

FORSLAG TIL LØSNINGER PÅ NOEN OPPGAVER FRA 30. JANUAR

1

Fra seksjon 3.3 (side 13) i Flath & Co har vi en formel for temperaturen gitt som

$$T = \underbrace{\left(\frac{\frac{1}{4} S (1-\alpha)}{\sigma} \right)^{1/4}} \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon} \right)^{1/4}$$

Kaller denne konstanten for K

T_1 og T_2 er slik at $T_2 - T_1 = 1$.

For T_1 har vi drivhusgassfaktoren $\varepsilon_1 = 0,66$, mens for T_2 har vi ε_2 , som vi vil regne ut.

$T_2 = 1 + T_1$, det vil si

$$K \left(\frac{1}{\varepsilon_2} \right)^{1/4} = 1 + K \left(\frac{1}{\varepsilon_1} \right)^{1/4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\varepsilon_2} \right)^{1/4} = \frac{1 + K \left(\frac{1}{\varepsilon_1} \right)^{1/4}}{K}$$

Opphøyer i (-4)

$$\Rightarrow \varepsilon_2 = \left(\frac{K}{1 + K(\frac{1}{\varepsilon_1})^{1/4}} \right)^4$$

Sett inn verdier for σ , $\text{Soy } a$ for u og for a for K . Regn ut ε_2 .

2

a) Funksjonen e^{-bt} har derivert $\frac{d}{dt}(e^{-bt}) = e^{-bt} \cdot (-b)$

Dermed er

$$\begin{aligned} T'(t) &= T(t)(-b)e^{-bt} + \frac{a}{b}(-1)(-b)e^{-bt} \\ &= (-b) \underbrace{T(t)} e^{-bt} + a e^{-bt} \end{aligned}$$

$$= T(t) - \frac{a}{b}(1 - e^{-bt}) \text{ for definisjonen av } T(t)$$

$$= (-b) \left(T(t) - \frac{a}{b}(1 - e^{-bt}) \right) + a e^{-bt}$$

$$= -bT(t) + a(1 - e^{-bt}) + a e^{-bt}$$

$$= a - bT(t).$$

Dette viser at $T(t) = T(t)e^{-bt} + \frac{a}{b}(1 - e^{-bt})$ løser

ODL'en $T'(t) = a - bT(t)$ (ODL = ordinær differensiallikning)

b) Siden $b > 0$, vil e^{-bt} bli mindre og mindre jo større t blir. Når $t \rightarrow \infty$, vil $e^{-bt} \rightarrow 0$.

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} T(t) &= T(0) \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-bt} + \frac{a}{b} (1 - \lim_{t \rightarrow \infty} e^{-bt}) \\ &= T(0) - 0 + \frac{a}{b} (1 - 0) \\ &= \frac{a}{b}\end{aligned}$$

c) Vi vet at $T'(s) = a - bT(s)$ (bruker s for tiden istedetfor t). Fra produktregel for derivasjon har vi:

$$\begin{aligned}\frac{d}{ds}(e^{bs}T(s)) &= be^{bs}T(s) + e^{bs}T'(s) \\ &= be^{bs}T(s) + e^{bs}(a - bT(s)) \\ &= ae^{bs}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{ds}(e^{bs}T(s)) = ae^{bs} \quad | \cdot ds$$

$$\Rightarrow d(e^{bs}T(s)) = ae^{bs} ds \quad | \text{ integrer fra 0 til } t$$

$$\Rightarrow \int_0^t d(e^{bt} T(t)) = \int_0^t a e^{bt} dt$$

" " "

$$e^{bt} T(t) - e^{b \cdot 0} T(0) = a \cdot \frac{1}{b} (e^{bt} - 1)$$

= 1

$$\Rightarrow e^{bt} T(t) - T(0) = \frac{a}{b} (e^{bt} - 1)$$

$$\Rightarrow e^{bt} T(t) = T(0) + \frac{a}{b} (e^{bt} - 1) \quad | \cdot e^{-bt}$$

$$T(t) = T(0) e^{-bt} + \frac{a}{b} (1 - e^{-bt})$$

Denne deloppgaven er levert til informasjon, og ikke eksamensrelevant!

Tilleggsoppgave for de som vil:

Sesongfunksjonen for daglige temperaturer gjennom året for ofte finner

$$S(t) = A + B \cos(4t + \varphi)$$

der A er et fast middelværdi, B er amplituden og

ω er frekvensen. Maksimalkemperatur er $A+B$, og minimum er $A-B$. γ er faseforskydning, altså når maks/min indbefatter.

- Find ω og γ slik at du får en årlig løsning, med minimumstemp 1. januar (som tilsvare $t=0$).
- Vis at $S(t)$ løser ODE'en

$$S''(t) = \omega^2 (A - S(t))$$

4

a) Find ud selv!

b) Energiflukstætheden er $S = 1367,6 \text{ W/m}^2$,
for side 9 i Flak.

Hvis all denne energi kan høstes, vil vi for et
solpanel på størrelse med 1 m^2 kunne høste

$$1367,6 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot 1 \text{ h} = 1367,6 \text{ Wh} \\ = 1,3676 \text{ kWh}$$

på 1 time

Det er $24 \cdot 365 = 8760$ timer i 1 år.

Nå vil ikke sola skine alle disse timene, siden den ikke er oppå på natten! La oss tenke oss at den skinner i 12 av døgnet 24 timer (selv om ved elevatort!)

$$\begin{aligned} \text{Totalproduksjon} &= 1,3676 \text{ kWh} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8760 \\ &= \underline{\underline{5990 \text{ kWh}}} \end{aligned}$$

c) Fra nettet finner vi at $1 \text{ hk} = 735,5 \text{ W}$,

$$\text{eller } 1 \text{ hk} = 0,7355 \text{ kW}$$

En motoreffekt på 286 hk blir dermed

$$286 \text{ hk} = 286 \cdot 0,7355 \text{ kW} = 210,35 \text{ kW}$$

som stemmer (nesten) med opplysningene.