er feil

**C:** Påstanden  $P_n$  er ikke sann for alle  $n \geq 1$ , og del 1 av induksjonsbeviset er feil

**D:** Påstanden  $P_n$  er riktig for alle  $n \geq 1$  og induksjonsbeviset er riktig

**E:** Beviset er riktig, men det er ikke noe induksjonsbevis

*Det var det!*

(Fortsettes på side 7.)