

MAT 1050, øvelsesoppgaver i integrasjon

Vi trenger å ha god innsikt i integrasjon. Det innebærer at vi også må kunne integrere relativt enkle funksjoner. Det gjelder å kunne kombinere de anti-derivate til en del standardfunksjoner:

$$f(x) = x^n \Rightarrow \int f(x) dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C \quad n \neq -1$$

$$f(x) = e^x \Rightarrow \int f(x) dx = e^x + C$$

$$f(x) = \sin x \Rightarrow \int f(x) dx = -\cos x + C$$

$$f(x) = \cos x \Rightarrow \int f(x) dx = \sin x + C$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow \int f(x) dx = \ln x + C$$

og kombinere dette med de generelle integrasjonsmetodene, addisjon, delvis integrasjon og substitusjon:

$$\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$\int f'(x)g(x) dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x) dx$$

$$\int f(g(x))g'(x) dx = \int f(u) du$$

1. $\int (5x - 6) dx$

2. $\int 3x dx$

3. $\int (x^2 - x) dx$

4. $\int (x^5 + x^4) dx$

5. $\int (\frac{3}{x} + 1) dx$

6. $\int x^3 - \frac{1}{x^2} - 1 dx$

7. $\int (x+1)^2 dx$

8. $\int (2x-1)^3 dx$

9. $\int \frac{x+1}{x} dx$

10. $\int x^{\frac{5}{3}} dx$

11. $\int \frac{1-4x^2}{x^3} dx$

12. $\int xe^x dx$

13. $\int e^{2x} dx$

14. $\int \sqrt{x} dx$

15. $\int \sqrt{\sqrt{x}} dx$

16. $\int x \sin x dx$

17. $\int \cos(3x) dx$

18. $\int 2xe^{x^2} dx$

19. $\int x^2 + \cos(\pi x) dx$

20. $\int \sin x \cdot \cos x dx$

21. $\int x\sqrt{x^2+1} dx$

22. $\int x \sin(x^2) dx$

23. $\int \frac{\cos(2x)+1}{2} dx$

24. $\int \frac{\sin x}{\cos x} dx$

25. $\int \frac{\cos x}{\sin x} dx$

26. $\int \ln x dx$

27. $\int \frac{\ln x}{x} dx$

Løsningene står på baksiden av arket, men ikke se på den før du har jobbet godt med oppgavene.

1. $\frac{5}{2}x^2 - 6x + C$
2. $\frac{3}{2}x^2 + C$
3. $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + C$
4. $\frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{5}x^5 + C$
5. $3\ln|x| + x + C$
6. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{x} - x + C$
7. $\frac{1}{3}(x+1)^3 + C$
8. $\frac{1}{8}(2x-1)^4 + C$
9. $x + \ln|x| + C$
10. $\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}} + C$
11. $-\frac{1}{2x^2} - 4\ln|x| + C$
12. $xe^x - e^x + C$
13. $\frac{1}{2}e^{2x} + C$
14. $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$
15. $\frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + C$
16. $-x\cos x + \sin x + C$
17. $\frac{1}{3}\sin(3x) + C$
18. $e^{x^2} + C$
19. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{\pi}\sin(\pi x) + C$
20. $\frac{1}{4}(\sin^2 x - \cos^2 x) + C$
21. $\frac{1}{3}(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} + C$
22. $-\frac{1}{2}\cos(x^2) + C$
23. $\frac{\sin(2x)+2}{4} + C$
24. $-\ln(|\cos x|) + C$
25. $\ln(|\sin x|) + C$
26. $x\ln x - x + C$
27. $\frac{1}{2}(\ln x)^2 + C$