16. februar 2018

MAT 1050

Obligatorisk oppgave 1 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 01. mars 2018, klokken 14:30 i Devilry (https://devilry.ifi.uio.no).

Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

I oppgaver der du blir bedt om å programmere må du legge ved programkoden og levere den sammen med resten av besvarelsen. Det er viktig at programkoden du leverer inneholder et kjøreeksempel, slik at det er lett å se hvilket resultat programmet gir.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!

For å få godkjent trengs 50 % skår på begge oppgavene.

Oppgave 1. La S være verdien av det bestemte integralet $S = \int_0^1 \sqrt{1-x^2}\, dx$.

a) Finn en tilnærmet verdi for S ved hjelp av trapesmetoden eller Simpsons metode med 10 delingspunkter.

b) Finn Taylorpolynomet til $g(u) = \sqrt{1-u}$ av grad 4 om $u = 0$.

c) Bruk b) til å skrive opp Taylorpolynomet til $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ av grad 8 om $x = 0$.

d) Bruk Taylorpolynomet i c) til å finne en tilnærmet verdi for S.

e) Bruk fundamentalteoremet for differensial- og integralregningen til å vise at

$$\int_0^x \cos^2 t\, dt = \frac{1}{2}(\sin x \cos x + x)$$

f) Vi kan beregne S eksakt ved å substituere $x = \sin t$ i det bestemte integralet og så bruke e). Gjør dette og finn en eksakt verdi for S.

Oppgave 2. I denne oppgave skal vi finne Fourier-rekka til sagtannkurven gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} x \ , \quad 0 \le x < 2\pi$$

utvidet til en periodisk funksjon med periode $T = 2\pi$. I utregningene kommer vi til å ha bruk for to ubestemte integral. Vi starter med å finne disse.

a) Vis (det holder å vise en av de to) ved hjelp av delvis integrasjon at vi har

$$\int x \cos(ax)\, dx = \frac{1}{a} x \sin(ax) + \frac{1}{a^2}\cos(ax) + C$$

og

$$\int x \sin(ax)\, dx = -\frac{1}{a} x \cos(ax) + \frac{1}{a^2}\sin(ax) + C$$

b) Regn ut konstantleddet

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^{2\pi} f(x)\, dx$$

c) Regn ut de øvrige cosinus-leddene

$$a_n = \frac{2}{T}\frac{2\pi}{T}\int_0^{2\pi} f(x)\cos(nx)\, dx$$

d) Regn ut sinus-leddene

$$b_n = \frac{2}{T}\frac{2\pi}{T}\int_0^{2\pi} f(x)\sin(nx)\, dx$$

e) Skriv opp Fourier-rekka til funksjonen f.

f) Sett inn $x = \frac{\pi}{2}$ i Fourier-rekka og vis formelen

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$