i Forside

MAT-INF 1100 — Modellering og beregninger

Fredag 15. oktober 2021
kl. 15:00-17:00 (2 timer)

Vedlegg: Formelsamling (lenke ligger under linjen med oppgavenumre).

Alle hjelpemidler er tillatt (bøker, notater, kalkulator, dataprogrammer osv.), men du har ikke lov til å kommunisere med andre under eksamen (dette inkluderer å stille og besvare spørsmål på nettsider).

De 10 første oppgavene teller 2 poeng hver, de 10 siste teller 3 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er 5 svaralternativer for hvert spørsmål, men det er bare ett av disse som er riktig. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av på et spørsmål, får du null poeng. Du blir altså ikke «straffet» med minuspoeng for å svare feil.

Brukerstøtte for hjemmeeksamen/midtveiseksamen
Skulle du oppleve tekniske problemer må du umiddelbart, og før eksamenstidens slutt, ta kontakt med brukerstøtte.

Lykke til!

1 Oppgave 1

Det binære tallet 1101101 er det samme som det desimale tallet

Velg ett alternativ

- 107
- 110
- 105
- 109 ✔
- 111

Maks poeng: 2

2
Oppgave 2

Skrevet i totallsystemet blir det heksadesimale tallet $ae71_{16}$

Velg ett alternativ

- 1000 1110 0111 0001
- 1010 1110 0011 0001
- 1010 1110 0111 0001 ✔
- 1010 1110 0001 0001
- 1010 0110 0111 0101

Maks poeng: 2

3
Oppgave 3

På oktal form blir det binære tallet 1011.101

Velg ett alternativ

- 12.5_8
- 14.5_8
- 15.15_8
- 13.5_8 ✔
- 13.7_8

Maks poeng: 2

4 Oppgave 4

Tallet

$$\frac{\sqrt{24}(\sqrt{\pi}+\sqrt{2\arcsin(1)})}{\sqrt{6\pi}}$$

er

Velg ett alternativ

- 1
- -1
- 0
- et irrasjonalt tall
- 4 ✔

Maks poeng: 2

5 Oppgave 5

Vi har at $1020_\beta = 228$ for

Velg ett alternativ

- $\beta = 4$
- $\beta = 6$ ✔
- $\beta = 3$
- $\beta = 5$
- $\beta = 7$

Maks poeng: 2

6 Oppgave 6

$1/3$ vil i totallsystemet representeres med sifferutviklingen

Velg ett alternativ

- $0.010101\cdots$ der 01 repeteres i det uendelige ✔
- $0.011111\cdots$, der 1 repeteres i det uendelige
- $0.101010\cdots$ der 10 repeteres i det uendelige
- $0.001010\cdots$ der 10 repeteres i det uendelige
- $0.0110110\cdots$ der 110 repeteres i det uendelige

Maks poeng: 2

7 Oppgave 7

Hva er minste øvre skranke for mengden
$\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0 \text{ og } (\ln x)^2 < 4\}$?

Velg ett alternativ

- e^2 ✔
- e^{-2}
- 4
- e
- e^4

Maks poeng: 2

8
Oppgave 8

Hvilket av følgende utsagn er sant?
Velg ett alternativ

- Det fins et endelig antall irrasjonale tall
- Det er et endelig antall 64-bits flyttall ✔
- Avrundingsfeil skaper aldri problemer på en kalkulator
- Det fins et reelt tall som er større enn alle heltall
- Ethvert reelt tall kan tilnærmes vilkårlig godt med en følge av naturlige tall

Maks poeng: 2

9
Oppgave 9

Uttrykket $(2-x)^6$ kan også skrives som $\sum_{k=0}^{6} b_k x^k$ hvor hver av b_k'ene er heltall. Hvilket heltall er b_4? Du kan få bruk for at binomialkoeffisientene er gitt ved: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
Velg ett alternativ

- $b_4 = 15$
- $b_4 = 60$ ✔
- $b_4 = -15$
- $b_4 = 4$
- $b_4 = -4$

Maks poeng: 2

10
Oppgave 10

Anta at vi har en datamaskin som representerer tall på normalform i 10-tallsystemet, med 4 siffer for signifikanden og 1 siffer for eksponenten. Addisjonen $0.1342 + 99.88$ vil på en slik maskin gi resultatet

Velg ett alternativ

- 99.99
- 100.1
- 100.01
- 100.0142
- 100.0 ✔

Maks poeng: 2

11
Oppgave 11

Vi skal se på tallet $0.1010\ 1010\ 10$ i totallssystemet. Hvis vi trunkerer dette tallet til 5 binære siffer (etter punktum) blir den absolutte feilen

Velg ett alternativ

- $5/1024$
- $5/512$ ✔
- $7/1024$
- $5/256$
- $3/1024$

Maks poeng: 3

12 Oppgave 12

Hvilket av følgende uttrykk vil gi stor relativ feil om det evalueres for store, positive flyttall?
Velg ett alternativ

- $\sqrt{x^2 + x} + x$
- $\ln(3x) - \ln(2x)$
- $e^{3x} - e^{2x}$
- $x^5 - x^3$
- $\ln(x + 1) - \ln x$ ✔

Maks poeng: 3

13 Oppgave 13

Hvilket av følgende uttrykk vil kunne gi stor relativ feil for minst en verdi av x når det beregnes på datamaskin ved hjelp av flyttall?
Velg ett alternativ

- $-3 + \sin x$
- $x^4 + \pi$
- $x^2 - 2$ ✔
- $2 + x^2$
- $2 + \cos x$

Maks poeng: 3

14 Oppgave 14

Hvilken av de følgende differensligningene er lineær?
Velg ett alternativ

- $x_{n+2} + 4x_{n+1} + (-1)^n x_{n+1} x_n = \sin(2^n)$
- $x_{n+1} = n^2 \sin x_n$
- $x_{n+2} - 4x_{n+1} + x_n^2 = 0$
- $x_{n+2} - (\ln n) x_{n+1} + x_n = 0$ ✔
- $x_{n+1} + n/x_n = 1$

Maks poeng: 3

15 Oppgave 15

Differensligningen

$$x_{n+1} - x_n = 3$$

har en partikulærløsning
Velg ett alternativ

- $x_n = 3^n$
- $x_n = 3n$ ✔
- $x_n = 3$
- $x_n = 3n^2$
- $x_n = n + 1$

Maks poeng: 3

16
Oppgave 16

En annenordens, homogen, differensligning med konstante koeffisienter har den generelle løsningen
$x_n = C3^n + D2^{-n}$.
Hva kan ligningen da være?
Velg ett alternativ

- $2x_{n+2} + 5x_{n+1} - 3x_n = 0$
- $2x_{n+2} + 7x_{n+1} - 3x_n = 0$
- $2x_{n+2} - 7x_{n+1} - 3x_n = 0$
- $2x_{n+2} - 7x_{n+1} + 3x_n = 0$ ✔
- $2x_{n+2} + 7x_{n+1} + 3x_n = 0$

Maks poeng: 3

17
Oppgave 17

Vi har gitt en differensligning med tilhørende startverdi,
$x_{n+2} - 4x_{n+1} + 4x_n = 3^n, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 1,\ x_1 = 0.$
Hva er løsningen?
Velg ett alternativ

- $x_n = 3^n$
- $x_n = (n+2)3^n - (n+1)2^n$
- $x_n = 1 - n$
- $x_n = 3^{n+1} - 2^{n+1}$
- $x_n = 3^n - 3n2^{n-1}$ ✔

Maks poeng: 3

18
Oppgave 18

Vi har differensligningen

$$x_{n+1} - 3x_n = 1 \quad n \geq 1, \quad x_1 = 1$$

og løser denne numerisk med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store n vil da den beregnede løsningen $\bar{x}_n$ gi som resultat

Velg ett alternativ

- 2
- 0
- n
- $-1/6$
- overflow ✔

Maks poeng: 3

19
Oppgave 19

Vi har differensligningen

$$9x_{n+2} - 3x_{n+1} - 2x_n = 0, \quad x_0 = 1, \ x_1 = -1/3$$

og løser denne numerisk med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store n vil da den beregnede løsningen $\bar{x}_n$ gi som resultat

Velg ett alternativ

- overflow
- 0 ✔
- $1/2$
- 3^n
- 1

Maks poeng: 3

20 # Oppgave 20

Differensligningen
$x_n = x_{n-1} + x^2_{n-2}$, der $x_0 = 0$ og $x_1 = 1$,
er gitt. Vi har tro på at følgende påstand er sann:
P_n: For alle heltall $n \geq 0$ gjelder det at x_{3n} er et partall mens x_{3n+1} og x_{3n+2} begge er oddetall.
Vi forsøker å vise dette ved induksjon:

1. For $n = 0$ ser vi at $x_{3n} = x_0 = 0$ som er et partall, mens $x_{3n+1} = x_1 = 1$ som er et oddetall. Vi har dessuten at $x_{3n+2} = x_2 = x_1 + x_0^2 = 1$ også er et oddetall, så P_n er sann for $n = 0$.
2. Anta at vi har vist at P_n er sann for $n = 0, \ldots, k-1$, vi må vise at da er også P_k sann. Vi har $x_{3k} = x_{3k-1} + x^2_{3k-2}$, og fra induksjonshypotesen vet vi at x_{3k-2} og x_{3k-1} begge er oddetall. Da er også x^2_{3k-2} et oddetall, og siden summen av to oddetall er et partall er x_{3k} et partall. På samme måte har vi $x_{3k+1} = x_{3k} + x^2_{3k-1}$. Vi vet nå at x_{3k} er et partall mens x^2_{3k-1} er et oddetall. Dermed er x_{3k+1} et oddetall. Til slutt må vi sjekke x_{3k+2}. Vi har $x_{3k+2} = x_{3k+1} + x^2_{3k}$, og ut fra hva vi nettopp har vist er x_{3k+1} et oddetall mens x_{3k} er et partall. Da er også x^2_{3k} et partall så x_{3k+2} er summen av et partall og et oddetall og dermed et oddetall.

På bakgrunn av dette kan vi konkludere med at påstanden P_n er sann for alle $n \geq 0$.

Hvilket av følgende utsagn er sant?
Velg ett alternativ

- Påstanden P_n er sann for alle $n \geq 0$, men del 1 av induksjonsbeviset er feil
- Beviset er riktig, men det er ikke noe induksjonsbevis
- Påstanden P_n er ikke sann for alle $n \geq 0$, men induksjonsbeviset er riktig
- Påstanden P_n er sann for alle $n \geq 0$, men del 2 av induksjonsbeviset er feil
- Påstanden P_n er sann for alle $n \geq 0$, og induksjonsbeviset er riktig ✔

Maks poeng: 3