i MAT-INF 1100 — Modellering og beregninger

Fredag 12. oktober 2018 kl 1430-1630

Vedlegg (deles ut): formelark

Tillatte hjelpemidler: ingen

De 10 første oppgavene teller 2 poeng hver, de 10 siste teller 3 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er 5 svaralternativer for hvert spørsmål, men det er bare ett av disse som er riktig. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av på et spørsmål, får du null poeng. Du blir altså ikke «straffet» med minuspoeng for å svare feil.

Lykke til!

1 Tallet 224 blir i totallsystemet representert som
Velg ett alternativ

- 10000110_2
- 11010010_2
- 01111100_2
- 10011100_2
- 11100000_2 ✔

Maks poeng: 2

2 Tallet 533 blir i det heksadesimale tallsystemet representert som
Velg ett alternativ

- $2f1_{16}$
- 207_{16}
- $21f_{16}$
- 215_{16} ✔
- $22a_{16}$

Maks poeng: 2

3 Tallet 10041_5 i 5-tallsystemet er det samme som desimaltallet

Velg ett alternativ

- 146
- 646 ✔
- 701
- 546
- 626

Maks poeng: 2

4 Tallet 0.14 skrives i 5-tallsystemet som

Velg ett alternativ

- 0.032_5
- $0.032222221212\cdots_5$
- $0.03222222222\ldots_5$ ✔
- 0.03_5
- 0.0322221111_5

Maks poeng: 2

5 Tallet 0.1011_2 i 2-tallsystemet er i 4-tallsystemet

Velg ett alternativ

- 0.13_4
- 0.05055_4
- 0.101_4
- 0.23_4 ✔
- 0.2022_4

Maks poeng: 2

6 Hvilket av følgende utsagn er **ikke** sant?

Velg ett alternativ

- Tallet 1/8 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 14-tallsystemet
- Tallet 1/6 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 16-tallsystemet ✔
- Tallet 1/3 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 15-tallsystemet
- Tallet 1/5 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 15-tallsystemet
- Tallet 5/9 kan representeres med en endelig sifferutvikling i 6-tallsystemet

---

Maks poeng: 2

7 Tallet $\frac{1-\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{1-\sqrt{3}}$ er

Velg ett alternativ

- Irrasjonalt ✔
- 6
- Et rasjonalt, men ikke naturlig, tall
- 1
- 5

Maks poeng: 2

8 Hva er minste øvre skranke for mengden $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \text{ og } 0 < x^2 - 2x < 1\}$?

Velg ett alternativ

- 0
- 2
- $1 + \sqrt{2}$ ✔
- 1
- $1 - \sqrt{2}$

Maks poeng: 2

9 For hvilken verdi av β er ligningen $7_\beta + 8_\beta = 13_\beta$ riktig (alle tallene er representert i β-tallsystemet)?

Velg ett alternativ

- 13
- 12 ✔
- 10
- 14
- 11

Maks poeng: 2

10 Vi tilnærmer et tall *a* med et tall *b* og den relative feilen blir 0.0002. Omtrent hvor mange sifre vil *a* og *b* da ha felles?

Velg ett alternativ

- 2
- 4 ✔
- Det kan vi ikke vite noe om
- 6
- 8

Maks poeng: 2

11 Subtraksjonen $311_4 - 122_4$ gir resultatet (begge tallene er representert i 4-tallsystemet)

Velg ett alternativ

- 222_4
- 110_4
- 121_4
- 123_4 ✔
- 133_4

Maks poeng: 3

12 Hvilket av følgende uttrykk vil gi stor relativ feil om det evalueres for svært store positive flyttall (vi antar at vi ikke får overflow)?

Velg ett alternativ

- $\sqrt{x^2+x}-x$ ✔
- x^2+x
- x^4-x^2
- $x+\sin x$
- $x-e^x$

Maks poeng: 3

13 Hvilken av følgende differensligninger er en lineær, homogen, andreordens differensligning med konstante koeffisienter?

Velg ett alternativ

- $x_{n+1}+2x_n+n=0$
- $x_{n+2}^2+2x_{n+1}+x_n^2=0$
- $x_{n+2}=x_n-3x_{n+3}$
- $x_{n+1}+x_nx_{n+2}=4$
- $x_{n+2}+4x_{n+1}=x_n$ ✔

Maks poeng: 3

14 Differensligningen

$2x_{n+1}+x_n=9, \quad n\geq 0$

med startverdi $x_0=1$ har løsningen

Velg ett alternativ

- 3
- Ligningen har uendelig mange løsninger
- $(-2)^{1-n}+3$ ✔
- $(-2)^n+9n$
- $2^{-n}+2^n-1$

Maks poeng: 3

15 Vi ser på differensligningen

$x_{n+1}=4x_n+b, \quad n\geq 0$

der $b>0$, med startbetingelsen $x_0=1$. Hva kan vi si om løsningen når n går mot uendelig?

Velg ett alternativ

- Den nærmer seg b
- Den går mot uendelig ✔
- Vi kan ikke si noe om løsningen
- Den nærmer seg 0
- Den nærmer seg $-b/3$

Maks poeng: 3

16 Differensligningen
$x_{n+2} - 3x_{n+1} + 2x_n = 0$
med startverdier $x_0 = 1$ og $x_1 = 3$ har løsning
Velg ett alternativ

- $2n + 2$
- $5(-1)^n - 4(-2)^n$
- $(-3)^n + 2^n$
- $(-2)^n + 5n$
- $2^{n+1} - 1$ ✔

Maks poeng: 3

17 Differensligningen
$x_{n+2} - 2x_{n+1} + 2x_n = 4n$
med startbetingelser $x_0 = 0$ og $x_1 = 4 + \sqrt{2}$ har løsningen
Velg ett alternativ

- $(\sqrt{2})^{n+1} \sin(n\pi/4) + 4n$ ✔
- $\sqrt{2}\cos(n\pi/4) + 2\sin(n\pi/4)$
- $4^n \cos(n\pi/2) - 1$
- $2(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}^n - 1/\sqrt{2}^n)$
- $4n + \sqrt{2}$

Maks poeng: 3

18 Vi simulerer differensligningen
$15x_{n+2} - 13x_{n+1} + 2x_n = 0, \quad n \geq 0$
med startverdiene $x_0 = 1$ og $x_1 = -4/15$ på en datamaskin med 64-bits flyttall. For store nok n vil den beregnede løsningen x_n bli

Velg ett alternativ

- $C(2/3)^n$ for en passende konstant C ✔
- $C5^{-n}$ for en passende konstant C
- overflow
- den eksakte løsningen
- $C5^n$ for en passende konstant C

Maks poeng: 3

19 Vi simulerer differensligningen

$$6x_{n+2} + 5x_{n+1} - 4x_n = 0, \quad n \geq 0$$

med startverdiene $x_0 = 1$ og $x_1 = 1/2$ på en datamaskin med 64-bits flyttall. For store nok n vil den beregnede løsningen x_n bli

Velg ett alternativ

- den eksakte løsningen, pluss en liten avrundingsfeil
- $C(-4/3)^n$ og så overflow, for en passende konstant C ✔
- 2^{-n}
- 0
- $(4/3)^{-n}$

Maks poeng: 3

20 For hvert tall $n \geq 0$ lar vi P_n betegne påstanden

$$P_n \ : \ x_n \geq n!$$

der x_n er løsningen av differensligningen $x_{n+1} = x_n x_{n-1}$ med startverdier $x_0 = 1$ og $x_1 = 2$. Et induksjonsbevis for at P_n er sann for alle $n \geq 0$ kan være som følger:

1. P_0 er sann siden $x_0 = 1$ og $0! = 1$.
2. Anta nå at $P_0, \ldots, P_k$ er sanne. For å fullføre induksjonsbeviset, må vi vise at også P_{k+1} er sann. Ved å bruke differensligningen for x_{k+1} og påstandene P_{k-1} og P_k ser vi at
$$x_{k+1} = x_k x_{k-1} \geq k!(k-1)! \geq k!(k+1) = (k+1)!$$
der vi har brukt ulikheten $(k-1)! \geq k+1$. Altså er P_{k+1} sann.

Hvilket av følgende utsagn er sant?

Velg ett alternativ

- Påstanden P_n er ikke sann for alle $n \geq 0$, og det er en feil i del 1
- Beviset er riktig, men det er ikke et induksjonsbevis
- Påstanden P_n er sann for $n \geq 0$, men del 2 av induksjonsbeviset er feil
- Påstanden P_n er sann for alle $n \geq 0$, induksjonsbeviset er riktig
- Påstanden P_n er ikke sann for alle $n \geq 0$, og det er en feil i del 2 ✔

Maks poeng: 3

Maks poeng: