

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i MAT1012 — Matematikk 2

Eksamensdag: Torsdag 4. juni 2015

Tid for eksamen: 14.30 – 18.30

Oppgavesettet er på 2 sider.

Vedlegg: Formelark

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

OPPGAVE 1

La A være 3×3 -matrisen gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

a) (6 poeng) Vis at vektorene $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ og $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ er egenvektorer for A og angi deres egenverdier.

b) (10 poeng) Finn alle egenverdiene til A og de tilhørende egenrommene. Skriv opp en matrise P som diagonaliserer A .

c) (6 poeng) Finn en vektorvaluert funksjon $\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix}$ slik at

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= x_1 - x_2 + x_3 \\ x_2'(t) &= x_1 - x_2 - x_3 \\ x_3'(t) &= 2x_1 - 2x_2 \end{aligned}$$

og $\mathbf{x}(0) = \mathbf{v}_2$.

OPPGAVE 2

a) (14 poeng) Gitt $f(x, y) = x^2y + 2y^2 - 4y$. Finn de kritisk punktene til f og bestem deres type.

b) (8 poeng) Avgjør om vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y) = (2xy, x^2 + 4y - 4)$ er konservativt og bestem kurveintegralet (= linjeintegralet) av \mathbf{F} langs kurven C gitt ved $y = x^2$, $0 \leq x \leq 1$.

(Fortsettes på side 2.)

OPPGAVE 3

La D være området i (x, y) -planet gitt ved $0 \leq x \leq 1$ og $0 \leq y \leq 1 - x^3$ og la C være randkurva beskrevet i positiv retning (mot klokka).

- a) (14 poeng) Finn koordinatene til tyngdepunktet til D .
- b) (8 poeng) Gitt vektorfeltet $\mathbf{F}(x, y) = (2x - 3xy - y, x^2 + 2x + 7xy)$.
Beregn sirkulasjonen til \mathbf{F} og kurveintegralet av \mathbf{F} langs C .

SLUTT.