4. april 2018

MAT 1050

Obligatorisk oppgave 1 av 2

Innleveringsfrist

Torsdag 19. april 2018, klokken 14:30 i Devilry (https://devilry.ifi.uio.no).

Instruksjoner

Du velger selv om du skriver besvarelsen for hånd og scanner besvarelsen eller om du skriver løsningen direkte inn på datamaskin (for eksempel ved bruk av LaTeX). Besvarelsen skal leveres som én PDF-fil. Scannede ark må være godt lesbare. Besvarelsen skal inneholde navn, emne og oblignummer.

Det forventes at man har en klar og ryddig besvarelse med tydelige begrunnelser. Husk å inkludere alle relevante plott og figurer. Studenter som ikke får sin opprinnelige besvarelse godkjent, men som har gjort et reelt forsøk på å løse oppgavene, vil få én mulighet til å levere en revidert besvarelse. Samarbeid og alle slags hjelpemidler er tillatt, men den innleverte besvarelsen skal være skrevet av deg og reflektere din forståelse av stoffet. Er vi i tvil om du virkelig har forstått det du har levert inn, kan vi be deg om en muntlig redegjørelse.

I oppgaver der du blir bedt om å programmere må du legge ved programkoden og levere den sammen med resten av besvarelsen. Det er viktig at programkoden du leverer inneholder et kjøreeksempel, slik at det er lett å se hvilket resultat programmet gir.

Søknad om utsettelse av innleveringsfrist

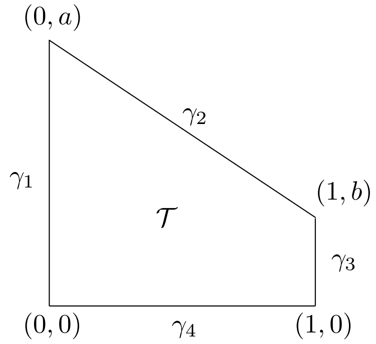
Hvis du blir syk eller av andre grunner trenger å søke om utsettelse av innleveringsfristen, må du ta kontakt med studieadministrasjonen ved Matematisk institutt (e-post: studieinfo@math.uio.no) i god tid før innleveringsfristen.

For å få adgang til avsluttende eksamen i dette emnet, må man bestå alle obligatoriske oppgaver i ett og samme semester.

For fullstendige retningslinjer for innlevering av obligatoriske oppgaver, se her:

www.uio.no/studier/admin/obligatoriske-aktiviteter/mn-math-oblig.html

LYKKE TIL!



Vi har gitt et trapes $\mathcal{T}$, som illustrert på figuren, og hvor vi antar at $b < \frac{a}{2}$, De fire kantene som gir randa $\partial\mathcal{T}$ til trapeset er parametrisert ved:

$$
\begin{aligned}
\gamma_1 &: \ \mathbf{r}_1(t) = (0, t) \quad 0 \leq t \leq a \\
\gamma_2 &: \ \mathbf{r}_2(t) = (t, a + (b - a)t) \quad 0 \leq t \leq 1 \\
\gamma_3 &: \ \mathbf{r}_3(t) = (1, b - t) \quad 0 \leq t \leq b \\
\gamma_4 &: \ \mathbf{r}_4(t) = (1 - t, 0) \quad 0 \leq t \leq 1
\end{aligned}
$$

og trapeset er gitt ved $\mathcal{T} = [0, 1] \times [0, h(x)]$, hvor $h(x) = a - (a - b)x$.

a) Vis at arealet til trapeset er gitt ved $\frac{1}{2}(a + b)$ ved å integrere konstantfunksjonen $g(x, y) = 1$ over området $\mathcal{T}$.

b) Finn koordinatene til tyngdepunktet til $\mathcal{T}$.

Vi har gitt et vektorfelt $\mathbf{F}(x, y) = (y, x)$.

c) Vis at feltet er sirkulasjonsfritt ved å regne ut sirkulasjonen $\text{curl}(\mathbf{F})$ til feltet $\mathbf{F}$.

d) Finn en potensialfunksjon $f(x, y)$ til feltet $\mathbf{F}$ slik at $f(0, 0) = 1$.

e) Finn de kritiske punktene til potensialfunksjonen f som du fant i d) og bestem deres natur (maks/min/sadel). Ligger noen av punktene i det indre av $\mathcal{T}$?

f) Finn ekstremalverdiene til f langs med γ_2, dvs. under bibetingelsen $(a - b)x + y = a$, $0 \leq x \leq 1$.

g) Finn ekstremalverdiene til f langs med γ_3, dvs. under bibetingelsen $x = 1$, $0 \leq y \leq b$.

h) Finn ekstremalverdiene til f over hele trapeset $\mathcal{T}$.

i) Regn ut integralet av vektorfeltet $\mathbf{F}$ langs hver av de fire kurvene γ_i, $i = 1, 2, 3, 4$. Hva blir integralet av vektorfeltet F rundt hele randa $\partial\mathcal{T}$?

j) Kommenter sammenhengen mellom svarene i delspørsmål c) og i).