UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Deleksamen i	MAT-INF 1100 — Modellering og beregninger.
Eksamensdag:	Fredag 14. oktober 2022 1500-1700.
Tid for eksamen:	15:00 – 17:00.
Oppgavesettet er på 5 sider.	
Vedlegg:	Formelark
Tillatte hjelpemidler:	Ingen.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Svarene føres i inspera.

De 10 første oppgavene teller 2 poeng hver, de siste 10 teller 3 poeng hver. Den totale poengsummen er altså 50. Det er 5 svaralternativer for hvert spørsmål, men det er bare ett av disse som er riktig. Dersom du svarer feil eller lar være å krysse av på et spørsmål, får du null poeng. Du blir altså ikke "straffet" med minuspoeng for å svare feil. *Lykke til!*

NB. Husk å sjekke at du har ført inn svarene riktig på svararket!

Oppgaveark

Oppgave 1.
Det binære tallet 10100111_2 er det samme som det desimale tallet

A: 223

B: 17

C: 178

✓**D:** 167

E: 215

Oppgave 2.
Skrevet i totallsystemet blir det heksadesimale tallet $9e6_{16}$

A: $0111\ 0001_2$

B: $1010\ 0111_2$

✓**C:** $1001\ 1110\ 0110_2$

D: $1110\ 0111\ 0110_2$

E: $1100\ 1111\ 0011\ 0001_2$

(Fortsettes på side 2.)

Oppgave 3. På oktal form blir det binære tallet 11.1001_2

A: 5.12_8

B: 1.65_8

C: 7.11_8

D: 3.4_8

✓**E:** 3.44_8

Oppgave 4. Tallet $\tan(\arccos(\sin(\pi/4)))$ er

✓**A:** 1

B: 3.13

C: -1

D: et irrasjonalt tall

E: 0

Oppgave 5. Hvilket av følgende utsagn er sant?

A: Alle rasjonale tall representeres eksakt med 64 bits flyttall

B: Alle irrasjonale tall representeres eksakt med 64 bits flyttall

C: Det minste 64 bits flyttallet er større enn 0

✓**D:** Det største 64 bits flyttallet er større enn 2^{64}

E: Addisjon av to små flyttall kan lede til overflow

Oppgave 6. Tallet $x = 1/2 + 1/16 + 1/512$ vil i det binære tallsystemet representeres med sifferutviklingen

A: $0.111\cdots_2$ der 1 repeteres i det uendelige

B: $0.1001010\cdots_2$ der 10 repeteres i det uendelige

C: 0.010010001_2

✓**D:** 0.100100001_2

E: $0.0110110\cdots_2$ der 110 repeteres i det uendelige

Oppgave 7. 1/3 vil på oktal form bli

✓**A:** $0.2525\cdots_8$, der 25 repeteres i det uendelige

B: 0.25_8

C: $0.2424\cdots_8$, der 24 repeteres i det uendelige

D: $0.3333\cdots_8$, der 3 repeteres i det uendelige

E: 0.33_8

Oppgave 8. La β være et helt tall slik at $\beta \geq 4$. Hvis $321_\beta = 86$, så må

A: $\beta = 4$

✓**B:** $\beta = 5$

C: $\beta = 6$

D: $\beta = 7$

E: $\beta = 8$

(Fortsettes på side 3.)

Oppgave 9. Hva er største nedre skranke for mengden

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x > 1 \text{ og } x^{2x} > 16\}?$$

A: 1

B: $\sqrt{2}$

✓**C:** 2

D: 3

E: π

Oppgave 10. Uttrykket $(2x+3)^5$ kan også skrives som $\sum_{k=0}^{5} b_k x^k$ hvor hver av b_k'ene er heltall. Hvilket heltall er b_3? Du kan få bruk for at binomialkoeffisientene er gitt ved: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

A: $b_3 = 90$

B: $b_3 = 80$

C: $b_3 = 120$

D: $b_3 = 10$

✓**E:** $b_3 = 720$

Oppgave 11. Addisjonen $abc_{16} + 234_{16}$ gir

A: def_{16}

B: cab_{16}

✓**C:** $cf0_{16}$

D: $cc1_{16}$

E: abb_{16}

Oppgave 12. Anta at vi har en datamaskin som representerer tall på normalform i 10-tallsystemet, med 4 siffer for signifikanden og 1 siffer for eksponenten. Addisjonen $2.923 + 87.23$ vil på en slik maskin gi resultatet

A: 90.0

B: 90.1

✓**C:** 90.15

D: 90.153

E: 90.2

Oppgave 13. Hvilket av følgende uttrykk vil gi stor relativ feil om det evalueres for svært store positive flyttall?

A: $\sqrt{x+1} + \sqrt{x}$

B: $\sqrt{2x} - \sqrt{x}$

C: $\cos^4 x + \sin^4 x$

D: $x^5 + x^2$

✓**E:** $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

(Fortsettes på side 4.)

Oppgave 14. Hvilken av de følgende differensligningene er lineær og inhomogen?

A: $x_{n+2} + 6x_{n+1} + x_n^2 = e^{2n}$

B: $x_{n+1} - n^3\sqrt{x_n} = n^2$

C: $x_{n+2} - 8x_{n+1}x_n = n$

D: $x_{n+2} - 4x_{n+1} + x_n = 0$

✓**E:** $x_{n+1} + n^2 x_n = 1$

Oppgave 15. Differensligningen

$$x_{n+1} - 2x_n = n$$

har en partikulærløsning

A: $x_n = 2n$

B: $x_n = 2^n$

C: $x_n = n + 1$

D: $x_n = n$

✓**E:** $x_n = -n - 1$

Oppgave 16. En annenordens lineær og homogen differensligning med konstante koeffisienter har den generelle løsningen

$$x_n = C + D3^{-n}.$$

Hva kan da ligningen være?

A: $3x_{n+2} - 2x_{n+1} - x_n = 0$

B: $x_{n+2} - 4x_{n+1} + 3x_n = 0$

C: $x_{n+2} - 8x_{n+1} - 4x_n = 0$

✓**D:** $3x_{n+2} - 4x_{n+1} + x_n = 0$

E: $3x_{n+2} + 4x_{n+1} + x_n = 0$

Oppgave 17. Vi har gitt en differensligning med tilhørende startverdier,

$$x_{n+2} - 5x_{n+1} + 6x_n = 2n + 1, \quad n \geq 0, \quad x_0 = 3,\ x_1 = 6.$$

Hva er løsningen?

A: $x_n = n + 3^n$

B: $x_n = -3n + 3 \cdot 3^n$

C: $x_n = 3 \cdot 2^n$

D: $x_n = n + 3 + 2^n$

✓**E:** $x_n = n + 2 + 3^n$

(Fortsettes på side 5.)

Oppgave 18. Vi har differensligningen

$$x_{n+1} + 3x_n = 4, \quad n \geq 1, \quad x_0 = 2$$

og løser denne numerisk med 64-bits flyttall på datamaskin. For tilstrekkelig store n vil da den beregnede løsningen $\bar{x}_n$ gi som resultat

A: -3

B: 0

C: $1 + (-3)^n$

D: 1

✓**E:** overflow

Oppgave 19. Vi har differensligningen

$$8x_{n+2} - 6x_{n+1} + x_n = 0, \quad x_0 = 2, \quad x_1 = 3/4.$$

og løser denne med 64-bits flyttall på datamaskin. Kall den beregnede løsningen for $\bar{x}_n$. Vi har da at

A: $\bar{x}_n = 2^{-n} + 4^{-n}$ for små n, men $\bar{x}_n$ vil til slutt gi overflow

B: $\bar{x}_n$ gir avrundingsfeil for alle n

C: $\bar{x}_n = 0$ for alle n

D: $\bar{x}_n = 2^{-n} + 4^{-n}$ for alle n

✓**E:** $\bar{x}_n = 2^{-n} + 4^{-n}$ for små n, men $\bar{x}_n$ vil til slutt gi avrundingsfeil

Oppgave 20. Vi skal se på påstanden

$$P_n: \; 2^n + 1 \text{ er delelig med } 3,$$

hvor $n \geq 1$. Vi forsøker å bruke induksjon til å vise at P_n er sann for $n \geq 1$:

1. For $n = 1$ får vi $2^n + 1 = 3$, som opplagt er delelig med 3. Derfor er P_n sann for $n = 1$.

2. Anta nå at vi har bevist at P_n er sann for $n = 1, 2, \ldots, k-1$, vi må vise at da er også P_k sann. Vi har at

$$2^k + 1 = (2^k + 2^2) + (1 - 2^2) = 2^2(2^{k-2} + 1) - 3.$$

   Ved induksjonsantagelsen er $2^{k-2} + 1$ delelig med 3 (siden P_{k-2} er sann). Men da er også $2^2(2^{k-2} + 1) - 3$ delelig med 3 som en sum av to tall begge delelig med 3. Det følger at P_k også er sann.

På bakgrunn av dette kan vi konkludere med at påstanden P_n er sann for alle $n \geq 1$.
Hvilket av følgende utsagn er sant?

A: Påstanden P_n er sann for alle $n \geq 1$, men del 1 av induksjonsbeviset er feil

B: Beviset er riktig, men det er ikke noe induksjonsbevis

✓**C:** Påstanden P_n er ikke sann for alle $n \geq 1$. Spesielt så er ikke P_2 sann.

D: Påstanden P_n er sann for alle $n \geq 1$, men del 2 av induksjonsbeviset er feil

E: Påstanden P_n er sann for alle $n \geq 1$ og induksjonsbeviset er riktig

Det var det!