UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Prøveeksamen i:	MAT-INF 1100 - Modellering og beregninger.
Eksamensdag:	Fredag 27. september
Tid for eksamen:	12:15-13:00
Oppgavesettet er på 4 sider.	
Vedlegg:	Formelark.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før
dere begynner å besvare spørsmålene.

Dette er en prøveeksamen som er beregnet å ta ca. 45 minutter. Den består av 9 utvalgte oppgaver fra de 20 oppgavene som ble gitt ved midtveiseksamen 2018. Også ved midtveiseksamen 2019 vil det være 20 oppgaver som skal løses på 2 timer. *Lykke til!*

Spørsmål 1. Tallet 10041_5 i 5-tallsystemet er det samme som desimaltallet

- ☐ 146
- ☐ 701
- ☐ 626
- ☐ 546
- ☐ 646

Spørsmål 2. Tallet 0.1011_2 i 2-tallsystemer er i 4-tallsystemet

- ☐ 0.05055_4
- ☐ 0.13_4
- ☐ 0.101_4
- ☐ 0.23_4

☐ 0.2022_4

Spørsmål 3. Hva er minste øvre skranke for mengden

$$\{x \in \mathbb{R} \,|\, x > 0 \text{ og } 0 < x^2 - 2x < 1\}$$

☐ $1 - \sqrt{2}$

☐ 2

☐ $1 + \sqrt{2}$

☐ 0

☐ 1

Spørsmål 4. For hvilken verdi av β er ligningen $7_\beta + 8_\beta = 13_\beta$ riktig (alle tallene er representert i β-tallsystemet)?

☐ 14

☐ 13

☐ 12

☐ 11

☐ 10

Spørsmål 5. Subtraksjonen $311_4 - 122_4$ gir resultatet (begge tallene er representert i 4-tallsystemet)

☐ 123_4

☐ 133_4

☐ 110_4

☐ 121_4

☐ 222_4

Spørsmål 6. Hvilket av følgende uttrykk vil gi stor relativ feil om det evalueres for svært store positive flyttall (vi antar at vi ikke får overflow)?

☐ $x + \sin x$

☐ $x^2 + x$

☐ $x - e^x$

☐ $x^4 - x^2$

☐ $\sqrt{x^2+x} - x$

Spørsmål 7. Differensligningen

$$2x_{n+1} + x_n = 9, \qquad n \geq 0$$

med startverdi $x_0 = 1$ har løsningen

☐ 3

☐ $2^{-n} + 2^n - 1$

☐ $(-2)^{1-n} + 3$

☐ Ligningen har uendelig mange løsninger

☐ $(-2)^n + 9n$

Spørsmål 8. Vi simulerer differensligningen

$$6x_{n+2} + 5x_{n+1} - 4x_n = 0, \qquad n \geq 0$$

med startverdiene $x_0 = 1$ og $x_1 = 1/2$ på en datamaskin med 64-bits flyttall. For store nok n vil den beregnede løsningen x_n bli

☐ den eksakte løsningen, pluss en liter avrundingsfeil

☐ $(4/3)^{-n}$

☐ $C(-4/3)^n$ og så overflow, for en passende konstant C

☐ 2^{-n}

☐ 0

Spørsmål 9. For hvert tall $n \geq 0$ lar vi P_n betegne påstanden

$$P_n : \quad x_n \geq n!$$

der x_n er løsningen av differensligningen $x_{n+1} = x_n x_{n-1}$ med startverdier $x_0 = 1$ og $x_1 = 2$. Et induksjonbevis for at P_n er sann for all $n \geq 0$ kan være som følger:

1. P_0 er sann siden $x_0 = 1$ og $0! = 1$ og P_1 er sann siden $x_1 = 2$ og $1! = 1$.

2. Anta nå at $P_0, \dots, P_k$ er sanne. For å fullføre induksjonsbeviset, må vi vise at også P_{k+1} er sann. Ved å bruke differensligningen for x_{k+1} og påstandene P_{k-1} og P_k ser vi at

$$x_{k+1} = x_k x_{k-1} \geq k!(k-1)! \geq k!(k+1) = (k+1)!$$

der vi har brukt ulikheten $(k-1)! \geq k+1$. Altså er P_{k+1} sann.

Hvilket av følgende utsagn er sant?

- ☐ Påstanden P_n er sann for $n \geq 0$, men del 2 av induksjonsbeviset er feil
- ☐ Påstanden P_n er ikke sann for alle $n \geq 0$, og det er en feil i del 2
- ☐ Påstanden P_n er sann for alle $n \geq 0$, induksjonbeviset er riktig
- ☐ Påstanden P_n er ikke sann for alle $n \geq 0$, og det er en feil i del 1
- ☐ Beviset er riktig, men det er ikke et induksjonsbevis.

Spørsmål 10 (Ekstraoppgave, ikke gitt ved midtveis 2018)**.** En tekst som inneholder 512 tegn er lagret i en fil med en standard koding ved hjelp av 1055 bytes. Hvilken koding er filen da kodet med?

- ☐ UTF-8
- ☐ UTF-16
- ☐ ISO Latin-1
- ☐ 8-bits ASCII
- ☐ UTF-32

Slutt