UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i:	MAT-INF 1100 — Modellering og beregninger.
Eksamensdag:	Onsdag 7. oktober 2015.
Tid for eksamen:	15:00 – 17:00.
Oppgavesettet er på 5 sider.	
Vedlegg:	Formelark.
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Svarene føres på eget svarark.

De 10 første oppgavene teller 2 poeng hver, de siste 10 teller 3 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er 5 svaralternativer for hvert spørsmål, men det er bare ett av disse som er riktig. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av på et spørsmål, får du null poeng. Du blir altså ikke "straffet" med minuspoeng for å svare feil. *Lykke til!*

NB. Husk å sjekke at du har ført inn svarene riktig på svararket!

Oppgaveark

Oppgave 1. Det desimale tallet 231 representeres i totallssystemet som

A: $1111\ 0111_2$

B: $1100\ 1011_2$

C: $1101\ 1010_2$

✓**D:** $1110\ 0111_2$

E: $1110\ 1011_2$

Oppgave 2. I 16-tallsystemet blir det binære tallet $1010\ 1110.1101\ 1_2$ skrevet som

✓**A:** $ae.d8_{16}$

B: $ad.e8_{16}$

C: $af.b3_{16}$

D: $bd.c6_{16}$

E: $c4.cd_{16}$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 3. Tallet 1201_3 i 3-tallsystemet representerer det desimale tallet

A: 44

B: 48

C: 43

D: 47

✓**E:** 46

Oppgave 4. Det rasjonale tallet 9/20 kan skrives i 2-tallsystemet som

✓**A:** $0.0111\ 0011\ 0011 \cdots_2$ der sifrene 0011 gjentas uendelig mange ganger

B: $0.0101\ 0011\ 0011 \cdots_2$ der sifrene 0011 gjentas uendelig mange ganger

C: $0.0101\ 1011\ 1011 \cdots_2$ der sifrene 1011 gjentas uendelig mange ganger

D: $0.0111\ 1011\ 1011 \cdots_2$ der sifrene 1011 gjentas uendelig mange ganger

E: $0.0111\ 0101_2$

Oppgave 5. Tallet 7312_8 i 8-tallsystemet skrives i 2-tallsystemet som

A: $0111\ 1100\ 1010_2$

✓**B:** $1110\ 1100\ 1010_2$

C: $1111\ 1100\ 1010_2$

D: $1110\ 1111\ 1010_2$

E: $1010\ 1100\ 1011_2$

Oppgave 6. Kun ett av følgende utsagn er sant, hvilket?

A: Alle rasjonale tall med nevner større enn 1 og mindre enn 11 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 105-tallsystemet

B: Det rasjonale tallet 5/14 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 6-tallsystemet

✓**C:** Det rasjonale tallet 3/7 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 14-tallsystemet

D: Både 1/6 og 1/20 kan representeres med endelige sifferutviklinger i 6-tallsystemet

E: Det rasjonale tallet 5/12 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 3-tallsystemet

Oppgave 7. Tallet

$$\frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$$

er

A: 0

B: 1

C: 1/2

D: 2

✓**E:** irrasjonalt

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 8. Hva er minste øvre skranke for mengden

$$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1 \text{ og } \sin x < 1/2\}?$$

A: 0
B: $\pi/2$
C: $\pi/4$
✓**D:** $\pi/6$
E: 1

Oppgave 9. For hvilken verdi av β har vi $3_\beta \cdot 3_\beta = 12_\beta$ (der alle tallene er representert i β-tallsystemet)?

A: $\beta = 2$
B: $\beta = 5$
C: $\beta = 6$
✓**D:** $\beta = 7$
E: $\beta = 8$

Oppgave 10. Multiplikasjonen $a1_{16} \cdot b2_{16}$ (der begge tallene er representert i 16-tallsystemet) gir som resultat

✓**A:** $6ff2_{16}$
B: $6fb2_{16}$
C: $6ef2e2_{16}$
D: $6ee2_{16}$
E: $6fe2_{16}$

Oppgave 11. En tekst som inneholder 3 tegn er lagret med 9 bytes, hvilken enkoding er den da lagret med?

A: ASCII
B: ISO Latin 1
✓**C:** UTF-8
D: UTF-16
E: UTF-32

Oppgave 12. Vi tilnørmer et tall a med et tall $\tilde{a}$ og den relative feilen blir 0.00134. Omtrent hvor mange sifre vil i så fall a og $\tilde{a}$ ha felles?

A: 1
✓**B:** 3
C: 5
D: 7
E: Ingen

(Fortsettes på side 4.)

Oppgave 13. Hvilket av følgende uttrykk vil gi stor relativ feil om det evalueres for negative flyttall med stor absoluttverdi?

A: $x^2 + x^4$

B: $x + e^x$

C: $x + \sin x$

D: $1 + x^2$

✓**E:** $\sqrt{x^2 + 2} + x$

Oppgave 14. Hvilken av følgende differensligninger er lineør, inhomogen og av andre orden?

A: $x_{n+1} + 2x_n = 3$

B: $x_{n+2} + x_{n+1}x_n = 1$

✓**C:** $x_{n+2} + 3x_{n+1} - nx_n = \cos n$

D: $x_{n+3} + nx_{n+1} - x_n = 4$

E: $x_{n+2} + 4x_{n+1} - x_n = 0$

Oppgave 15. Differensligningen

$$x_{n+1} - 3x_n = 3^n, \; n \geq 0$$

med startverdi $x_0 = 1$ har løsningen

A: $x_n = 3n + 1$

B: $x_n = 3^n$

C: $x_n = (n + 1)3^n$

D: $x_n = (n/9 + 3)3^{n-1}$

✓**E:** $x_n = (n/3 + 1)3^n$

Oppgave 16. Differensligningen

$$x_{n+1} - x_n/(n + 1) = 0, \; n \geq 0$$

med startverdi $x_0 = 1$ har løsningen

A: $x_n = 1/(n + 1)$

B: $x_n = 1/n$

✓**C:** $x_n = 1/n!$

D: $x_n = 1/(n + 1)!$

E: $x_n = 1/(n + 1) + n/(n + 2)$

Oppgave 17. Vi har gitt en differensligning med tilhørende startverdier,

$$x_{n+2} - 2x_{n+1} + 4x_n = 2, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 2/3, \; x_1 = 1.$$

Hva er løsningen?

A: $x_n = 2/3 + n/3$

B: $x_n = 2/3 + 2\sin(n\pi/3)/\sqrt{3}$

C: $x_n = 2\cos(n\pi/3)/3 + 1/2$

D: $x_n = 2\cos(n\pi/3)/3 + \sin(n\pi/3)$

✓**E:** $x_n = 2/3 + 2^n \sin(n\pi/3)/(3\sqrt{3})$

(Fortsettes på side 5.)

Oppgave 18. Vi har differensligningen

$$x_{n+2} - \frac{7}{3}x_{n+1} + \frac{2}{3}x_n = 0, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 1, x_1 = 1/3$$

og simulerer denne med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store n vil da den beregnede løsningen $\bar{x}_n$ gi som resultat

A: $1/3^n$ og så underflow (0)

✓**B:** $C2^n$ og så overflow. Her er C en passende konstant

C: $1/3^n$

D: 2

E: 1

Oppgave 19. Vi har differensligningen

$$x_{n+2} - \frac{4}{3}x_{n+1} + \frac{1}{3}x_n = 1, \quad n \geq 0, \quad x_0 = -3/2, x_1 = -1$$

og simulerer denne med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store n vil da den beregnede løsningen $\bar{x}_n$ gi som resultat

A: $\bar{x}_n = 0$

✓**B:** $\bar{x}_n = 3n/2$ og deretter overflow

C: $\bar{x}_n = 3^n$ og deretter overflow

D: $\bar{x}_n = 3^{1-n}/2 + 3n/2 - 3$

E: $\bar{x}_n = 3^{1-n}/2$ og deretter underflow

Oppgave 20. Vi har differensligningen

$$x_{n+2} - x_{n+1} - x_n = 0, \quad \text{for } n \geq 1, \quad x_0 = x_1 = 2.$$

For hvert naturlig tall n lar vi P_n betegne påstanden

$$P_n : \ x_n \text{ er et partall}$$

For å bevise dette vil vi bruke induksjonsbevis. Hvilken framgangsmåte er riktig?

A: Vi sjekker om P_0 er riktig og viser deretter at om P_n holder for $n = k$ så vil den også holde for $n = k + 1$

B: Vi sjekker om P_0 og P_1 er riktige og viser deretter at om P_n holder for $n = k$ så vil den også holde for $n = k + 1$

✓**C:** Vi sjekker om P_0 og P_1 er riktige og viser deretter at om P_n holder for $n = k - 1$ og $n = k$ så vil den også holde for $n = k + 1$

D: Vi sjekker om P_0, P_1 og P_3 er riktige og viser deretter at om P_n holder for $n = k - 2$, $n = k - 1$ og $n = k$ så vil den også holde for $n = k + 1$

E: Påstanden kan ikke bevises ved induksjon

Det var det!