

**OPPGAVER MAT1020, VÅREN 2025**  
**17. FEBRUAR**

**Oppgave 1.**

a) Regn ut

$$\begin{bmatrix} 1000 & 3000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0,7 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 2000 & 1000 & 5000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,5 \\ 0,65 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 500 & 300 & 0 & 1000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,8 \\ 0,4 \\ 0,3 \end{bmatrix}$$

b) Regn ut

$$\begin{bmatrix} 1000 & 3000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,09 & -0,06 \\ -0,06 & 0,0625 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1000 \\ 3000 \end{bmatrix}$$

og

$$\begin{bmatrix} 2000 & 1500 & 3000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,04 & -0,003 & 0,045 \\ -0,003 & 0,0225 & -0,01875 \\ 0,045 & -0,01875 & 0,0625 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2000 \\ 1500 \\ 3000 \end{bmatrix}$$

c) Hvis de to matrisene i b) over er varians-kovariansmatriser til kapasitetsfaktorer, finn standardavviket til hver kapasitetsfaktor og korrelasjonen mellom de to. Hva er produksjonens standardavvik for de to tilfellene? Hva skjer med produksjonens standardavvik hvis du bytter om på installasjonen i hver lokasjon, for eksempel ved å installere 3000 i lokasjon 1 og 1000 i lokasjon 2 for tilfellet av to lokasjoner?

**Oppgave 2.** La varians-kovariansmatrisen  $C$  være

$$C = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1^2 & \hat{c}_{1,2} & \hat{c}_{1,3} \\ \hat{c}_{1,2} & \hat{\sigma}_2^2 & \hat{c}_{2,3} \\ \hat{c}_{1,3} & \hat{c}_{2,3} & \hat{\sigma}_3^2 \end{bmatrix}$$

Vi skal nå finne ut hva  $C\mathbf{w}$  er for noe, når  $\mathbf{w}^\top = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & w_3 \end{bmatrix}$ .

Når man multipliserer en matrise med en vektor, får man en vektor. Dette blir en stående vektor. Første element blir

$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1^2 & \hat{c}_{1,2} & \hat{c}_{1,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}$$

Altså vi tar den *liggende* vektoren vi får fra første *rad* i matrisen  $C$ , og multipliserer den stående vektoren  $\mathbf{w}$ . Andre element i vektoren  $C\mathbf{w}$  blir produktet mellom den liggende vektoren fra andre rad i  $C$  med  $\mathbf{w}$ , osv.

a) Vis at

$$C\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1^2 w_1 + \hat{c}_{1,2} w_2 + \hat{c}_{1,3} w_3 \\ \hat{c}_{1,2} w_1 + \hat{\sigma}_2^2 w_2 + \hat{c}_{2,3} w_3 \\ \hat{c}_{1,3} w_1 + \hat{c}_{2,3} w_2 + \hat{\sigma}_3^2 w_3 \end{bmatrix}$$

b) Bruk resultatet over til å regne ut  $C\mathbf{w}$  når  $C$  er

$$C = \begin{bmatrix} 0,04 & -0,003 & 0,045 \\ -0,003 & 0,0225 & -0,01875 \\ 0,045 & -0,01875 & 0,0625 \end{bmatrix}$$

og

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 2000 \\ 1500 \\ 3000 \end{bmatrix}$$

Utfør deretter multiplikasjonen  $\mathbf{w}^\top C\mathbf{w}$ , der du bruker ditt resultat for  $C\mathbf{w}$  og multipliserer den liggende vektoren  $\mathbf{w}^\top$  med dette. Husk tilbake til oppgave 2b over. Forhåpentligvis har du fått det samme resultatet.

c) Med den generelle matrisen  $C$  som oppgitt til å begynne med, regn ut  $\mathbf{w}^\top (C\mathbf{w})$ , der du bruker  $C\mathbf{w}$  som du fant i a). Vis at dette blir det samme som om du først regner ut  $\mathbf{w}^\top C$ , som deretter blir multiplisert med  $\mathbf{w}$ .

**Oppgave 3.** Denne oppgaven introduserer en inversmatrise. Tallene er helt vilkårlige, og ikke spesielt relevant til strømproduksjon....

a) Løs likningen

$$\begin{aligned} w_1 + 2w_2 &= 3 \\ 2w_1 - 3w_2 &= 2 \end{aligned}$$

b) Vis at dette likningssystemet kan skrives på vektor-matrisiform som

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

c) Regn ut

$$\begin{bmatrix} 3/7 & 2/7 \\ 2/7 & -1/7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Fikk du det samme som i a)? Hvis ikke, forsøk igjen....