

# MAT-INF 1100

## Obligatorisk oppgave 2 av 2

### Innleveringsfrist

Torsdag 7. november 2019, klokken 14:30 i Canvas ([canvas.uio.no](https://canvas.uio.no)).

### Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av  $\text{\LaTeX}$ ). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

I oppgaver der du blir bedt om å programmere må du legge ved programkoden og levere den sammen med resten av besvarelsen. Det er viktig at programkoden du leverer inneholder et kjøreeksempel, slik at det er lett å se hvilket resultat programmet gir.

### Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: [studieinfo@math.uio.no](mailto:studieinfo@math.uio.no)) i god tid før innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

### For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

[www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html](https://www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html)

LYKKE TIL!

Tilleggstekst spesielt for emnet.

- Kravet for å få bestått er at omtrent 2/3 av oppgavene skal være godkjent. Alle deloppgaver vektet likt.
- Det er også viktig at du skriver slik at det er lett for andre å forstå hva du mener og forklarer hvorfor du mener resultatene av kjøring, plott og lignende er rimelige eller urimelige. Pass spesielt på at svarene på oppgavene kommer i kronologisk rekkefølge, det gjør det mye enklere for den som skal rette å finne fram i besvarelsen.

## Oppgaver

**Oppgave 1.** Ved hjelp av en GPS har vi målt farten  $v$  til et objekt som beveger seg. Målingene er gjort ved  $N + 1$  tidspunkter  $(t_i)_{i=0}^N$  slik at resultatet er en følge av tall-par  $(t_i, v_i)_{i=0}^N$  der  $v_i$  angir farten ved tidspunktet  $t_i$ .

- Gi en algoritme for å beregne en tilnærming til objektets akselerasjon  $a(t) = v'(t)$  ut fra de beregnede verdiene  $(t_i, v_i)$  av farten.
- Gi en algoritme for å beregne en tilnærming til objektets avstand  $s(t)$  fra startpunktet ut fra de beregnede verdiene når  $v(t) = s'(t)$  og  $s(t_0) = 0$ .
- Fila

<http://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/MAT-INF1100/h19/obliger/running.txt>

er en logfil fra en løpetur, der vi på hver linje finner kommaseparerte tid/fart-verdier. Du har lært at du kan lese inn verdiene fra denne fila i to vektorer  $\mathbf{t}$  og  $\mathbf{v}$  ved hjelp av følgende kode:

```
1 t = []
2 v = []
3 infile = open('running.txt', 'r')
4 for line in infile:
5     tnext, vnext = line.strip().split(',')
6     t.append(float(tnext))
7     v.append(float(vnext))
8 infile.close()
```

Last ned fila `running.txt` og kjør denne koden, og bruk algoritmene fra a) og b) til å lage to plott: Ett der du plotter objektets akselerasjon mot tid, og ett der du plotter objektets avstand fra startpunktet mot tid.

Hvor lang var løpeturen?

**Oppgave 2.** Vi har differensialligningen

$$x' = x(2 - x), \quad x(0) = 1. \quad (1)$$

- a) Finn løsningen  $x(t)$  av differensialligningen analytisk. (Hint: Ligningen er separabel.)
- b) Løs ligningen numerisk på intervallet  $[0, 3]$  ved å ta 6 steg med Eulers metode (med kalkulator eller datamaskin). Plott den numeriske løsningen sammen med den eksakte løsningen (for hånd eller ved hjelp av datamaskin).
- c) Gjenta (b), men bruk Eulers midtpunktmetode istedenfor Euler's metode. Plott den numeriske løsningen du nå får sammen med løsningene du plottet i (b).
- d) Forklar hvorfor løsningen  $x(t)$  alltid vil være begrenset av  $1 \leq x(t) \leq 2$  for  $t \geq 0$ . Gjelder den samme begrensningen for Eulers metode, uansett hvor mange tidssteg du tar? Begrunn svaret ditt.