i

Forside

MAT-INF 1100 — Modellering og beregninger

Fredag 9. oktober 2020 kl 0900-1100

Vedlegg: Formelsamling (lenke ligger under linjen med oppgavenumre).

Tillatte hjelpemidler: ingen

De 10 første oppgavene teller 2 poeng hver, de 10 siste teller 3 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er 5 svaralternativer for hvert spørsmål, men det er bare ett av disse som er riktig. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av på et spørsmål, får du null poeng. Du blir altså ikke «straffet» med minuspoeng for å svare feil.

Lykke til!

1

Oppgave 1

Tallet 121 blir i 2-tallsystemet representert som

Velg ett alternativ

- 1111010_2
- 1011001_2
- 1111001_2 ✔
- 1101001_2
- 111001_2

Maks poeng: 2

2

Oppgave 2

Tallet 140.0625 blir i det heksadesimale siffersystemet representert som

Velg ett alternativ

- $8d.1_{16}$
- $8c.2_{16}$
- $8b.2_{16}$
- $8b.01_{16}$
- $8c.1_{16}$ ✔

Maks poeng: 2

3

Oppgave 3

Tallet 1.8 kan skrives i totallsystemet som

Velg ett alternativ

- 1.11011101110111011_2 er sifrene 1011 gjentas uendelig mange ganger
- $1.1101\,1011\,1011\;\ldots_2$ der sifrene 1011 gjentas uendelig mange ganger
- 1.1100110011_2
- 1.110111001_2
- $1.110011001100110011\ldots_2$ der sifrene 1001 gjentas uendelig mange ganger

---

Maks poeng: 2

4

Oppgave 4

Hvilket av følgende tall vil ha en sifferutvikling som verken er endelig og heller ikke består av en gruppe av repeterende sifre?

Velg ett alternativ

- Den positive løsningen av ligningen $x^3 = 27$
- $1/2$
- Den positive løsningen av ligningen $x^2 = 2$
- Den postive løsningen av ligningen $100x^2 = 1$
- $1/3$

Maks poeng: 2

5
Oppgave 5

Utrykket $(3+z)^8$ kan også skrives som $\sum_{k=0}^{8} b_k z^k$ hvor hver av b_k'ene er heltall. Hvilket heltall er b_6?

Du kan få bruk for at binomialkoeffesientene er gitt ved: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Velg ett alternativ

- $b_6 = 56$
- $b_6 = 24$
- $b_6 = 252$ ✔
- $b_6 = -24$
- $b_6 = 28$

Maks poeng: 2

6
Oppgave 6

Ett av følgende utsagn er sanne.
Summen av to irrasjonale tall
Velg ett alternativ

- er allltid et irrasjonalt tall
- er alltid et rasjonalt tall
- kan bli et komplekst tall
- kan bli uendelig
- kan bli et rasjonalt tall ✔

Maks poeng: 2

7

Oppgave 7

Minste øvre skranke i $\mathbb{R}$ for mengden

$$\{x \in \mathbb{N} \mid x/100 < 1\}$$

er

Velg ett alternativ

- 99 ✔
- 1/99
- 100
- ikke definert
- 1/100

Maks poeng: 2

8

Oppgave 8

Hvilket av følgende utsagn er **usant**.

Velg ett alternativ

- Et tall av størrelsesorden 10^{50} gir ikke overflow når vi arbeider med 64 bits flyttall
- Med 64 bits flyttall kan vi representere reelle tall med 64 riktige, desimale sifre ✔
- 64-bits flyttall representeres med ca. 15-17 siffers nøyaktighet i signifikanden (i det desimale tallsystemet)
- Avrundingsfeil er ikke et problem når vi arbeider med heltall på datamaskin
- Tallet $1/32$ kan representeres eksakt med 64-bits flyttall

---

Maks poeng: 2

9

Oppgave 9

For hvilken verdi av β er ligningen $7_\beta + 117_\beta = 121_\beta$ riktig (alle tall er representert i β-tallsystemet)?
Velg ett alternativ

- 10
- 11
- 13 ✔
- 12
- 14

Maks poeng: 2

10

Oppgave 10

Ett av følgende utsagn om absolutt og relativ feil er sant, hvilket?
Velg ett alternativ

- Den relative feilen er alltid mindre enn den absolutte feilen
- Den relative feilen kan være ubegrenset ✔
- Den absolutte feilen er alltid mindre enn den relative feilen
- Vi kan alltid finne den relative feilen om vi kjenner den absolutte feilen
- Den absolutte feilen kan være ubegrenset

Maks poeng: 2

11

Oppgave 11

En tekst med 100 tegn blir lagret som 111 bytes. Hvilken koding er da brukt?
Velg ett alternativ

- UTF-32
- ISO Latin-1
- 7-bits ASCII
- Ingen av de andre alternativene er riktige
- UTF-8 ✔

Maks poeng: 3

12

Oppgave 12

Hvilket av følgende uttrykk vil gi stor relativ feil om det evalueres for svært store positive flyttall (vi antar at vi ikke får overflow)?

Velg ett alternativ

- $\ln(x+1) - \ln(x)$ ✓
- $\dfrac{1}{x^2 - \sqrt{1+x}}$
- $x^2 - 1$
- $x^3 + x^5$
- $x^5 - x^3$

Maks poeng: 3

13

Oppgave 13

Hvilken av følgende differensligninger er lineær, homogen og av andre orden?

Velg ett alternativ

- $x_{n+2} - x_{n+1}x_n = 0$
- $x_{n+2} - x_{n+1} - x_n = -1$
- $x_{n+2} + 2n^2 x_{n+1} - x_n = 0$ ✓
- $x_{n+2} - x_n = 3 - \sin n$
- $x_{n+1} + 3x_n = 0$

Maks poeng: 3

14 Oppgave 14

Differensligningen
$x_{n+1} - 3x_n = -3^n,\ n \geq 0,$
med startverdi $x_0 = 1$ har løsningen
Velg ett alternativ

- $x_n = 3^n(1 + n/3)$
- $x_n = 1 - 3n$
- $x_n = 3^n(1 - n/3)$ ✔
- $x_n = 3^n$
- $x_n = 1 - 3^n$

Maks poeng: 3

15 Oppgave 15

Differensligningen
$x_{n+1} - 2(n+1)x_n = 0, \quad n \geq 0$
med startverdi $x_0 = 1$ har løsning
Velg ett alternativ

- $x_n = 2^n n!$ ✔
- $x_n = 2^n(n+1)$
- $x_n = 2^{n+1}(n+1)!$
- $x_n = 2^n(n+1)^n$
- $x_n = 2^{n+1}(n+1)$

Maks poeng: 3

16

Oppgave 16

Differensligningen
$x_{n+2} + 4x_{n+1} - 12x_n = 0$
har generell løsning
Velg ett alternativ

- $x_n = C + D(-3)^n$
- $x_n = C2^n + D3^n$
- $x_n = C(-4)^n + D(12)^n$
- $x_n = C + D3^n$
- $x_n = C2^n + D(-6)^n$ ✔

Maks poeng: 3

17

Oppgave 17

Differensligningen
$x_{n+2} + x_{n+1} - 6x_n = 42(4^n)$
med initialbetingelser $x_0 = 8$ og $x_1 = 2$ har løsningen
Velg ett alternativ

- $x_n = (26/5)(2^n) + (14/5)(-3)^n$
- $x_n = 6(2^n) + 2(-3)^n + 3n(4^n)$
- $x_n = 2(2^n) + 4^n + 3n(4^n)$
- $x_n = 6(-2)^n + 2(3^n)$
- $x_n = 2^n + 4(-3)^n + 3(4^n)$ ✔

Maks poeng: 3

18

Oppgave 18

Differensligningen
$x_{n+2} - 2x_{n+1} + 4x_n = 3n + 3$
har generell løsning
Velg ett alternativ

- $x_n = C2^n + D(-2)^n + 3n + 3$
- $x_n = 2^n(C\cos(n\pi/3) + D\sin(n\pi/3)) + 2n + 2$
- $x_n = C\cos(n\pi/3) + D\sin(n\pi/3) + 2n + 2$
- $x_n = 2^n(C\cos(n\pi/3) + D\sin(n\pi/3)) + n + 1$ ✔
- $x_n = C\cos(n\pi/3) + D\sin(n\pi/3) + n + 1$

Maks poeng: 3

19

Oppgave 19

Vi simulerer differensligningen
$3x_{n+2} - 7x_{n+1} + 2x_n = -2, \quad n \geq 0$
med startverdiene $x_0 = 0$ og $x_1 = -2/3$ på en datamaskin med 64-bits flyttall. For store nok n vil den beregnede løsningen x_n bli
Velg ett alternativ

- Den eksakte løsningen pluss en liten avrundingsfeil
- -1
- $C3^{-n}$ for en passende konstant C ulik 0
- $C2^n$ for en passende konstant C og deretter overflow ✔
- 0

Maks poeng: 3

20 Induksjon

Vi har differensligningen
$x_n = x_{n-1}/x_{n-2},\ n \geq 2, \quad x_0 = 1, x_1 = 2.$
Vi lar nå P_n betegne påstanden
P_n : x_n er enten 1 eller 2.

Et induksjonsbevis for at P_n er sann for alle heltall $n \geq 0$ kan være som følger:

1. Vi ser lett at P_0 og P_1 er sanne.
2. Anta nå at vi har bevist at $P_0, \ldots, P_k$ er sanne. For å fullføre induksjonsbeviset, må vi vise at P_{k+1} også er sann. Fra induksjonshypotesen vet vi at både x_{k-1} og x_k er enten 1 eller 2 så $x_{k+1} = x_k/x_{k-1}$ er også enten 1 eller 2. Altså er også P_{k+1} sann.

Hvilket av følgende utsagn er sant?
Velg ett alternativ

- Beviset er riktig, men det er ikke et induksjonsbevis
- Påstanden P_n er sann for $n \geq 0$, men del 2 av induksjonsbeviset er feil
- Påstanden P_n er sann for alle $n \geq 0$, induksjonsbeviset er riktig
- Påstanden P_n er ikke sann for alle $n \geq 0$, og det er en feil i del 2 ✔
- Påstanden P_n er ikke sann for alle $n \geq 0$, og det er en feil i del 1

Maks poeng: 3