MAT-INF 1100 — Modellering og beregninger

Fredag 11. oktober 2019 kl 1430-1630

Vedlegg: Formelsamling (lenke ligger under linjen med oppgavenumre).

Tillatte hjelpemidler: ingen

De 10 første oppgavene teller 2 poeng hver, de 10 siste teller 3 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er 5 svaralternativer for hvert spørsmål, men det er bare ett av disse som er riktig. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av på et spørsmål, får du null poeng. Du blir altså ikke «straffet» med minuspoeng for å svare feil.

Lykke til!

1 Tallet 100 blir i 3-tallsystemet representert som

Velg ett alternativ

- 10101_3
- 10201_3 ✔
- 11210_3
- 10211_3
- 20202_3

Maks poeng: 2

2 Tallet $10\,1011\,0011\,.\;101_2$ blir i det heksadesimale tallsystemet representert som

Velg ett alternativ

- $ac3.a_{16}$
- $ac3.9_{16}$
- $2b3.9_{16}$
- $2b3.a_{16}$ ✔
- $1ac.\,d_{16}$

Maks poeng: 2

3 Det rasjonale tallet $50/32$ kan skrives i totallsystemet som

Velg ett alternativ

- $1.0001\,1011\,1011\,\ldots_2$ der siffrene 1011 gjentas uendelig mange ganger
- 1.10001_2
- 1.1001_2 ✔
- 2.0011_2
- $1.1001\,1001\,1001\ldots_2$ der siffrene 1001 gjentas uendelig mange ganger

---

Maks poeng: 2

4 For hvilket grunntall β vil det rasjonale tallet $37/45$ kunne representeres med en endelig sifferutvikling?

Velg ett alternativ

- $\beta = 15$ ✔
- $\beta = 12$
- $\beta = 2$
- $\beta = 21$
- $\beta = 7$

Maks poeng: 2

5 Utrykket $(2-x)^9$ kan også skrives som $\sum_{k=0}^{9} c_k x^k$ hvor hver av c_k'ene er heltall. Hvilket heltall er c_7?

Hint: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Velg ett alternativ

- $c_7 = -36$
- $c_7 = 90$
- $c_7 = -144$ ✔
- $c_7 = 36$
- $c_7 = 156$

Maks poeng: 2

6 Tallet

$$\frac{e^{\ln(\sqrt{2}-1)}}{(1+\sqrt{2})}$$

er

Velg ett alternativ

- 0
- Irrasjonalt ✔
- 1
- -1
- Rasjonalt, men ikke heltall

Maks poeng: 2

7 Minste øvre skranke for mengden

$$\left\{x \in \mathbb{R} : -\tfrac{1}{2} \leq x \leq \tfrac{1}{2} \text{ og } \cos(2\pi x) \geq 0\right\}$$

er

Velg ett alternativ

- $\frac{1}{4}$ ✔
- $\frac{1}{3}$
- 0
- $-\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{2}$

Maks poeng: 2

8 Hvilket av følgende utsagn er **usant**.

Velg ett alternativ

- Addisjon av to flyttall kan gi avrundingsfeil
- Tallet $\frac{1}{2}$ kan representeres eksakt med 64-bits flyttall
- På datamaskin kan heltall representeres eksakt (hvis de ikke er for store)
- Vi kan representere tallet 10^{208} eksakt med 64-bits heltall. ✔
- 64-bits flyttall representeres med ca. 15-17 siffers nøyaktighet i signifikanden (i det desimale tallsystemet)

Maks poeng: 2

9 For hvilken verdi av β er ligningen $5_\beta + 17_\beta = 21_\beta$ riktig (alle tall er representert i β-tallsystemet)?

Velg ett alternativ

- 13
- 10
- 11 ✔
- 14
- 12

Maks poeng: 2

10 Vi tilnærmer et tall *a* med et tall *b* og den relative feilen blir 0.00000412. Omtrent hvor mange sifre vil *a* og *b* da ha felles?

Velg ett alternativ

- 4
- Det kan vi ikke vite noe om
- 8
- 6 ✔
- 2

Maks poeng: 2

11 Vi lagrer de særnorske symbolene 'æ', 'ø' og 'å' i en standard koding. Alle tre symbolene blir lagret med 2 bytes hver. Hvilken koding har vi brukt?

Velg ett alternativ

- ISO Latin-1
- Ingen av alternativene lagrer disse symbolene med 2 bytes hver
- UTF-32
- UTF-8 ✔
- 8-bits ASCII

Maks poeng: 3

12 Hvilket av følgende uttrykk vil gi stor relativ feil om det evalueres for svært store negative flyttall (vi antar at vi ikke får overflow)?

Velg ett alternativ

- $x^2 + x$
- $\dfrac{1}{-\sqrt{x^4+5}+x^2}$ ✔
- $x + 2^{x^2}$
- $x^5 + x^2$
- $x - e^{-x}$

Maks poeng: 3

13 Differensligningen $x_{n+1} - 2x_n = a$ med startverdi $x_0 = -4$ har løsning $x_n = -2(2^n + 1)$. Hvilken verdi har a?

Velg ett alternativ

- $a = -1$
- $a = 0$
- $a = 1$
- $a = 2$ ✔
- $a = -2$

Maks poeng: 3

14 La $a \neq 0$. Differensligningen

$x_{n+1} = x_n^2$

med startverdi $x_0 = a^2$ har løsningen

Velg ett alternativ

- $x_n = a2^n$
- $x_n = a^{2n}$
- $x_n = a8^n$
- $x_n = a^{2^{n+1}}$ ✔
- $x_n = a^{2(n+1)}$

Maks poeng: 3

15 Differensligningen

$x_{n+2} - 9x_{n+1} + 14x_n = 0, \quad n \geq 0$

har generell løsning (koeffisientene C og D er vilkårlige, reelle tall)

Velg ett alternativ

- $x_n = C2^n + D(-2)^n$
- $x_n = Cn(-2)^n + D6^n$
- $x_n = C(-2)^n + D7^n$
- $x_n = C + D(-6)^n$
- $x_n = C2^n + D7^n$ ✔

Maks poeng: 3

16 Differensligningen

$x_{n+2} - x_{n+1} + x_n = 0$

med initialbetingelser $x_0 = 0$ og $x_1 = 3\sqrt{3}/2$ har løsning

Velg ett alternativ

- $x_n = 3\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)$
- $x_n = 3\sin\left(\frac{\pi}{3}n\right)$ ✔
- $x_n = 3\cos\left(\frac{\pi}{6}n\right)$
- $x_n = 3\sin\left(\frac{\pi}{6}n\right)$
- $x_n = 3\sin\left(\frac{\pi}{3}n\right) + 3\cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)$

Maks poeng: 3

17 Differensligningen

$x_{n+2} - x_{n+1} - 12x_n = 28(4^n)$

med initialbetingelser $x_0 = 0$ og $x_1 = 4$ har løsningen

Velg ett alternativ

- $x_n = 5^n - 4^n + n4^n$
- $x_n = 4^{n+1} + (-3)^n + 28(4^n)$
- $x_n = (-3)^n - 4^n + n4^n$
- $x_n = 28(4^n) + 5^n + n4^n$
- $x_n = n4^n$ ✔

Maks poeng: 3

18 Vi simulerer differensligningen

$$x_{n+2} - \frac{1}{6}x_{n+1} - \frac{1}{6}x_n = 0, \quad n \geq 0$$

med startverdiene $x_0 = 1$ og $x_1 = 1/2$ på en datamaskin med 64-bits flyttall. For store nok n vil den beregnede løsningen x_n bli

Velg ett alternativ

- $C2^{-n}$ for en passende konstant C ulik 0
- overflow
- 0 ✔
- $C(-3)^{-n}$ for en passende konstant C ulik 0
- $C2^n$ for en passende konstant C ulik 0 og deretter overflow

Maks poeng: 3

19 Vi simulerer differensligningen

$$9x_{n+2} - 18x_{n+1} + 5x_n = 0, \quad n \geq 0$$

med startverdiene $x_0 = 3$ og $x_1 = 1$ på en datamaskin med 64-bits flyttall. For store nok n vil den beregnede løsningen x_n bli

Velg ett alternativ

- $C\left(\frac{4}{3}\right)^n$ for en passende konstant C og deretter overflow
- den eksakte løsningen, pluss en liten avrundingsfeil
- $C\left(\frac{5}{3}\right)^n$ for en passende konstant C og deretter overflow ✔
- $C3^{-n}$ for en passende konstant C ulik 0
- 0

Maks poeng: 3

20 For en mengde A sier vi at både den tomme mengden $\emptyset$ og A er delmengder av A og vi skriver $\emptyset \subset A$ og $A \subset A$.

La nå $A_n = \{1, 2, \dots, n\}$ betegne mengden som består av de n første naturlige tallene. Vi ønsker å vise utsagnet

$$P_n \; : \; A_n \text{ inneholder } 2^n \text{ forskjellige delmengder}$$

for $n \geq 1$ ved induksjon.

Et induksjonsbevis for at P_n er sann for alle $n \geq 1$ kan være som følger:

1. Vi ser at P_1 er sann siden $\emptyset \subset A_1$ og $A_1 \subset A_1$. Dette gir $2 = 2^1$ delmengder.
2. Anta nå at $P_1, \dots, P_k$ er sanne. For å fullføre induksjonsbeviset, må vi vise at også P_{k+1} er sann. Vi vet fra induksjonshypotesen at A_k inneholder 2^k delmengder. Alle disse delmengdene vil også være delmengder av A_{k+1}. I tillegg kan vi for hver delmengde $B \subset A_k$ lage en ny delmengde $B \cup \{k+1\} \subset A_{k+1}$ som bare er delmengde av A_{k+1} og ikke av A_k.Mengden A_{k+1} inneholder derfor $2^k + 2^k = 2^{k+1}$ forskjellige delmengder, så P_{k+1} er sann.

Hvilket av følgende utsagn er sant?

Velg ett alternativ

- Påstanden P_n er ikke sann for alle $n \geq 0$, og det er en feil i del 1
- Påstanden P_n er sann for alle $n \geq 0$, induksjonsbeviset er riktig ✔
- Påstanden P_n er sann for $n \geq 0$, men del 2 av induksjonsbeviset er feil
- Påstanden P_n er ikke sann for alle $n \geq 0$, og det er en feil i del 2
- Beviset er riktig, men det er ikke et induksjonsbevis

Maks poeng: 3